Master 1 de Mécanique
UFR de Sciences, Université Paris Saclay

2024-2025

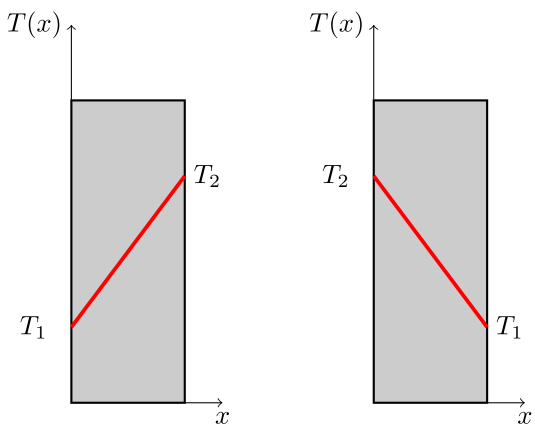
Travaux Dirigés
de
Thermique

TD 1 : Conduction

Exercice 1 : Flux thermique à travers un mur
Un mur de béton, qui a une surface de 30 m^2 et une épaisseur de 0.30 m, sépare l'air chaud d'une pièce de l'air ambiant froid. La température de la surface intérieur du mur est égale à 25 °C, et celle de la surface extérieure à $T_e = 15°$C. La conductibilité thermique du béton est $\lambda = 1\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$. Quelle est la perte thermique à travers le mur ?

Exercice 2 : Dimensionnement de l'épaisseur d'isolant
Une chambre de congélation industrielle se compose d'une cavité cubique de 2 m de côté. On suppose que le fond est parfaitement isolé. Quelle est l'épaisseur minimale d'isolant ($\lambda = 0.030\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$) qui doit être appliquée sur les murs supérieur et latéraux pour assurer une charge thermique inférieure à 500 W, lorsque les températures des surfaces intérieure et extérieure sont respectivement $-10°C$ et $35°C$?

Exercice 3 : Densité de chaleur
Un mur en bois plan d'épaisseur e = 100 mm et de conductivité thermique $\lambda = 0.13\,\mathrm{W \cdot m^{-1}K^{-1}}$ présente, sous des conditions stationnaires, des températures $T_1 = 300$ K et $T_2 = 400$ K. Déterminez le gradient de température $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$ et la densité de flux de chaleur $\vec{q}$, de façon analytique puis numérique, dans les deux configurations suivantes.



Exercice 4 : Flux thermique dans un solide de section variable On considère un cone tronqué de hauteur h de sections S_1 et S_2 tel que $S_2 > S_1$ comme le montre la figure 1. Le matériaux constituant le cone à une conductivité thermique qui dépend de la température suivant la loi $\lambda = \lambda_0 - \alpha T$ où α est une constante réelle positive. Les section inférieure et supérieur du cone sont respectivement maintenues aux température $T_1 > T_2$ et la surface latérale est isolée.

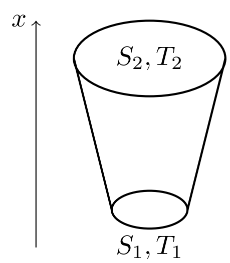


Figure 1 – Solide de section variable

Les quantités suivantes sont elle croissantes ou décroissantes lorsque x croit : le flux de chaleur $\dot{Q}$, la densité de flux de chaleur $\dot{q}$, la conductivité thermique λ et le gradient de température $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$.

Exercice 5 : Flux dans un pilier
Un pipeline en Alaska circule au-dessus du sol et est supporté par des piliers verticaux en acier ($\lambda = 25W \cdot m^{-1}K^{-1}$) qui ont une longueur de 1 m et une section de $0,005\,\mathrm{m}^2$. Dans des conditions normales de fonctionnement, la variation de température le long du pilier est gouvernée par une expression de la forme : $T = 100 - 150x + 10x^2$ où T et x ont pour unités respectives des $°C$ et des mètres. Les variations de température sont négligeables dans la section de pilier. Évaluez la température et le flux de chaleur conductif à la jonction pilier/pipeline ($x = 0$) et à l'interface pilier/sol ($x = 1m$). Expliquez la différence de flux de chaleur.

