

Exercice

Une étude clinique a été menée pour évaluer l'efficacité d'un nouveau possible médicament antihypertenseur (Médicament A) par rapport à un placebo. Un échantillon de 100 patients souffrant d'hypertension a été recruté et réparti aléatoirement en deux groupes : 50 patients ont reçu le Médicament A et 50 patients ont reçu un placebo. Après 8 semaines de traitement, les patients ont été évalués pour déterminer si leur pression artérielle systolique (PAS) avait diminué d'au moins 10 mmHg par rapport à la valeur initiale.

Les données suivantes ont été collectées :

	<i>Groupe Médicament A</i>	<i>Groupe Placebo</i>
Nombre de patients avec une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg	32	20
PAS moyenne initiale	160	162
PAS moyenne après 8 semaines	140	158
Écart-type estimé de la PAS après 8 semaines	5,0	4,5

Tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

Question 1

Calculez l'intervalle de confiance à 95 % pour le pourcentage de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg dans le groupe ayant reçu le Médicament A.

Correction avec rédaction complète : Intervalle de confiance d'un pourcentage (9 pts)

Notons p_A , le pourcentage observé du nombre de patients avec une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg dans le groupe A et s_A , son écart-type estimé d'après les mesures observées.

$$p_A = 32 / 50 = 64,00 \% ; s_A = \sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}} = 0,0679 = 6,79 \% \quad (3 \text{ pts})$$

L'intervalle de confiance d'une proportion p est donné par la formule : $IC_{1-\alpha} = p \pm Z_{\alpha} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ (3 pts)

Avec ici $Z_{5\%} = 1,96$, on trouve : $IC_{95\%} = [50,69 \% ; 77,30 \%]$ (3 pts)

Question 2

Comparez les pourcentages de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg dans les deux groupes.

Correction : Comparaison de 2 % expérimentaux (11 pts)

1^{ère} voie de résolution : On se demande si le pourcentage de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg est le même dans les 2 groupes. (1 pt)

H0: $\pi_A = \pi_B$

H1 : $\pi_A \neq \pi_B$ (le test est bilatéral)

(2 pts)

Avec $p_A = 0,64$; $p_B = 20 / 50 = 0,40$; $p_c = (32 + 20) / 100 = 0,52$

Les conditions du test Z sont tous les $n \cdot p$ et $n \cdot (1-p) > 5$: $50 \cdot p_B = 20$ et $50 \cdot (1 - p_A) = 18$: OK

(2 pts)

$$(2 \text{ pts}) : Z_{obs} = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p_c \cdot (1 - p_c) \cdot \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}} = 2,40$$

$$(2 \text{ pts}) \quad Z_{obs} > Z_{th}(N(0, 1), 5\%, \text{bilatéral}) = 1,96$$

(2 pts) Nous pouvons en conclure à un rejet de H0 : le pourcentage de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg est différent dans les 2 groupes.

2^e voie de résolution : On se demande si le nombre de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg dépend du groupe Placébo ou Médicament : **test de Khi² possible car le test est bilatéral (1 pt)**

H0: Le nombre de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg ne dépend pas du groupe

H1 : Il dépend du groupe

(2 pts)

(4 pts) Tableau de contingence

Obs / Théo	Groupe Médicament A	Groupe Placebo	TOTAL
Nombre de patients avec une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg	32 / 26	20 / 26	52
Nombre de patients avec une diminution de la PAS < 10 mmHg	18 / 24	30 / 24	48
TOTAL	50	50	100

$$(2 \text{ pts}) \quad \text{Khi}_{obs}^2 = 5,77 > \text{Khi}_{th}^2(1ddl, 5\%) = 3,81$$

(2 pts) Nous pouvons en conclure à un rejet de H_0 : le nombre de patients ayant une diminution de la PAS ≥ 10 mmHg dépend du groupe dans lequel ils se trouvent.

Question 3

Pour le groupe ayant reçu le Médicament A, testez si la diminution moyenne de la PAS après 8 semaines est significativement supérieure à 15 mmHg.

Correction : Comparaison d'une moyenne expérimentale avec une moyenne théorique 10 pts

(2 pts)

H_0 : La diminution moyenne μ de la PAS après 8 semaines est égale à $\mu_0 = 15$ mmHg

H_1 : $\mu > \mu_0$ (test unilatéral)

(2 pts) La condition du test de Student est la normalité des moyennes des mesures qui est assurée par le théorème central limite du fait que $n > 30$

$$(3 \text{ pts}) : t_{obs} = \frac{m - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{(160 - 140) - 15}{\frac{5}{\sqrt{50}}} = 7,07$$

(3 pts) $t_{obs} > t_{th}(\text{Student}, 5\%, \text{unilatéral}, 49 \text{ ddl}) = 1,645$

Nous pouvons en conclure à un rejet de H_0 : la diminution moyenne de la PAS après 8 semaines est significativement supérieure à 15 mmHg.

Question 4

Les données supplémentaires suivantes ont été récoltées pour 12 patients du groupe Médicament A

Âge des patients	40	42	45	47	50	52	55	57	60	62	65	67
Diminution de la PAS (mmHg)	8	12	14	11	15	17	16	13	18	20	21	19

D'après ces données, existe-t-il un lien entre l'âge des patients et la diminution de la PAS ?

Correction : Test de corrélation 10 pts

(2 pts)

H_0 : Il n'existe pas de lien entre l'âge des patients et la diminution de la PAS, $\rho = 0$

H_1 : Il existe un lien, $\rho \neq 0$ (le test est bilatéral)

(2 pts) Les conditions du test de Student sont la binormalité de la série (âge, diminution de la PAS) (que nous supposons vérifiée)

$$(4 \text{ pts}) : t_{obs} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} = 6,39 \text{ avec } r = 0,879 \text{ et } n = 12$$

(2 pts) $t_{obs} > t_{th}(Student, 5\%, 10 ddl) = 2,228$

Nous pouvons en conclure à un rejet de H_0 : il existe un lien entre l'âge des patients et la diminution de la PAS.