Optique physique

AAV n°4 : être capable de calculer l'éclairement produit par une source non ponctuelle - solution

1 Les savoir-faire à connaître

Savoir définir la largeur de cohérence d'une source

Exercice 1 : Trous de Young

1. La différence de chemin optique entre les deux rayons issus de S est nulle au centre de l'écran. La frange est donc constructive.
2. On a $r_2'' - r_1'' = \sqrt{\left(b+\frac{a}{2}\right)^2 + d^2} - \sqrt{\left(b-\frac{a}{2}\right)^2 + d^2}$. Dans le cas $d >> b$ et $d >> a$, on fait un DL à l'ordre 1 pour obtenir $r_2'' - r_1'' = \frac{ab}{d}$.
3. Les franges créées par chaque trou ne se brouillent pas si $\frac{ab}{d} << \lambda$. Le premier brouillage apparaît lorsque le point S'' produit une frange déstructive au centre de l'écran c'est-à-dire pour $\frac{ab}{d} = \frac{\lambda}{2}$. Les trous de Young sont alors spatialement incohérents. Les trous de Young prennent des parties du front d'onde qui sont trop séparées spatialement. Pour retrouver de la cohérence spatiale entre les trous de Young, il faut diminuer leur écart.
4. On obtient une perte de contraste pour $b \simeq 10^{-5}$. Le flux émis est alors très faible. Pour augmenter l'éclairement, il faut augmenter la taille de la source. On doit alors utiliser un montage à division d'amplitude pour s'affranchir des problèmes de cohérence spatiale.

Savoir calculer l'éclairement produit par une source étendue

Exercice 2 : Miroir de Lloyd

1. S' est l'image de S dans le miroir. Elle se situe à une distance S du miroir.
2. On peut utiliser la formule de Fresnel. La différence de marche se calcule avec le développement limité en rajoutant le $\lambda/2$ de la réflexion. On a $\delta = \frac{2xh}{z} + \frac{\lambda}{2}$ d'où $\varepsilon = 2\varepsilon_0(1+\cos(\Delta\phi))$ avec $\Delta\phi = 2\pi(\frac{2xh}{\lambda z} + \frac{1}{2})$.
3. $C = 1$
4. On peut appliquer la formule de Fresnel a une portion infinitésimale dh de la fente. Nous avons $d\varepsilon = 2d\varepsilon_0(1+\cos(\Delta\phi)) = 2\varepsilon_0\frac{dh}{\Delta h}(1+\cos(\Delta\phi))$ avec $\Delta\phi =$.
5. L'éclairement total a pour expression $\varepsilon = \frac{2\varepsilon_0}{\Delta h}\int_{h_0-\frac{\Delta h}{2}}^{h_0+\frac{\Delta h}{2}}(1+\cos(2\pi(\frac{2xh}{\lambda z}+\frac{1}{2}))dh$ d'où $\varepsilon = 2\varepsilon_0\left(1+\frac{\sin(\frac{2\pi\Delta h x}{\lambda z})}{\frac{2\pi\Delta h x}{\lambda z}}\cos(4\pi\frac{h_0}{\lambda z}x)\right)$. On introduit la fonction $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ pour obtenir $\varepsilon = 2\varepsilon_0\left(1+\mathrm{sinc}(\frac{2\pi\Delta h}{\lambda z}x)\cos(4\pi\frac{h_0}{\lambda z}x)\right)$.
6. $C = \mathrm{sinc}(\frac{2\pi\Delta h}{\lambda z}x)$. Le contraste est nulle pour $x_0 = \frac{\lambda z}{2\Delta h}$. Les différents points de la source interfèrent destructivement en ce point. Autrement dit, les différents points de la source sont alors spatialement incohérent en ce point. On voit que la cohérence spatiale de la source est une propriété lié au montage expérimentale qui permet d'observer les franges. En effet, x_0 augmente avec z. Cette valeur tend vers l'infinie si z tend vers l'infini. Infiniment loin, la source redevient ponctuel et la source retrouve sa cohérence spatiale. On constate également que x_0 diminue si la largeur spatiale de la source augmente.

2 La mise en œuvre pour maîtriser l'apprentissage

Exercice 3 : Interférométrie radio

1. $\lambda = c/\nu = 1{,}5\,\mathrm{m}$
2. $\delta = r_2 - r_1 = a\sin\alpha_0$ et $\tau = \frac{a\sin\alpha_0}{c} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{s}$.
3. $A_1 = s_e e^{-i\omega t_1}$ et $A_2 = s_e e^{-i\omega(t_1+\tau)}$.
4. $I = \frac{1}{2}AA^* = \frac{1}{2}s_e s_e^*(1+e^{i\omega\tau})(1+e^{-i\omega\tau}) = 2I_0(1+\cos(\omega\tau))$ avec $I_0 = \frac{1}{2}s_e s_e^*$.
5. I maximal si $\cos(\omega\tau)) = 1$. On a alors $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ au min ($\alpha \neq 0$).
6. $\varphi_0 = \frac{a\omega}{c}\sin(\alpha_0)$ d'où $\Delta\varphi = \frac{a\omega}{c}\sin(\alpha_0+\frac{\Delta\alpha}{2}) - \frac{a\omega}{c}\sin(\alpha_0-\frac{\Delta\alpha}{2})$. Dans le cas $\Delta\alpha << \alpha_0$, on fait un développement de Taylor à l'ordre 1 pour obtenir $\Delta\varphi = ka\cos\alpha_0\Delta\alpha$.
7. Nous pouvons appliquer la formule de Fresnel à une portion angulaire infiniment petite de la source. Une portion $d\alpha$ de la source correspond à une variation $d\varphi$ de la phase. On a $dI = 2I_0\frac{d\varphi}{\Delta\varphi}(1+\cos\varphi)$
8. $I_e = 2I_0\int_{h_0-\frac{\Delta h}{2}}^{h_0+\frac{\Delta h}{2}}\frac{1}{\Delta\varphi}(1+\cos\varphi)d\varphi = 2I_0(1+\mathrm{sinc}(\frac{\Delta\varphi}{2})\cos(\varphi_0))$.
9. Graphe.
10. $C = \mathrm{sinc}(\frac{\Delta\varphi}{2})$ Il y a brouillage pour $\Delta\varphi = 2\pi = ka\cos\alpha_0\Delta\alpha$ d'où $\Delta\alpha = \frac{2\pi}{ka\cos\alpha_0}$.
11. On détermine $\Delta\alpha$ en changeant la distance a afin d'obtenir la courbe de I en fonction de a et obtenir le premier brouillage. On a alors $\Delta\alpha = \frac{2\pi}{ka\cos\alpha_0}$.