

## Optique physique

### AAV n°4 : être capable de calculer l'éclairement produit par une source non ponctuelle

**Consignes :** Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fautive en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fautive en devoir.

## 1 Les savoir-faire à connaître

**Savoir définir la largeur de cohérence d'une source**

**Exercice 1 : Trous de Young**

Nous considérons deux sources  $S$  et  $S''$  cohérentes temporellement de longueur d'onde  $\lambda$  mais séparées de la distance  $b$ . La source  $S$  est sur l'axe optique du système interférentiel.

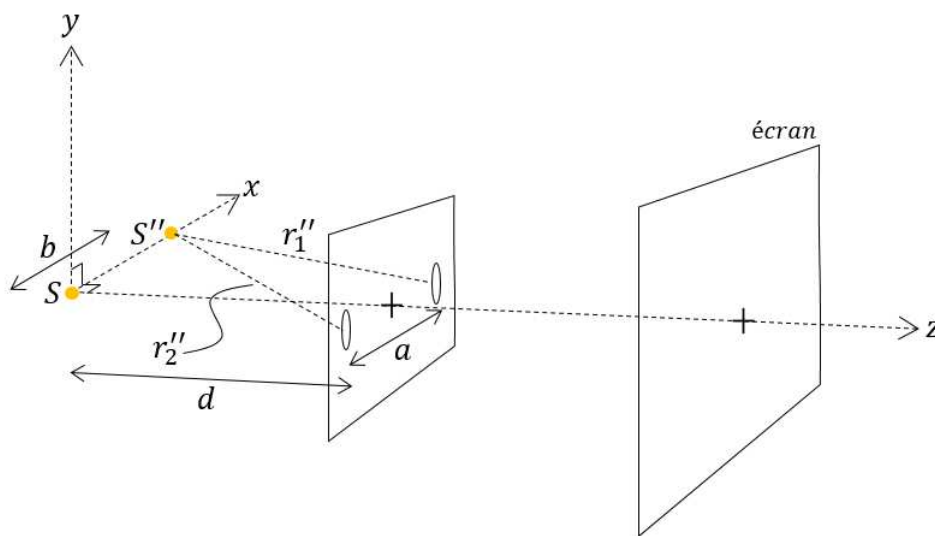
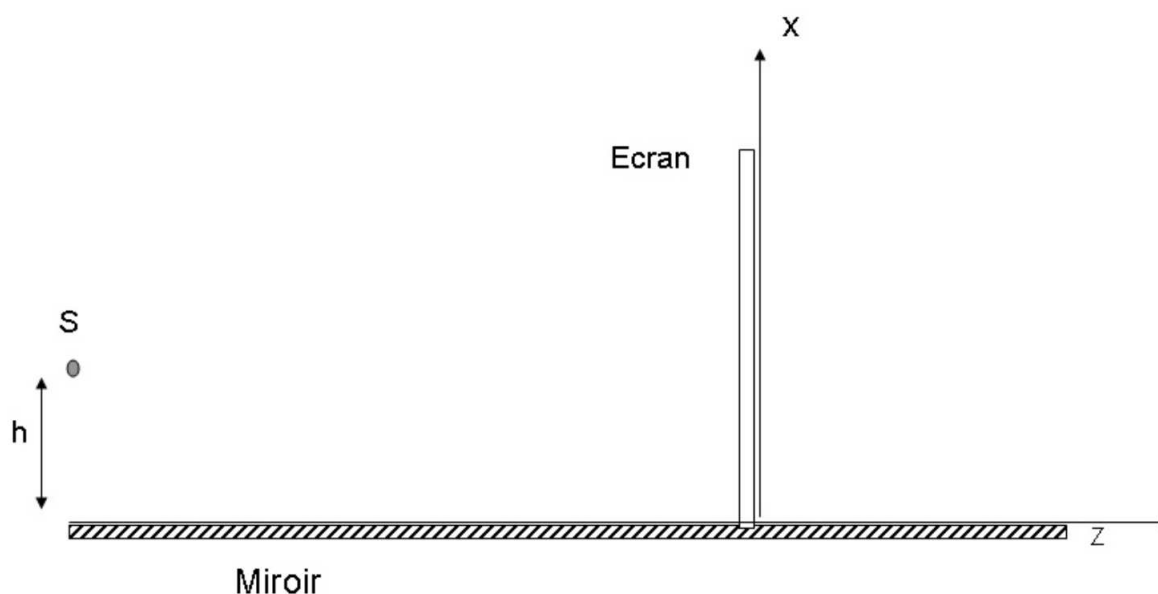


FIGURE 1 – Trous d'Young éclairés par deux sources ponctuelles.

