

Les 3 parties sont indépendantes.

Partie 1

L'arsenic 72 (${}^{72}_{33}\text{As}$) émet successivement un positon d'énergie cinétique maximale $E_{\beta^+_{max}} = 2,50 \text{ MeV}$ et un photon γ d'énergie $E_\gamma = 0,83 \text{ MeV}$. Le noyau fils est le germanium 72 (${}^{72}_{32}\text{Ge}$).

On donne :

- l'unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$
- la masse d'un proton : $m_p = 938,272 \text{ MeV}/c^2$
- la masse d'un neutron : $m_n = 939,565 \text{ MeV}/c^2$
- la masse d'un électron : $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
- la masse atomique du germanium 72 : $M_{at}({}^{72}\text{Ge}) = 71,9220758 \text{ u}$

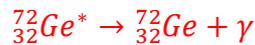
1) Donner le ou les équation(s) de désintégration de l'arsenic 72 vers la forme stable du germanium 72. **4 points**



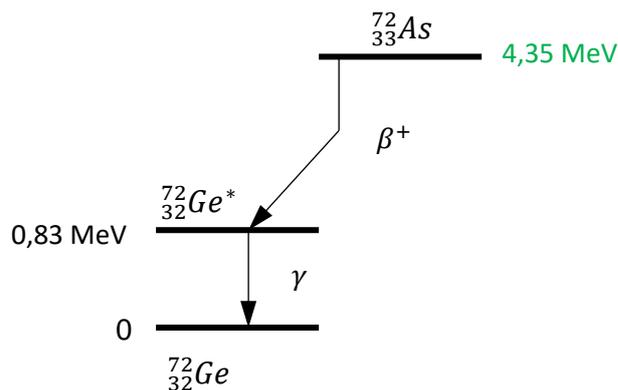
ou



et



2) Tracer le schéma de cette désintégration en indiquant, pour chaque niveau d'énergie, le noyau et l'énergie correspondants. **6 points**



Pour l'énergie de ${}^{72}_{33}\text{As}$:

énergie du photon γ + énergie cinétique maximale $E_{\beta^+_{max}}$ + condition énergétique $\beta^+ = 0,83 \text{ MeV} + 2,50 \text{ MeV} + 1,022 \text{ MeV} = 4,352 \text{ MeV}$

3) Calculer la masse atomique de l'arsenic 72 grâce à l'énergie cinétique maximale $E_{\beta^{+max}}$ émis par le positon et à l'énergie E_{γ} du photon γ (avec 7 chiffres significatifs). **6 points raisonnements + 2 points AN**

On a (voir cours) :

$$E_{\beta^{+max}} = [M_{at}(As) - M_{at}(Ge^*) - 2 m_e] c^2$$

soit

$$M_{at}(As) c^2 = E_{\beta^{+max}} + M_{at}(Ge^*) c^2 + 2 m_e c^2$$

Or, on a :

$$E_{\gamma} = [M_{at}(Ge^*) - M_{at}(Ge)] c^2$$

soit

$$M_{at}(Ge^*) c^2 = E_{\gamma} + M_{at}(Ge) c^2$$

D'où finalement :

$$M_{at}(As) c^2 = E_{\beta^{+max}} + E_{\gamma} + M_{at}(Ge) c^2 + 2 m_e c^2$$

$$M_{at}(As) = \frac{E_{\beta^{+max}} + E_{\gamma} + 2 m_e c^2}{c^2} + M_{at}(Ge)$$

AN :

$$M_{at}(As) = \frac{2,50 \text{ MeV} + 0,83 \text{ MeV} + 1,022 \text{ MeV}}{931,494 \text{ MeV}} \text{ u} + 71,9220758 \text{ u}$$

$$M_{at}(As) = 71,92675 \text{ u}$$

4) On donne la masse du noyau de germanium 72 stable : $M(^{72}Ge) = 71,9045218 \text{ u}$. Calculer l'énergie de liaison par nucléon du germanium 72. **4 points raisonnements + 2 points AN**

On a le défaut de masse ΔM (qui est aussi l'énergie de liaison totale du noyau) :

$$\Delta M = Z m_p + (A - Z) m_n - M(^{72}As)$$

$$\Delta M = 32 \times 938,272 \text{ MeV}/c^2 + (72 - 32) \times 939,565 - 71,9045218 \text{ u} \times 931,494 \text{ MeV}/c^2$$

$$\Delta M = 628,6733704 \text{ MeV}/c^2$$

D'où l'énergie de liaison par nucléon :

$$E_{\ell} = \frac{\Delta M c^2}{A}$$

$$E_{\ell} = \frac{628,6733704 \text{ MeV}/c^2 \times c^2}{72}$$

$$E_{\ell} = 8,73 \text{ MeV/nucléon}$$

Partie 2

10^9 noyaux d'erbium 169 se désintègrent en 3 jours pour donner $0,198 \times 10^9$ noyaux de thulium stable. Quelle est la période en jours de l'erbium 169 ? **6 points raisonnements + 2 points AN**

Soit N_1 le nombre de noyaux père d'erbium 169. On a $N_1(t = 0) = N_{10} = 10^9$ noyaux.

Soit N_2 le nombre de noyaux fils de thulium stable. On a $N_2(t = 3 \text{ j}) = 0,198 \times 10^9$ noyaux.

Le nombre de noyaux d'erbium 169 à $t = 3 \text{ j}$ est :

$$N_1(t = 3 \text{ j}) = N_{10} - N_2(t = 3 \text{ j})$$

La décroissance radioactive donne, avec T la période de l'erbium 169 :

$$N_1(t = 3 \text{ j}) = N_{10} e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$$

soit

$$T = -t \frac{\ln 2}{\ln \frac{N_1(t = 3 \text{ j})}{N_{10}}}$$

et donc

$$T = -t \frac{\ln 2}{\ln \frac{N_{10} - N_2(t = 3 \text{ j})}{N_{10}}}$$

AN :

$$T = -t \frac{\ln 2}{\ln \frac{10^9 - 0,198 \times 10^9}{10^9}}$$

$$T = 9,42 \text{ j}$$

Remarque : On peut également utiliser la formule qui donne l'évolution du nombre de noyaux fils (thulium) (voir cours).

$$N_2(t) = N_{10} \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right)$$

Partie 3

Du sorbitol, de formule brute $C_6H_{14}O_6$, est marqué avec du carbone 14 (^{14}C).

1) Sachant qu'une mole d'atomes de ^{14}C a une activité de 2 310 GBq, quelle est, en $GBq \cdot mol^{-1}$, l'activité spécifique maximale que l'on peut obtenir ? **4 points**

L'activité spécifique maximale est obtenue quand les 6 atomes du sorbitol sont remplacés par un atome radioactif. On obtient alors :

$$6 \times 2\,310 \text{ GBq} \cdot \text{mol}^{-1} = 1,39 \times 10^4 \text{ GBq} \cdot \text{mol}^{-1}$$

L'activité spécifique mesurée est seulement de 4 620 $GBq \cdot mol^{-1}$.

2) Quel a été le rendement du marquage ? **4 points**

Le rendement r du marquage vaut :

$$r = \frac{4\,620 \text{ GBq} \cdot \text{mol}^{-1}}{6 \times 2\,310 \text{ GBq} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,333 = 33,3 \%$$