Optique physique

AAV n°6 : être capable de calculer l'éclairement d'un système interférentiel à ondes multiples

Consignes : Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fausse en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fausse en devoir.

1 Les savoir-faire à connaître

Savoir étudier un réseau d'interférences

Exercice 1 : Réseau d'interférences

On considère un réseau de N fentes de Young séparées de la distance a. On observe la figure d'interférence produite en un point P sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille de distance focale f. On note a_0 l'amplitude de l'onde qui sort de la première fente au niveau du point P. On repère par la variable y la position du point P sur l'écran.

1. Montrer que l'expression de la différence de marche δ entre deux ondes transmises consécutives dans la direction faisant un petit angle θ avec la normale au réseau a pour expression $\delta = a\theta = \frac{ay}{f}$.
2. Montrer que l'expression de l'amplitude complexe de l'onde totale résultante dans la direction θ a pour expression $\underline{a} = a_0 \frac{e^{i\frac{N\Delta\phi}{2}}}{e^{i\frac{\Delta\phi}{2}}} \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$ (chercher à obtenir la somme des éléments d'une suite géométrique).
3. Montrer que l'éclairement dans la direction θ a pour expression :
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$
4. Déterminer l'expression de l'éclairement pour $\Delta\phi = 0$.
5. Déterminer l'expression de l'éclairement pour $\Delta\phi = 2\pi$. En déduire que l'éclairement est maximal tous les $\Delta\phi = 2\pi$.
6. Tracer le graphe de ε.

Savoir étudier l'interféromètre de Fabry-Perrot

Exercice 2 : Interféromètre de Frabry-Perrot

Un interferméromètre de Fabry-Perrot est constitué d'une lame d'air d'épaisseur e comprise ente deux lames de verre d'épaisseur négligeable dont les faces en regard planes et parallèles ont été rendues très réfléchissantes. On désignera par R et T les coefficients de réflexion et de transmission en énergie des lames et par r et t les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude. On éclaire le Fabry-Perrot par une source étendue monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, d'amplitude complexe a_0 et d'éclairement ε_0.

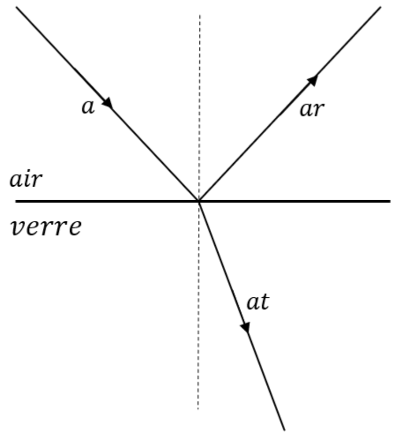
1. Déterminer l'expression du déphasage $\Delta\phi$ entre deux ondes transmises consécutives dans la direction faisant un angle i avec la normale aux lames.
2. Montrer que l'expression de l'amplitude complexe de l'onde totale résultante dans la direction i a pour expression $\underline{a} = \underline{a}_0 t^2 e^{i\phi_0} \frac{1}{1-r^2 e^{i\Delta\Phi}}$ où ϕ_0 est la phase prise par la propagation de l'onde transmise sans réflexion.
3. Montrer que l'éclairement dans la direction i a pour expression :
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R\cos(\Delta\phi)}$$
4. Déterminer l'expression de ε_{max} dans la direction des franges brillantes et de ε_{min} dans la direction des franges sombres. En déduire l'expression du contraste des franges.
5. On donne $R = 0{,}88$. Calculer la valeur du contraste.
6. Tracer le graphe de $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}$.
7. Montrer, en utilisant l'identité $1 - \cos A = 2\sin^2 \frac{A}{2}$, que l'éclairement peut s'écrire sous la forme :
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 \frac{1}{1 + F\sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}}$$
8. Déterminer l'expression en fonction de R de la finesse $\mathcal{F}$ des franges, défini comme le rapport de la différence de phase entre deux maximas successifs à la largeur $\Delta\varphi$ d'une frange brillante à mi-hauteur.

2 La mise en œuvre pour valider l'apprentissage

Exercice 3 : Effet Fabry-Perrot dans une lame de verre

Une lame de verre d'indice n, dont les faces rendues particulièrement réfléchissantes sont considérées parfaitement planes et parallèles, est éclairée en incidence normal par un faisceau parallèle de longueur d'onde λ. L'absorption dans la lame est négligeable.