Exercice 6 : Profil de température instationnaire
La distribution de température à travers un mur de $0,3\,\mathrm{m}$ d'épaisseur à un certain instant est :

$$T(x) = a + bx + cx^2$$

où T est en degrés Celsius et x en mètres, $a = 200\,°C$, $b = -200°\mathrm{C/m}$, et $c = 30°\mathrm{C/m}^2$. Le mur à une conductibilité thermique $\lambda = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.
1 − Sur les bases d'une surface unitaire, déterminez le flux de chaleur entrant et le flux sortant du mur ainsi que la variation d'énergie stockée par unité de temps dans le mur.
2 − Si la face froide est exposée à un fluide à $100\,°C$, quel est le coefficient d'échange par convection ?

Exercice 7 : Tube d'eau chaude
Un tube d'eau chaude de rayon extérieur r_1 est à la température T_1. Il est entouré d'une épaisse isolation, appliquée pour réduire les pertes de chaleur, de rayon extérieur r_2. La surface extérieure de l'isolation est à la température T_2.
1 − Calculez puis tracez la distribution de température dans l'isolation pour un transfert thermique stationnaire unidimensionnel avec des propriétés constantes.
2 − Comment varient le flux de chaleur et la densité de flux de chaleur avec le rayon ?

Exercice 8 : Câble électrique
Un câble électrique de rayon intérieur R_1, de conductivité thermique λ_1 et de conductivité électrique σ_1, est parcouru par un courant continu d'intensité I. Il est entouré d'un isolant électrique de rayon extérieur R_2 et de conductivité thermique λ_2 en contact parfait avec le câble. La longueur du câble est suffisamment grande pour que les effets d'extrémité soient négligeables et que les transferts puissent être considérés comme unidimensionnels dans le sens radial. Les échanges thermiques entre la surface extérieure de l'isolant et l'environnement sont caractérisés par un coefficient d'échange h et une température de référence T_e.
1 − Calculez, en régime stationnaire, la température à un rayon quelconque du câble et de l'isolant.
2 − Montrez qu'il existe un rayon $R_2 = R_c$ de l'isolant pour lequel la température sur l'axe du fil est minimale. Calculez R_c et la température sur l'axe avec les données suivantes :
$\lambda_1 = 200\,\mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$, $\lambda_2 = 0,15\,\mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$, $h = 30\,\mathrm{W.m^{-2}K{-1}}$
$\sigma_1 = 3,5710^7\,\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$, $R_1 = 3$ mm $R_2 = R_c$
$T_e = 20°C$, $I = 100\,\mathrm{A}$

Exercice 9 : Mur multicouche
L'un des murs d'une pièce d'un appartement fait 4 m de long, 3 m de haut et 20 cm d'épaisseur. Il est constitué de briques. Calculer le flux de chaleur à travers ce mur lorsque la température de la surface

extérieure est de $0°C$, celle en contact avec la pièce étant maintenue à $20°C$. Pour isoler ce mur, on place contre celui-ci une plaque de liège de 2 cm d'épaisseur. Calculer le nouveau flux de chaleur à travers le mur, en utilisant les résistances thermiques.
On donne les conductivités thermiques de la brique et du liège :
$\lambda_b = 8,4\,10^{-4}\,\mathrm{kW\,m^{-1}\,°}C^{-1}$ $\qquad \lambda_l = 30\,10^{-5}\,\mathrm{kW\,m^{-1}\,°}C^{-1}$

Exercice 10 : Chauffage au sol

On souhaite étudier un système de chauffage par le sol, constitué de d'un ensemble de canalisation dans lesquelles circule de l'eau chaude. Les canalisations sont immergées dans la dalle de béton. On modélise le tout par une plaque à la température $T_c = 40°C$ surmonté d'une couche de béton d'épaisseur $e_2 = 5\,cm$ et de conductivité $\lambda_2 = 1,15\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$. La température de la face supérieure du plancher d'épaisseur $e_1 = 1$ cm et de conductivité $\lambda_1 = 2,50\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ est T_s. Le coefficient d'échange convectif avec l'air de la pièce a chauffer est $h = 10\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$.

Sous le système de chauffage, on trouve une couche d'isolant ($e_3 = 2\mathrm{cm}$, $\lambda_3 = 0,02\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$), puis une couche de béton ($e_4 = 10\,\mathrm{cm}$, $\lambda_4 = 1,40\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$), puis le sol de fondation à la température supposée fixe de $T_f = 7°C$.

