

Évolution des conceptions de l'Univers (Phys137)

TD 1

Exercice 1 : Mesure de la circonférence de la Terre par Ératosthène en -205 puis par al Biruni (973-1048)

Ératosthène avait observé que le jour du solstice d'été à midi, les rayons du soleil atteignaient le fond d'un puits à Syène (Assouan). En revanche, au même moment à Alexandrie, un obélisque mesurant 20 m de haut avait une ombre de 2,5 m.

1. Quel est l'angle ϕ_1 (ϕ_2) des rayons du Soleil par rapport à la verticale, à Alexandrie ? (à Syène ?)

$$\tan \phi_1 = 2,5/20 \Rightarrow \phi_1 = 7,12^\circ$$

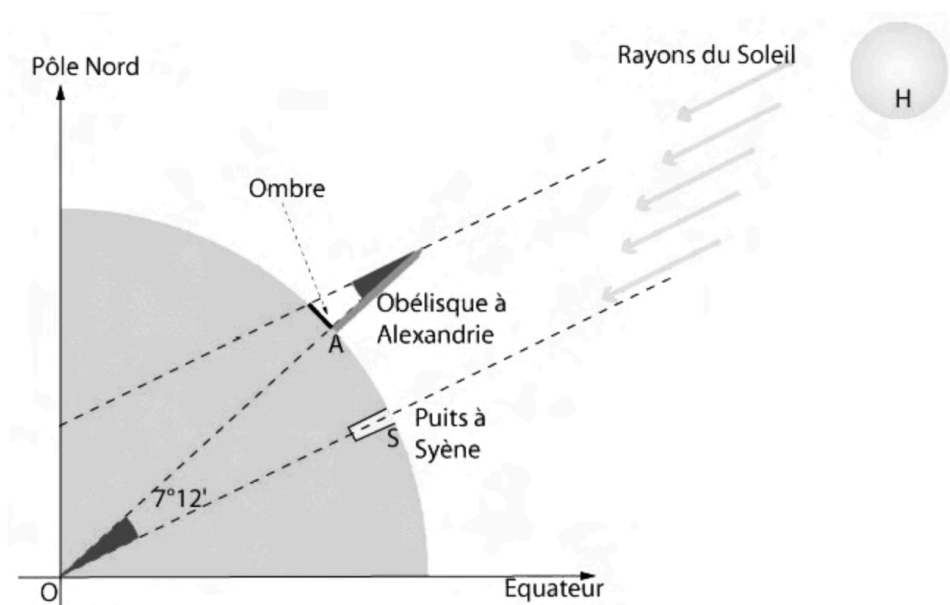
$$\phi_2 = 0$$

2. Quelle hypothèse peut expliquer cette différence ? Faire un schéma.

Hauteur du Soleil différente (au zénith à Syène). Autre hypothèse : Terre plate et distance Terre-Soleil = 6300 km !!!



Figure 1.1



3. Quel est l'angle entre Syène, le centre de la Terre et Alexandrie ?

ϕ_1

4. En déduire le rayon R_{Era} de la Terre en supposant, comme Ératosthène, que Syène et Alexandrie étaient sur un même méridien (Fig. 1.1). Ératosthène connaissait par ailleurs la distance D entre les deux villes : 5000 stades (1 stade $\approx 157.5\text{m}$).

$$D = 5000 \times 157,5 \text{ m} = 787,5 \text{ km}$$

$$D = R_{\text{Era}} \phi_1 \Rightarrow R_{\text{Era}} = D/\phi_1 = 6333 \text{ km } (\phi_1 \text{ en radians})$$

5. Comparer cette valeur à la valeur réelle R_0 du rayon de la Terre.

$$R_0 = 6371 \text{ km } (R_{\text{eq}} = 6378 \text{ km et } R_{\text{pol}} = 6356 \text{ km})$$

6. al Biruni, scientifique persan, mesura le rayon de la Terre par une autre méthode. Il commença par mesurer la hauteur h d'une montagne. Il mesura en deux points au niveau de la mer les angles θ_1 et θ_2 entre le sommet et l'horizontale. (voir Fig. 1.2) Puis, depuis le sommet de la montagne il mesura l'angle α entre la verticale et l'horizon. Il en déduit le rayon R_{Bir} de la Terre.

