Pb1

1. Matrices symétriques et $\mathbb{R}$ → herm.

2. H : E_0 . $|1\rangle$

$2E_0$ $|2\rangle$ et $|3\rangle$ (dég. 2x)

A diagonale par blocs $a \rightarrow |1\rangle$

$$\begin{vmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{|2\rangle + |3\rangle}{\sqrt{2}} & \text{pour } a \\ \dfrac{|2\rangle - |3\rangle}{\sqrt{2}} & \text{pour } -a \end{cases}$$

a dég. 2x $\left(|1\rangle, \dfrac{|2\rangle+|3\rangle}{\sqrt{2}}\right)$

$-a$ non dég. $\dfrac{|2\rangle-|3\rangle}{\sqrt{2}}$

3. résultat = vp de l'observable → E_0 ou $2E_0$ pour H
→ a ou $-a$ pour A

4. $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|1\rangle + \frac{|2\rangle+|3\rangle}{\sqrt{2}}\right)$ $\vec{vp}$ de A pour la vp a

→ résultat = a et $P(a) = 1$.

et $|\psi_1\rangle = |\psi_0\rangle$ (état inchangé)

5. $P(E_0) = P(2E_0) = 1/2$

6. ~~si |1⟩~~ si E_0 → $\underline{\underline{|1\rangle}}$

7. $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle + \frac{1}{2}|3\rangle$

et $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ $\vec{vp}$ de H pour vp $E_0, 2E_0, 2E_0$

$$\hookrightarrow |\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{iE_0t}{\hbar}}|1\rangle + \frac{1}{2} e^{-\frac{2iE_0t}{\hbar}}|2\rangle + \frac{1}{2} e^{-\frac{2iE_0t}{\hbar}}|3\rangle$$

8) $|\psi(t)\rangle$ tjs $\vec{vp}$ de A pour vp a ≡ en 4

→ m̂ résultats !

(on verra + tard A cste du mvt car $[H, A] = 0$)

Pb2

1- $\langle H \rangle = \langle n | H | n \rangle = \langle n | E_n | n \rangle = E_n$

$\langle H^2 \rangle = \langle n | H \times H | n \rangle = \| H | n \rangle \|^2 = E_n{}^2$

$\hookrightarrow \Delta H = 0$

Bonus : oui la réciproque est vraie (Cauchy Schwartz)

2- $H = \begin{pmatrix} 0 & -A & -A \\ -A & 0 & -A \\ -A & -A & 0 \end{pmatrix}$ sym : H_{ii} ↳ égaux

sym : $H_{ij} = H_{ji}$ tous identiques.

3. $H|\psi\rangle = \begin{pmatrix} A/\sqrt{2} \\ -A/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ (*)

$\langle \psi | H | \psi \rangle = A$

$H^2 |\psi\rangle = H(H|\psi\rangle) = \begin{pmatrix} A^2/\sqrt{2} \\ -A^2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

et $\langle \psi | H^2 | \psi \rangle = A^2 \rightarrow \Delta H = 0$

idem pour $|\psi'\rangle$

$|\psi\rangle$ et $|\psi'\rangle$ ~~sp~~ peut être vp de H

en fait oui : (*) $\Rightarrow H|\psi\rangle = A|\psi\rangle$ idem pour $|\psi'\rangle$

⚠ $|\psi\rangle$ et $|\psi'\rangle$ pas $\perp$

on en tire une C.L. pour avoir une base orthonormée

Par ex $\dfrac{|1\rangle - |3\rangle}{\sqrt{2}}$ et $\dfrac{|1\rangle - 2|2\rangle + |3\rangle}{\sqrt{5}}$

↳ A 2x dég

4. on a vu A 2x dég et vp

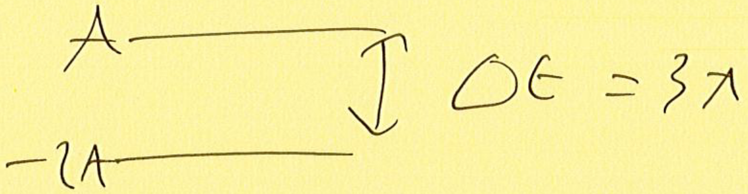
+ trace invariante → $\Sigma \lambda = 0$ → $-2A$ vp restante et vp associé : $\frac{|1\rangle+|2\rangle+|3\rangle}{\sqrt{3}}$ par ex.

(on vérifie $H\left(|1\rangle+|2\rangle+|3\rangle\right) = -2A\left(|1\rangle+|2\rangle+|3\rangle\right)$)

5 vp ok

6 A = 0,75 eV

spectre



la seule fréquence de Bohr possible du système est $\hbar\omega = \Delta E = 3A$ $\boxed{\omega = \frac{3A}{\hbar}}$

AN $3A \simeq 2,25$ eV → ce qui correspond à l'absorption du <u>jaune</u> (bande 2.1 → 2.3 eV)

⇒ couleur violette