1 − Faire le schéma du dispositif et le modéliser à l'aide d'un ensemble de résistances thermiques.
2 − Calculer la puissance totale (vers la pièce et vers la fondation) délivrée par le système de chauffage par m^2 de plancher chauffant.
3 − Calculer T_s, T_1 la température entre le revêtement et le mortier, et T_3 la température entre l'isolant et le béton.
4 − Calculer le pourcentage de puissance perdue dans le sol de fondation, et donner la valeur minimale de e_3 pour que cette perte n'excède pas 10%.
5 − Calculer la puissance reçue par le local de surface $S = 12\,\mathrm{m}^2$.

Exercice 11 : Plaque plane avec source de chaleur interne
Une plaque plane d'épaisseur $0,1\,\mathrm{m}$ et de conductivité thermique $25\,\mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$, ayant un dépot de chaleur volumique uniforme de $0,3\,\mathrm{MW/m^3}$, est isolée sur une face tandis que l'autre face est exposée à un fluide à la température $T_F = 92°C$. Le coefficient de transfert de chaleur par convection entre la plaque et le fluide est égal à $500\,\mathrm{W.m^{-2}K^{-1}}$. Le régime est permanent.
1 − Écrire la forme appropriée de l'équation de la chaleur et les conditions aux limites.
2 − Déterminer analytiquement la distribution de température $T(x)$ dans la plaque et la tracer schématiquement.
3 − Calculer la température maximale de la plaque.
4 − Que vaut la densité de flux de chaleur sortant de la plaque ?
5 − Que vaut la densité de flux de chaleur en un point quelconque à l'intérieur de la plaque ?

Exercice 12 : Ailettes de refroidissement

Pour éviter l'échauffement d'un appareil dû à l'effet Joule, on munit son boîtier d'ailettes de refroidissement métalliques. Chaque ailette est parallélépipèdique, d'épaisseur $a = 2,0\,\mathrm{mm}$, de largeur $b = 10\,\mathrm{cm}$ et de longueur $c = 20\,\mathrm{cm}$. On pourra admettre que a est négligeable devant b.

En fonctionnement, le boîtier de l'appareil M sera maintenu à la température $T_M = 60°C$. L'air extérieur, qui circule, est de température constante et uniforme $T_A = 20°C$, sauf au voisinage immédiat de l'ailette, entourée d'une couche limite d'air thermiquement peu conductrice dont la température reste localement voisine de celle de la surface de l'ailette. Dans l'ailette, on admettra que le transfert thermique, de type conductif, est monodimensionnel dans la direction de l'axe Ox (le long de l'ailette). Il obéit à la loi de Fourier, la conductibilité thermique étant $\lambda = 16\,\mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$. On note $T(x)$ la température de l'ailette à l'abscisse x. Il existe aussi un transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant, à travers la couche limite. Le flux thermique au niveau d'une surface latérale $\mathrm{d}S$ de l'élément de l'ailette de longueur *mathrmdx* est de la forme :

$$\mathrm{d}\dot{Q} = h(T(x) - T_A)\,\mathrm{d}S$$

où $h = 150\,SI$ est un coefficient uniforme et constant.

1 – Expliquer la loi de Fourier dans les hypothèses de l'ailette (transfert monodimensionnel) et donner l'unité du coefficient h dans le système international.

2 – Écrire le bilan des transferts de puissance pour la tranche comprise entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$ en régime permanent. En déduire l'équation différentielle sur $T(x)$. On posera : $L = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$.

3 – Résoudre cette équation différentielle pour déterminer l'expression de $T(x)$. On vérifiera que $L << c$ et on pourra considérer c comme infini pour simplifier les conditions aux limites. Tracer l'allure du profil de température le long de l'ailette.

4 – Donner l'expression de la puissance thermique sortant de la surface latérale dS de la tranche d'ailette comprise ente les abscisses x et $x+\mathrm{d}x$. En déduire l'expression de la puissance thermique totale $\dot{Q}$ évacuée par l'ailette. Faire l'application numérique.

5 – Exprimer et calculer la puissance thermique transmise du boîtier de l'appareil M à l'ailette en $x = 0$. Conclure.

6 – Combien faudrait-il fixer d'ailettes sur le botier pour évacuer un flux thermique total de 0,9 kW ? La taille de chaque ailette peut-elle être réduite sans changer notablement l'ensemble des résultats précédents ? Si oui, expliquer comment et pourquoi.