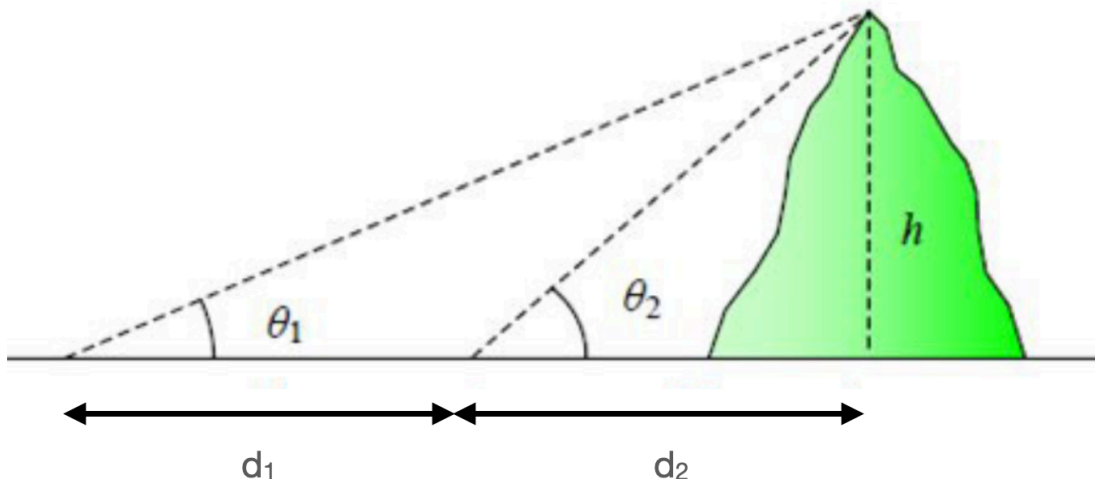


Fig.1.2

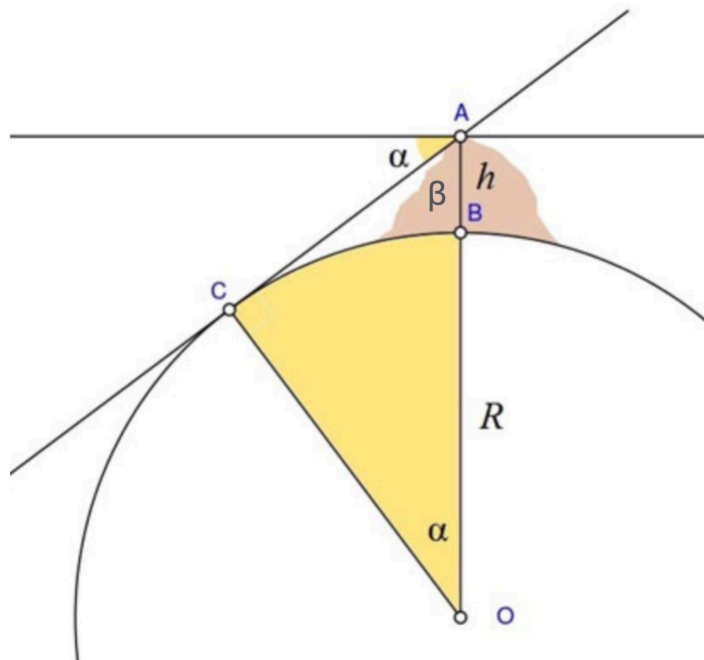


Fig.1.3

6.1 En supposant que al Biruni a mesuré les hauteurs angulaires $\theta_1 = 20,5^\circ$ et $\theta_2 = 29,3^\circ$ du Damavand (point culminant de l'Iran) depuis 2 points distants de $d_1 = 5$ km, quelle hauteur h a-t-il trouvée ?

$$h/(d_1 + d_2) = \tan \theta_1 \text{ et } h/d_2 = \tan \theta_2 \Rightarrow h/(d_1 + h/\tan \theta_2) = \tan \theta_1$$

$$\Rightarrow h = d_1 \tan \theta_1 / (1 - \tan \theta_1 / \tan \theta_2) = 5601 \text{ m}$$

6.2 Depuis le sommet du Damavand, al Biruni mesure un angle $\alpha = \beta - \pi/2 = 2,41^\circ$ entre la verticale et l'horizon. Faire un schéma. En déduire le rayon R_{Bir} qu'il a trouvé.