Nous allons dans un premier temps établir les relations de Stokes. On désigne par r et t les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de l'onde dans le sens air/verre et par r' et t' les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de l'onde dans le sens verre/air. La figure suivante montre les amplitudes des ondes transmises et réfléchies à travers une interface air/verre.

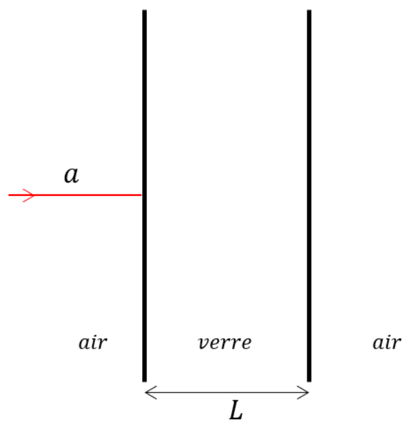


1. Montrer en utilisant la symétrie par renversement du temps que :

$$r = -r'$$

$$r^2 + tt' = 1$$

La figure suivante montre le schéma de la lame de verre.



2. Déterminer l'expression du déphasage $\Delta\phi$ entre le $k+1$-ième rayon réfléchi et le k-ième rayon réfléchi.
3. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'onde réfléchie par la lame de verre en fonction de a, r, t, r', t' et $\Delta\phi$.
4. Montrer en utilisant les relations de Stokes que l'amplitude complexe de l'onde réfléchie a pour expression :
$$a_{reflechi} = ar\frac{1 - e^{i\Delta\phi}}{1 - r^2 e^{i\Delta\phi}}$$
5. Déterminer l'expression des épaisseurs de lame qui assurent une onde réfléchie nulle.
6. Montrer que l'amplitude transmise par la lame a pour expression :
$$a_{tranmis} = ae^{i\frac{\Delta\phi}{2}}\frac{1 - r^2}{1 - r^2 e^{i\Delta\phi}}$$
7. Montrer que le coefficient de réflexion de la lame $|\frac{a_{reflechi}}{a}|^2$ a pour expression $\frac{4R\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}{(1-R)^2+4R\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$ où R est le coefficient de réflexion en énergie de l'interface air/verre.
8. De même, montrer que le coefficient de transmission de la lame $|\frac{a_{transmis}}{a}|^2$ a pour expression $\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$.

9. Déterminer l'expression du coefficient de transmission maximale de la lame. Calculer la valeur de ce coefficient pour $R = 0,94$.

Exercice 4 : Cavité Fabry-Perrot

Une cavité Fabry-Perrot remplie d'un milieu d'indice de réfraction n est limitée par deux miroirs-plans parallèles partiellement réfléchissants, de même pouvoir de réflexion R et de transmission T en intensité, parallèle et distants de L. La cavité est entourée d'air d'indice égal à 1. On désignera par R et T les coefficients de réflexion et de transmission en énergie des lames et par r et t les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude. On éclaire cette cavité en incidence normale par une onde lumineuse incidente monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, d'amplitude complexe a_0 et d'éclairement ε_0.

1. Déterminer l'expression du déphasage $\Delta\phi$ entre le $k+1$-ième rayon transmis et le k-ième rayon transmis.
2. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe de l'onde résultante à la sortie de la cavité Fabry-Perrot.
3. Montrer que l'éclairement transmis à la sortie de la cavité peut s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \frac{1}{1 + m \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

et déterminer les expressions de m et de ε_{max}.

Exercice 5 : Éclairement transmis près de la résonance

Nous considérons un milieu d'indice n de longueur l placé dans une cavité Fabry-Perrot limitée par deux miroirs-plans parallèles distants de L. Les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des miroirs sont notés r et t. L'absorption de la lumière par les miroirs est négligeable. Nous étudions la transmission de ce système au voisinage de la résonance. On éclaire cette cavité en incidence normale par une onde lumineuse incidente monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, d'amplitude complexe a_0 et d'éclairement ε_0.

1. Montrer que la différence de phase entre deux rayons successifs émergeant a pour expression $4\pi\frac{nl+(L-l)}{\lambda}$.
2. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe transmise.
3. Montrer que l'éclairement peut s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}}$$

Déterminer l'expression de F.

4. Nous faisons varier légèrement la taille de la cavité à l'aide d'une cale piézo-électrique afin de de réaliser un balayage du déphasage au voisinage d'une résonance. Poser $\Phi = \frac{\Delta\phi}{2}$ et on note Φ_m le déphasage à une résonance. Déterminer l'expression de l'éclairement au voisinage de la résonance.