Calcul de la densité de mode par unité de vecteur d'onde (plus précisément du module du vecteur d'onde)

$$D(k) = \frac{1}{V} \frac{\partial n}{\partial k}$$

$$\uparrow$$

$$|\vec{k}|$$

Dans une boite, le vecteur d'onde est quantifié car on a un nombre entier de demi λ sur la taille de la boite

$k.L =$

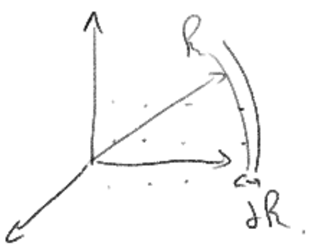
$\vec{U_x}$

$$\vec{k} = \left[n_x \times \frac{1}{L} \vec{U_x} + \frac{n_y}{L} \vec{U_y} + \frac{n_z}{L} \vec{U_z} \right] \pi$$

Autrement dit $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \pi \frac{n_x}{L}$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_x}{2} = \frac{L}{n_x}$$

Espace des $\vec{k}$



$\Rightarrow$ Dans l'espace des $\vec{k}$, les modes sont separés de $\frac{\pi}{L}$ dans chaque direction

$\Rightarrow$ Volume d'un mode $\left(\frac{\pi}{L}\right)^3$

$\frac{\partial n}{\partial k}$: nombre de mode ∂n pour une variation ∂k de la morme de k

$\Rightarrow$ nombre de mode dans la calotte d'epaisseur ∂k autour de k.

$$\frac{\partial n}{\partial k} = \frac{\text{Volume de la calotte}}{\text{Volume d'un mode}} \times \frac{1}{\partial k}.$$

Volume de la calotte $\displaystyle\int_{k}^{k+\partial k} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} d^3\vec{k}$

$$\shortparallel$$

$$k^2\, dk\, \underbrace{d\theta\, \sin\theta\, d\varphi}_{4\pi}$$

$$= 4\pi \left[\frac{k^3}{3}\right]_{k}^{k+\delta k}$$

$$\simeq 4\pi \left[\frac{k^3}{3}\left(1 + 3\,\frac{\delta k}{k}\right) - \frac{k^3}{3}\right]$$

$$\simeq 4\pi\, k^2\, \delta k.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V}\frac{\partial n}{\partial k} = \frac{1}{L^3} \times \frac{4\pi k^2}{\pi^3} \times L^3$$

$$= \frac{4 k^2}{\pi^2}$$