TD 2 : Convection forcée

Exercice 13 : Temps caractéristiques

On considère un fluide newtonien dont les paramètres physiques sont : sa masse volumique ρ, sa viscosité μ et sa diffusivité thermique $\kappa = \frac{\mu}{100\rho}$

Il est confiné au repos et à l'équilibre thermique, de température T_0, entre deux parois solides horizontales infinies et de même température. À $t = 0$, on soumet ce fluide aux deux sollicitation suivantes en $t \geq 0$:

— La paroi supérieure, maintenue fixe est portée à une température contante et homogène : $T_1 > T_0$

— La paroi inférieure est mise en mouvement horizontal à la vitesse U.

1 – Quelle sera la première sollicitation ressentie par le plan fluide médian $z = 0$.
2 – Quel temps caractéristique, celui du transfert thermique ou du transfert d'impulsion, faut il considérer pour estimer le moment ou s'installe le régime stationnaire ?
3 – Étant données la géométrie de confinement du fluide et la configuration thermique ($T_1 > T_0$) et hydrodynamique de l'expérience présentée, un régime stationnaire va s'établir indépendamment pour la température et pour la vitesse au sein de fluide. Donner en fonction de U et d, l'expression analytique de $u(z)$, vitesse horizontale de l'écoulement en régime stationnaire.

Exercice 14 : Refroidissement d'une plaque

De l'air à une pression de $6\,\mathrm{kN/m^2}$ et une température de $300°C$ circule avec une vitesse de 10 m/s sur une plaque plane de 0,5 m de long. Estimer le flux de chauffage par unité de largeur de plaque nécessaire pour maintenir une température de surface de $27°C$ en régime stationnaire. Exceptée la masse volumique, les propriétés telles que λ, Pr et μ peuvent être supposées indépendantes de la pression.
On rappelle que, sauf indication contraire, les propriétés du fluide utilisées dans les corrélations sont évaluées à une température moyenne de couche limite, $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$, appelée température de film.

Exercice 15 : Refroidissement d'une sphère

Le film plastique décoratif sur une sphère en cuivre de 10 mm de diamètre est cuit dans un four à $75°C$.
À sa sortie du four, la sphère est soumise à un courant d'air de 10 m/s à 1 atm et $23°C$.
Estimer le temps nécessaire pour refroidir la sphère jusqu'à $35°C$. On supposera que la température du solide est à chaque instant uniforme (les gradients de température sont négligés dans la sphère).

Pour une sphère, Whitaker recommande l'expression suivante : $Nu_D = 2 + (0,4Re_D^{1/2} + 0,06Re_D^{2/3})Pr^{0,4}(\mu/\mu_S)^{1/4}$
$0,71 < Pr < 380$
$3,5 < Re_D < 7,6\ 10^4$
$1,0 < \mu/\mu_S < 3,2$
Dans cette corrélation, toutes les propriétés du fluide sont évaluées à la température de l'écoulement libre, T_∞, excepté μ_s à la température moyenne de la surface, T_s.
On donne, les propriétés du cuivre : $\rho = 8933\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et $C = 387\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Exercice 16 : Conduit d'air chaud

De l'air chaud circule avec un débit massique de 0,050 kg/s à travers un conduit métallique très mince de diamètre D = 0,15 m. L'air chaud entre à $103°C$ et, après une distance de L = 5 m, se trouve refroidi à $77°C$. Le coefficient de transfert de chaleur entre la surface extérieure du conduit et l'air ambiant à $T_\infty = 0°C$ vaut $h_0 = 6\,W.m^{-2}K^{-1}$.
1 – Calculer la perte de chaleur (en W) du conduit sur la longueur L, dans les conditions stationnaires. On prendra les valeurs moyennes des propriétés physiques entre l'entrée et la sortie.

2 – Déterminer le coefficient de transfert de chaleur, en x = L, entre la surface intérieure du conduit et l'air chaud circulant. Les propriétés du fluide nécessaires à la détermination du coefficient de transfert en x = L sont évaluées à la température moyenne locale du fluide.
3 – Déterminer la densité de flux de chaleur et la température de surface du conduit à x = L. On néglige la résistance thermique du tube.
4 – Comparer la densité de flux de chaleur locale ainsi calculée et la densitémoyenne déduite du 1. Commenter.