$$R_{\text{Bir}} / (R_{\text{Bir}} + h) = \cos \alpha \Rightarrow R_{\text{Bir}} = h \cos \alpha / (1 - \cos \alpha) = 6327 \text{ km}$$

Source : www.mathouriste.eu/Al-Biruni/al-biruni.html

Exercice 2 : Distance Terre Soleil et taille du Soleil par Aristarque de Samos

Afin de déterminer la distance Terre-Soleil, Aristarque de Samos mesura l'angle Soleil-Terre-Lune lors du premier quartier de Lune (voir Figure 2). Sa mesure (peu précise) donna un angle α de 87° .

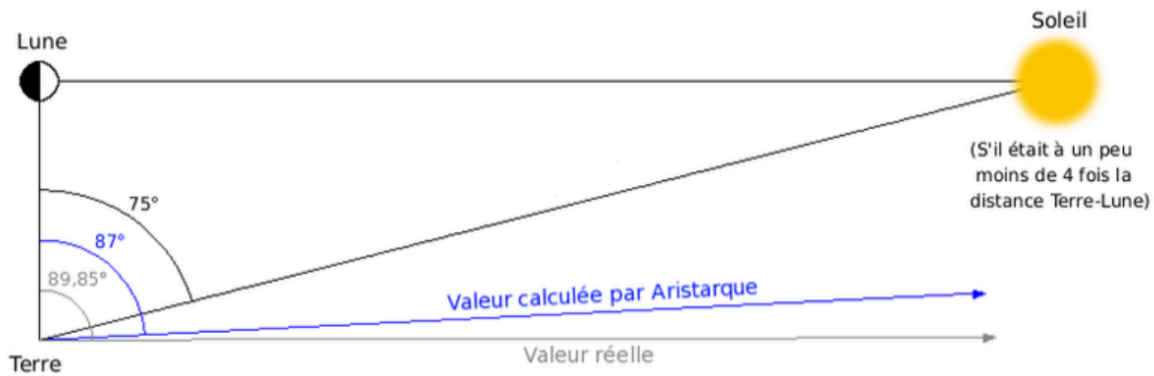


Fig.2

1. À partir de l'angle mesuré par Aristarque, déterminer le rapport des distances Terre-Soleil D_{T-S} et Terre-Lune D_{T-L} .

$$D_{T-L}/D_{T-S} = \sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha = 0,052 ; D_{T-S} \text{ vaut environ } 19 \text{ fois } D_{T-L}$$

2. Lors d'une éclipse totale de Soleil on observe la même taille apparente T_a du Soleil et de la Lune. En déduire le rapport du rayon du Soleil sur le rayon de la Lune.

$$T_{a-L} = R_L/D_{T-L} \text{ et } T_{a-S} = R_S/D_{T-S} . \text{ Si } T_{a-L} = T_{a-S} \text{ alors } R_S/R_L = D_{T-S}/D_{T-L} = 19$$

3. En étudiant l'ombre de la Terre lors des éclipses de Lune, Aristarque montra que le rayon de la Lune vaut un tiers de celui de la Terre. Donner le rapport du rayon du Soleil sur le rayon de la Terre.

$$\text{Si } R_L/R_T = 1/3 \text{ et } R_S/R_L = 19 \text{ alors } R_S/R_T = (R_S/R_L) \times (R_L/R_T) = 19/3$$

4. En utilisant le rayon de la Terre trouvé par Ératosthène, en déduire le rayon du Soleil.

$$R_S = 19/3 \times 6371 \text{ km} = 40350 \text{ km}$$

5. Quelle réflexion cela amena-t-il chez Aristarque ?

Le Soleil est plus grand que la Terre, donc il devrait être au centre du système.

Les mesures actuelles montrent que la Terre est 3,7 fois plus grosse que la Lune et que la mesure de l'angle Soleil-Terre-Lune est de $89,85^\circ$.

6. En déduire la valeur du rapport du rayon du Soleil sur le rayon de la Terre.

$$D_{T-L}/D_{T-S} = \sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha = 0,0026 ; D_{T-S} \text{ vaut environ } 382 \text{ fois } D_{T-L} \text{ et donc } R_S/R_T = 382/3.7 = 103$$