(1) ONDES GRAVITATIONNELLES

1. $[F] = [ma] = MLT^{-2}$

2. $F = GM_1m_2/d^2 \rightarrow MLT^{-2} = [G]M^2L^{-2}$

d'où $[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$

3. $[h] = \dfrac{[G]ML^2}{L\,[LT^{-1}]^4\,T^2} = (M^{-1}L^3T^{-2}ML^2)(L^{-5}T^2)$

$= \text{"}1\text{"}$ SANS DIMENSION !

(cf. h est une déformation relative $h \sim \dfrac{\delta L}{L}$)

(2) MAGNETISME

1. $f = qvB$ $\qquad i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow [q] = IT$

↳ $MLT^{-2} = I\,T\,LT^{-1}\,[B]$

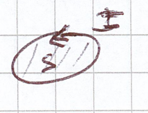
d'où $[B] = MT^{-2}I^{-1}$

2. $E_p = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} \Rightarrow [\mu] = [E][B]^{-1}$

et $E = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow [E] = ML^2T^{-2}$

d'où $[\mu] = ML^2T^{-2} \times M^{-1}T^2I$

$= IL^2$

(on verra + tard que $\vec{\mu} = I\vec{S}$ )

3 $[B] = \dfrac{[\mu_0][\mu]}{[r^3]} = [\mu_0]\,I\,L^{-1}$

↳ $[\mu_0] = MT^{-2}I^{-1} \times I^{-1}L$

$[\mu_0] = MLT^{-2}I^{-2}$

(3) HOMOGÈNE ou PAS ?

1- e^{-t} pas hom $\qquad$ 2- vecteur = scalaire

3- $[P] = E/T = ML^2T^{-2}$ et à droite $q \rightarrow I$

$ML^2T^{-2} = I \times \dots$

d'où $\left[\left(\frac{aR}{L}+b\omega\right)\cos\omega t+\left(\frac{bR}{L}-a\omega\right)\sin\omega t\right]e^{\frac{R}{L}t}=\frac{E_0}{L}\cos\omega t\, e^{\frac{R}{L}t}$

$\rightarrow$ m̂ système en a et b qu'à la question 3

6) Point de vue subjectif : le passage en $\mathbb{C}$ est + rapide et + sûr !

Circuit LC

1. $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0 \rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2 q=0$ avec $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

sol^n $q(t)=\lambda\cos\omega_0 t+\mu\sin\omega_0 t$

2. $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=E_0\cos\omega t$ $\quad q=\mathrm{Re}(\underline{q}\,e^{i\omega t})$

$\Rightarrow -L\omega^2\underline{q}+\frac{1}{C}\underline{q}=E_0$

$\left(\frac{1}{C}-L\omega^2\right)\underline{q}=E_0$

$(1-LC\omega^2)\underline{q}=CE_0$

$\underline{q}=\frac{C}{1-LC\omega^2}E_0=\frac{C}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}E_0$

$q=\mathrm{Re}(\underline{q}\,e^{i\omega t}) \Rightarrow q(t)=\frac{C}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}E_0\cos\omega t$

Rq si $\omega=\omega_0$ $q\nearrow\infty$ résonance !

CIRCUIT RL

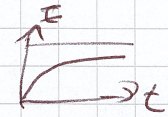
1- $L\frac{dI}{dt}+RI=0$ $\qquad I=\lambda e^{-\frac{R}{L}t}$

2 $L\frac{dI}{dt}+RI=E$ $\qquad E$ cste

– sol^n part. $I=\frac{E}{R}$ $\rightarrow$ $I=\lambda e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{E}{R}$

– $t=0$ $I=0$ $\Rightarrow$ $0=\lambda+\frac{E}{R}$ soit $\lambda=-E/R$

$\hookrightarrow I=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$



$t\to\infty$, $I\to\frac{E}{R}$ (la sol^n particulière = régime permanent)

3 $L\frac{dI}{dt}+RI=E_0\cos\omega t$

$I=a\cos\omega t+b\sin\omega t$ $\qquad \frac{dI}{dt}=-a\omega\sin\omega t+b\omega\cos\omega t$

$\hookrightarrow$ $(bL\omega+aR)\cos\omega t+(bR-aL\omega)\sin\omega t=E_0\cos\omega t$

d'où $\begin{cases} bL\omega+aR=E_0 \\ bR-aL\omega=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=E_0\frac{R}{R^2+L^2\omega^2} \\ b=E_0\frac{L\omega}{R^2+L^2\omega^2} \end{cases}$

4. $L\frac{dI}{dt}+RI=E_0\cos\omega t$ avec $I\to\underline{I}e^{j\omega t}$ $\qquad E_0\cos\omega t\to E_0e^{j\omega t}$

$\Rightarrow (iL\omega+R)\underline{I}=E_0$

soit $\underline{I}=\frac{E_0}{R+iL\omega}=\frac{R-iL\omega}{R^2+L^2\omega^2}E_0$

$I=\mathrm{Re}\left(\frac{R-iL\omega}{R^2+L^2\omega^2}E_0e^{i\omega t}\right)$

$=\frac{R}{R^2+L^2\omega^2}E_0\cos\omega t+\frac{L\omega}{R^2+L^2\omega^2}\sin\omega t$ $\qquad$ OK

5- $I=\lambda(t)e^{-\frac{R}{L}t}\rightarrow L\dot{\lambda}e^{-\frac{R}{L}t}-L\frac{R}{L}\lambda e^{-\frac{R}{L}t}+R\lambda e^{-\frac{R}{L}t}=E_0\cos\omega t$

$\Rightarrow \dot{\lambda}=\frac{E_0}{L}\cos\omega t\,e^{\frac{R}{L}t}$

Primitive sous la forme $(a\cos\omega t+b\sin\omega t)e^{\frac{R}{L}t}$

$\rightarrow \dot{\lambda}=(-a\omega\sin\omega t+b\omega\cos\omega t)e^{\frac{R}{L}t}+\left(\frac{R}{L}a\cos\omega t+\frac{R}{L}b\sin\omega t\right)\times e^{Rt/L}$

soit $\dot{\lambda}=\left[\left(a\frac{R}{L}+b\omega\right)\cos\omega t+\left(b\frac{R}{L}-a\omega\right)\sin\omega t\right]e^{\frac{R}{L}t}$