TABLE A.4 Thermophysical Properties of Gases at Atmospheric Pressure[a]

T (K)	ρ (kg/m^3)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
Air							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.110	384.3	93.80	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62.0	143	0.720
950	0.3666	1.131	411.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	66.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449.0	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473.0	162.9	76.3	224	0.728
1300	0.2679	1.189	496.0	185.1	82	238	0.719
1400	0.2488	1.207	530	213	91	303	0.703
1500	0.2322	1.230	557	240	100	350	0.685
1600	0.2177	1.248	584	268	106	390	0.688
1700	0.2049	1.267	611	298	113	435	0.685
1800	0.1935	1.286	637	329	120	482	0.683
1900	0.1833	1.307	663	362	128	534	0.677
2000	0.1741	1.337	689	396	137	589	0.672
2100	0.1658	1.372	715	431	147	646	0.667
2200	0.1582	1.417	740	468	160	714	0.655
2300	0.1513	1.478	766	506	175	783	0.647
2400	0.1448	1.558	792	547	196	869	0.630
2500	0.1389	1.665	818	589	222	960	0.613
3000	0.1135	2.726	955	841	486	1570	0.536

FIGURE 2 –

TD 3 : Échangeurs de chaleur

Exercice 17 : Dimensionnement d'un échangeur à tubes concentriques
Un échangeur à tubes concentriques fonctionnant à contre-courant est utilisé pour refroidir l'huile d'une turbine à vapeur industrielle. Le débit massique de l'eau de refroidissement à travers le tube intérieur de diamètre $D_i = 25\,\text{mm}$ est de 0,2 kg/s, tandis que le débit massique de l'huile dans le tube extérieure ($D_e = 45\,\text{mm}$ est de 0,1 kg/s. L'huile et l'eau entrent respectivement aux température $T_h = 100\,°C$ et $T_e = 30\,°C$.
Quel doit être la longueur du tube pour que la température de sortie de l'huile soit $T_{hs} = 60\,°C$?

On donne pour l'huile
$C_h = 2131 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ $\quad \mu = 3,25\,10^{-2}\,Pa \cdot s$ $\quad \lambda = 0,138\,W/(m\,K)$
Pour l'eau
$C_e = 4317 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ $\quad \mu = 725\,10^{-6}\,Pa \cdot s$ $\quad \lambda = 0,625\,W/(m\,K)$ $Pr = 4,85$

Pour les écoulements turbulents le nombre de Nusselt en tube est donné par : $Nu = 0,023\,Pr^{0,4}\,Re^{0,8}$.

Exercice 18 : Dimensionnement d'un échangeur à courants croisés
Des gaz de combustion sont utilisés pour chauffer de l'eau pressurisée de $35\,°C$ à $125\,°C$. Pour cela, ils entrent dans le tube d'un échangeur à courants croisés à la température de $300\,°C$ et en ressortent à une température de $100\,°C$. Le débit de l'eau à l'intérieur de l'échangeur est de 1 kg/s. La chaleur spécifique du gaz est $C_g = 1000\,J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, celle de l'eau $C_e = 4200\,J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ et le coefficient d'échange généralisé de l'échangeur est $\bar{h} = 100\,W/m^2$.
1 − Déterminer par la méthode DTLM la surface d'échange nécessaire.
2 − Déterminer par la méthode NUT la surface d'échange nécessaire.

Exercice 19 : Échangeur tubulaire
Dans une installation industrielle, il est nécessaire de chauffer de l'eau de 50°C à 70°C, le débit massique étant de 4 kg/s. On dispose pour le faire d'eau ordinaire à la température T_1 ($> 70\,°C$) et de débit égal à 8 kg/s.
On souhaite déterminer la longueur de l'échangeur nécessaire sachant que, pour des raisons pratiques liées à l'installation, on n'envisagera qu'un échangeur de type contre-courant. L'échangeur recherché sera constitué de 8 éléments identiques montés en parallèle. On supposera les éléments indépendants les uns des autres. Chaque élément est constitué de 2 tubes concentriques dans lesquels circuleront les deux fluides, le fluide chaud circulant dans le tube intérieur.
La pression dans les tubes est voisine de la pression atmosphérique et les propriétés de l'eau, dans les deux circuits, seront supposées indépendantes de la température :
$\lambda = 0,65 W m^{-1} K^{-1}$, $\quad \nu = 5 \cdot 10^{-7} m^2/s$, $\quad$ Pr = 3,2 $\quad$ et $\quad Cp = 4,18 J g^{-1} K^{-1}$
L'acier constituant les tubes posséde une conductivité thermique de $50 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