1. Est-ce que la frange centrale produite par la source  $S$  est une frange constructive ou destructive ?
2. Déterminer l'expression de la différence de marche  $r_2'' - r_1''$  avant les trous de Young dans le cas  $d \gg b$  et  $d \gg a$ .
3. En déduire que les franges créées par chaque trou ne se brouillent pas si  $\frac{ab}{d} \ll \lambda$ .
4. Calculer l'ordre de grandeur de la largeur de cohérence  $b$  dans le visible pour que les franges ne se brouillent pas si la source  $S''$  est à 10 cm des trous de Young séparés de 1 mm.

### Exercice 2 : Miroir de Lloyd

Une source lumineuse ponctuelle monochromatique  $S$  de longueur d'onde  $\lambda$  est placée au dessus d'un miroir plan horizontal. La distance de la source au miroir est notée  $h$ . Un écran perpendiculaire au miroir est placé à une distance  $z$  de la source. On se place dans les conditions  $z \gg h$  et  $z \gg x$ .



1. Montrer que cette expérience est équivalente à une expérience d'interférence entre deux sources ponctuelles  $S$  et  $S'$  mutuellement cohérentes. Où se situe  $S'$  ?
2. Déterminer l'éclairement en un point  $M$  de l'écran. Comment évolue l'interfrange lorsque  $h$  augmente ?
3. Que vaut le contraste de la figure d'interférence ?

On suppose à présent que la source est étendue dans la direction  $Ox$  : c'est un trait de lumière situé entre  $h_0 - \frac{\Delta h}{2}$  et  $h_0 + \frac{\Delta h}{2}$ . On suppose par ailleurs que cette source est spatialement incohérente. On se propose de déterminer l'éclairement en tout point de l'écran et d'en déduire le contraste des franges. Une portion infiniment petite  $dh$  de la source a un éclairement  $d\varepsilon_0 = \varepsilon_0 \frac{dh}{\Delta h}$ .

4. Déterminer l'éclairement  $d\varepsilon$  produit sur l'écran par une portion infinitésimal  $dh$  de la fente.
5. En déduire que l'éclairement total  $\varepsilon$  en un point de l'écran peut se mettre sous la forme  $\varepsilon = 2\varepsilon_0(1 + C(x) \cos(mx))$  avec  $m = 4\pi \frac{h_0}{\lambda z}$ .
6. Pour une position  $z$  donnée tracer le graphe du contraste en fonction de  $x$ . Pour quelle valeur  $x_0$  s'annule-t-il une première fois ? Comment évolue  $x_0$  avec  $z$  ?

## 2 La mise en œuvre pour maîtriser l'apprentissage

### Exercice 3 : Interférométrie radio

Dans le domaine radio, le ciel peut être observé grâce à un ensemble d'antennes. Chaque antenne permet de mesurer les ondes électromagnétiques provenant d'une large part du ciel visible. Réparties autour d'un point central, les antennes sont atteintes plus ou moins tôt par l'émission d'une source, qui est convertie en signal électrique. Pour mesurer sur chaque antenne le signal de la source, il suffit alors de retarder les signaux des antennes proches de la source : on pourra alors superposer de façon cohérente les signaux retardés et étudier les interférences.

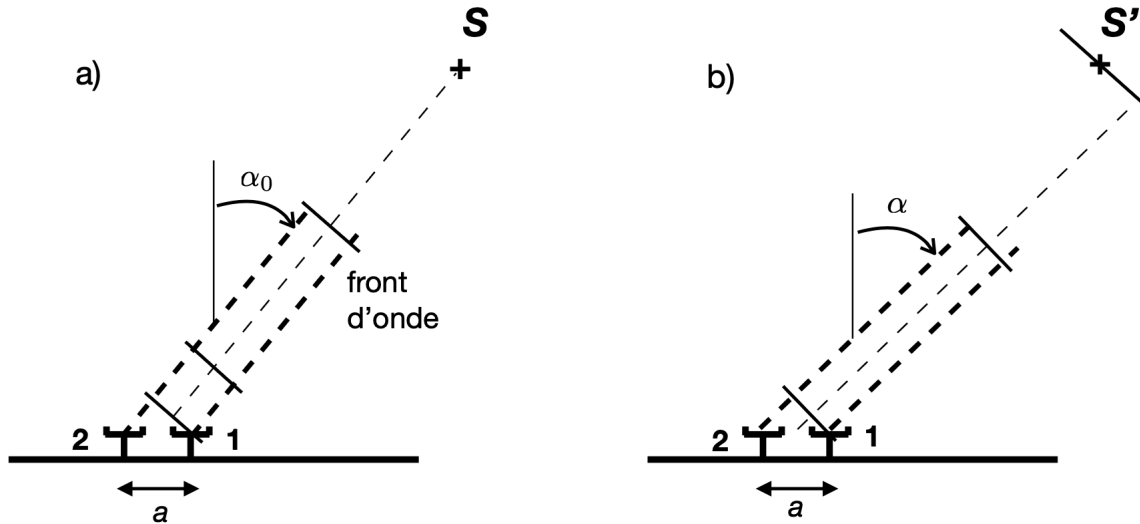


FIGURE 2 – a) Interféromètre radio constitué de deux antennes 1 et 2 observant une source ponctuelle  $S$ . b) Observation d'une source étendue.

On se place ici dans le cas simple de deux antennes 1 et 2 séparées d'une distance variable  $a$ . Une source ponctuelle lointaine (par exemple une galaxie active) émet du rayonnement radio qui parvient aux antennes suivant un angle d'incidence  $\alpha_0 = 40^\circ$ . On supposera que la source et les antennes considérées comme des points appartiennent à un même plan. Les ondes parvenant aux antennes seront supposées planes de fréquence  $\nu = 200$  MHz et d'amplitude  $S(t) = s_0 e^{i(kr - \omega t)}$  où  $r$  est le chemin optique et  $s_0$  l'amplitude maximale réelle. On notera le chemin optique de la source à l'antenne 1,  $r_1$  et de la source à l'antenne 2,  $r_2$ .

1. Exprimer et calculer la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement radio.
2. Exprimer la différence de marche  $\delta$  entre les rayons 1 et 2 arrivant aux deux antennes. En déduire l'expression du décalage temporel  $\tau$  entre l'arrivée d'un même front d'onde en 1 puis en 2. Calculer  $\tau$  pour  $a = 100$  m.

Lors de son arrivée sur une antenne, l'onde  $S(t)$  est convertie instantanément en un signal électrique  $A(t) = s_e e^{-i\omega t}$  où  $s_e$  est une constante complexe. On considère un même front d'onde qui arrive au temps  $t_1$  sur l'antenne 1 et au temps  $t_2$  sur l'antenne 2.

3. Exprimer  $A_1$  et  $A_2$  les signaux électriques issus d'un même front d'onde.
4. On obtient un signal d'interférence  $A$  en superposant  $A_1$  et  $A_2$ . La puissance du signal électrique est donnée par  $I = \frac{1}{2} A A^*$  qui est proportionnelle à l'intensité lumineuse. Montrer que  $I = 2I_0(1 + \cos(\omega\tau))$  et donner l'expression de  $I_0$ .
5. Comment peut-on procéder pour obtenir  $I$  maximal? Exprimer alors le retard minimal  $\tau$ . On notera  $\varphi_0 = \omega\tau$  le déphasage correspondant.

En réalité la source n'est pas ponctuelle et l'inclinaison  $\alpha$  des rayons qui parviennent aux antennes est telle que  $\alpha_0 - \frac{\Delta\alpha}{2} \leq \alpha \leq \alpha_0 + \frac{\Delta\alpha}{2}$  (voir figure b). Autrement dit la source a une extension ou diamètre angulaire  $\Delta\alpha$ . Cette extension se traduit par un déphasage variable  $\varphi$

entre l'arrivée d'un front d'onde sur l'antenne 1 puis sur l'antenne 2 tel que  $\varphi_0 - \frac{\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}$

6. Dans la limite où  $\Delta\alpha \ll \alpha_0$ , montrer que  $\Delta\varphi = ka \cos \alpha_0 \Delta\alpha$ .
7. On définit  $J_\varphi = \frac{I_0}{\Delta\varphi}$ . Exprimer alors l'intensité d'interférence  $dI$  provenant d'un petit élément de la source correspondant à  $d\varphi$  en fonction de  $J_\varphi$ ,  $\varphi$  et  $d\varphi$ .
8. En supposant que l'émission de la source est homogène et que tous ses points émettent de façon indépendante, exprimer le signal d'interférence  $I_e$  provenant de la source étendue en fonction de  $\varphi_0$  et  $\Delta\varphi$ .
9. Tracer le graphe de  $I_e$  en fonction de  $a$ . Quelle est l'expression du contraste ?
10. En écrivant la condition de brouillage du signal d'interférence  $I_e$ , établir l'expression de  $\Delta\alpha$  en fonction de  $\lambda$ ,  $a$  et  $\alpha_0$ .
11. Dans la pratique, comment faudra-t-il procéder pour déterminer le diamètre angulaire de la source  $\Delta\alpha$  ?