1 − Déterminer le coefficient global d'échange par unité de longueur $\bar{h}$, sachant que, si l'écoulement est turbulent :
$Nu = 0,023\,Pr^{1/3}\,Re^{0,8}$ où Nu et Re sont calculés à partir du diamètre, dans un cylindre de base circulaire, et $Nu = 0,023\,Pr^{1/3}\,Re^{0,8}\left(\frac{D_e}{D_i}\right)^{0,59}$ où Nu et Re sont à partir du diamètre hydraulique, dans l'espace annulaire entre deux cylindres, D_e et D_i étant respectivement les diamètres extérieur et intérieur du canal considéré.
2 − Dans l'hypothèse où $T_1 = 100°$ C, déterminer par la méthode du NUT la longueur des tubes nécessaire.
3 − Comment varie cette longueur si l'on fait varier T_1 ? Tracer l'allure de la courbe $L(T_1)$.

On donne : Le diametre hydraulique $D_h = \frac{4 \times \mathcal{A}}{\mathcal{P}}$
Les différents diamètres sont : $D_1 = 0,08\,m$, $D_2 = 0,1\,m$ et $D_3 = 0,15\,m$

Cross flow heat exchanger

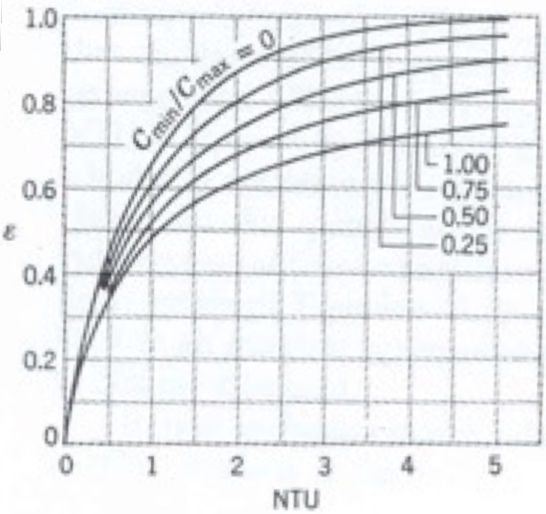


Figure 11.18 Effectiveness of a single-pass, cross-flow heat exchanger with both fluids unmixed (Equation 11.33).

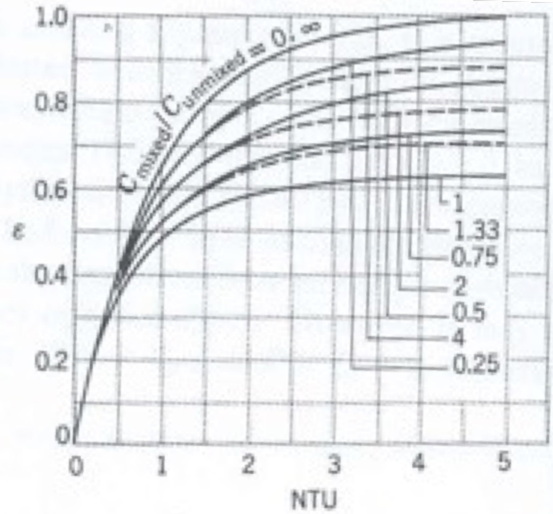


Figure 11.19 Effectiveness of a single-pass, cross-flow heat exchanger with one fluid mixed and the other unmixed (Equations 11.34, 11.35).

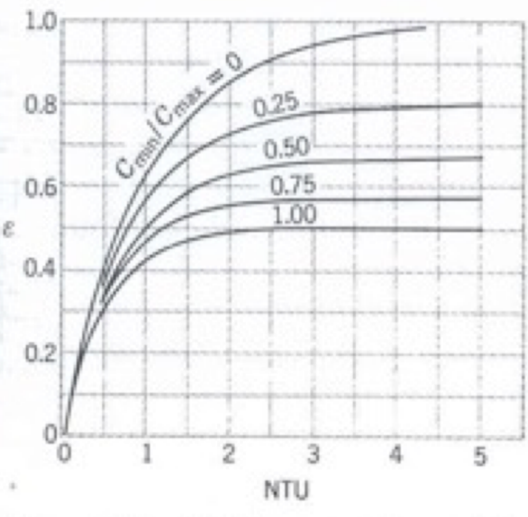


Figure 11.14 Effectiveness of a parallel-flow heat exchanger (Equation 11.29).

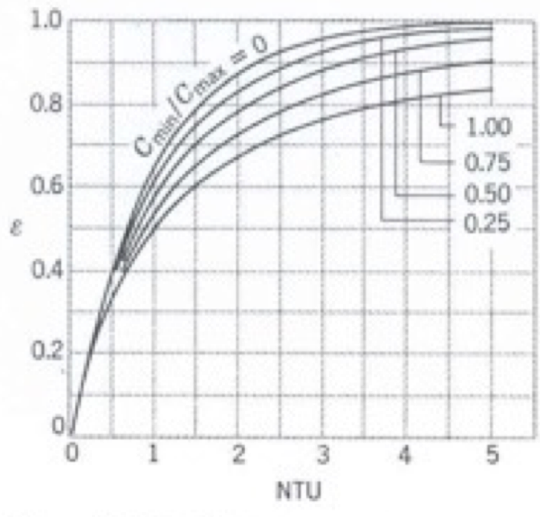


Figure 11.15 Effectiveness of a counterflow heat exchanger (Equation 11.30).

FLOW ARRANGEMENT	RELATION
Concentric tube	
Parallel flow	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\mathrm{NTU}(1 + C_r)]}{1 + C_r}$
Counterflow	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\mathrm{NTU}(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-\mathrm{NTU}(1 - C_r)]}$
Shell and tube	
One shell pass (2,4,... tube passes)	$\varepsilon_1 = 2\left\{1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \dfrac{1 + \exp\left[-\mathrm{NTU}(1 + C_r^2)^{1/2}\right]}{1 - \exp\left[-\mathrm{NTU}(1 + C_r^2)^{1/2}\right]}\right\}^{-1}$
n Shell passes ($2n, 4n, \ldots$ tube passes)	$\varepsilon = \left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - C_r\right]^{-1}$
Cross flow (single pass)	
Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp\left[\left(\dfrac{1}{C_r}\right)(\mathrm{NTU})^{0.22}\left\{\exp\left[-C_r(\mathrm{NTU})^{0.78}\right] - 1\right\}\right]$
C_{max} (mixed), C_{min} (unmixed)	$\varepsilon = \left(\dfrac{1}{C_r}\right)(1 - \exp\{-C_r[1 - \exp(-\mathrm{NTU})]\})$
C_{min} (mixed), C_{max} (unmixed)	$\varepsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1}\{1 - \exp[-C_r(\mathrm{NTU})]\})$
All exchangers ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp(-\mathrm{NTU})$

FLOW ARRANGEMENT	RELATION
Concentric tube	
Parallel flow	$\mathrm{NTU} = -\dfrac{\ln[1 - \varepsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$
Counterflow	$\mathrm{NTU} = -\dfrac{1}{C_r - 1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1}\right)$
Shell and tube	
One shell pass	$\mathrm{NTU} = -(1 + C_r^2)^{-1/2}\ln\left(\dfrac{E - 1}{E + 1}\right)$
(2,4,... tube passes)	$E = \dfrac{2/\varepsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$
n Shell passes	Use Equations 11.31b and 11.31c with
($2n, 4n, \ldots$ tube passes)	$\varepsilon_1 = \dfrac{F - 1}{F - C_r}, \; F = \left(\dfrac{\varepsilon C_r - 1}{\varepsilon - 1}\right)^{1/n}$
Cross flow (single pass)	
C_{max} (mixed), C_{min} (unmixed)	$\mathrm{NTU} = -\ln\left[1 + \left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln(1 - \varepsilon C_r)\right]$
C_{min} (mixed), C_{max} (unmixed)	$\mathrm{NTU} = -\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln[C_r \ln(1 - \epsilon) + 1]$
All exchangers ($C_r = 0$)	$\mathrm{NTU} = -\ln(1 - \varepsilon)$