

Cohérence spatiale

Objectifs :

- d'expliquer la notion de cohérence spatiale.

Nous avons déjà vu qu'une onde émise par une source ponctuelle peut interférer avec elle-même si nous arrivons à créer deux sources temporellement cohérentes à partir d'une seule source. Autrement dit, dans un tel dispositif, nous faisons interférer **deux portions de l'onde séparées temporellement** (figure 7.1). Si la séparation temporelle est plus faible que le temps de cohérence de l'onde alors nous observons des interférences. Plus précisément, nous avons vu que nous observons des interférences si **l'évolution temporelle des deux portions de l'onde est corrélée**.

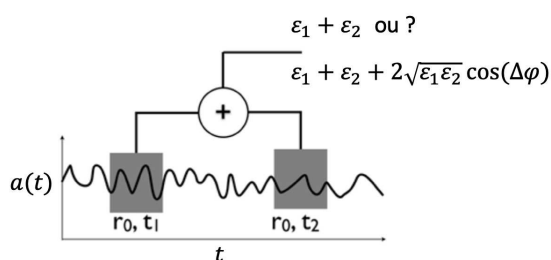


FIGURE 7.1 – Dans un système interférentiel à source ponctuelle, nous faisons interférer deux portions de l'onde séparées temporellement en dehors du centre de la figure d'interférences.

Nous allons dans ce chapitre nous intéresser à la cohérence spatiale de l'onde. Nous nous demandons maintenant si nous pouvons obtenir des interférences en prélevant **deux portions spatialement différentes de l'onde**. On parle dans ce cas de cohérence spatiale.

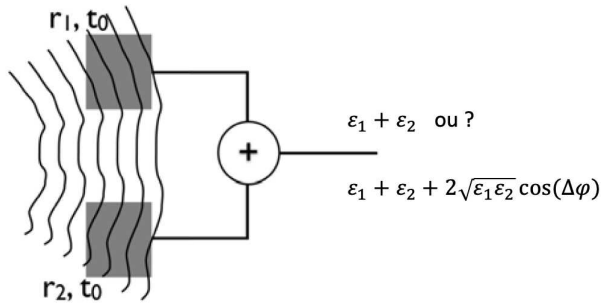


FIGURE 7.2 – Nous pouvons observer des interférences entre deux portions spatialement distinctes de la source si celle-ci est spatialement cohérente.

Le montage de base pour comprendre la cohérence spatiale est le montage des trous de Young. Dans ce cas, nous parlons d'un montage à division du front d'onde car les trous de Young prélèvent des portions spatialement différentes du front de l'onde.

7.1 Les trous de Young pour comprendre la cohérence spatiale

7.1.1 Sources parallèles aux franges

Nous considérons une source ponctuelle S placée sur l'axe Oz passant entre les deux trous d'Young. Nous nommons d la distance entre la source S et les trous d'Young écartés de a . Nous plaçons une deuxième source ponctuelle identique à S sur l'axe Oy et nous étudions son influence sur la figure d'interférence. La figure 7.3 montre que $r'_1 = r'_2$. Autrement dit, la différence de marche entre les rayons issus de la source S' et qui atteignent l'écran est la même que la différence de marche entre les rayons issus de S et qui atteignent l'écran. Les sources S et S' produisent donc la même figure d'interférence. Ainsi, l'ajout de la source S' a pour seul effet **d'augmenter l'éclairement et d'améliorer ainsi la visibilité des franges**. La figure d'interférence n'est pas brouillée avec l'ajout de cette source. Nous pourrions ainsi "élargir" la source suivant l'axe Oy sans perdre les franges. Nous allons maintenant étudier l'effet de l'agrandissement de la source dans la direction Ox .

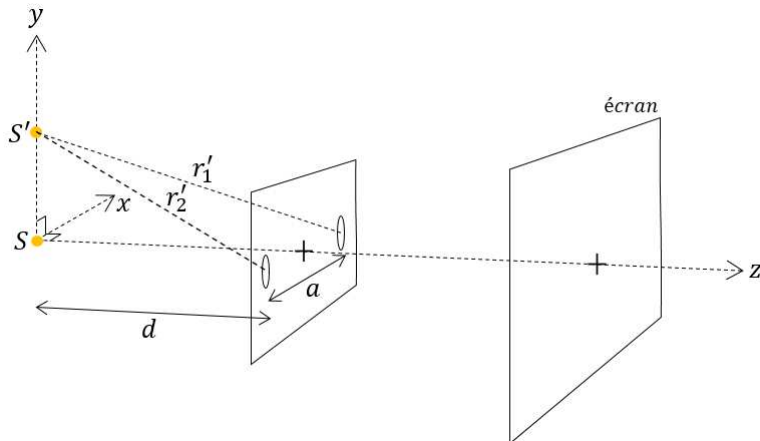


FIGURE 7.3 – Trous d'Young éclairés par deux sources ponctuelles.

7.1.2 Sources perpendiculaires aux franges

Nous plaçons maintenant une deuxième source S'' identique à S sur l'axe Ox à une distance b . La figure 7.4 montre que nous avons maintenant $r_1'' \neq r_2''$, la figure d'interférence créée par la source S'' ne coïncide donc plus avec la figure d'interférence créée par la source S .

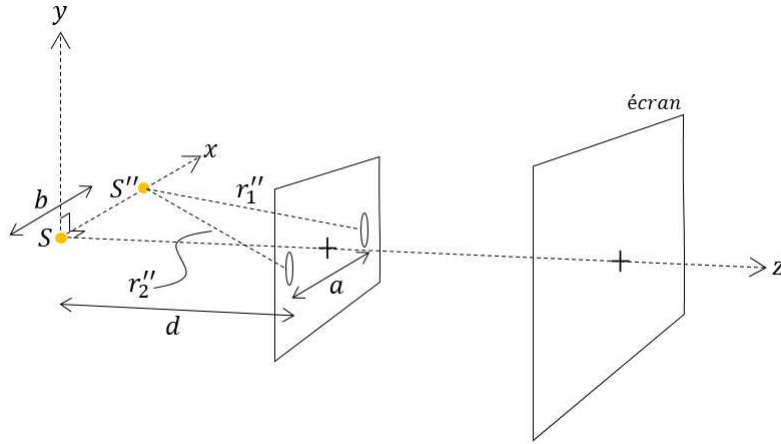


FIGURE 7.4 – Trous d'Young éclairés par deux sources ponctuelles.

Nous calculons le déphasage entre les deux rayons issus de S'' avant les trous d'Young dans le cas $d \gg b$ et $d \gg a$. La distance r_1'' a pour expression :

$$r_1'' = \sqrt{d^2 + \left(b - \frac{a}{2}\right)^2} \simeq d \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{b - a/2}{d}\right)^2\right)$$

La distance r_2'' a pour expression :

$$r_2'' = \sqrt{d^2 + \left(b + \frac{a}{2}\right)^2} \simeq d \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{b + a/2}{d}\right)^2\right)$$

La différence de marche entre les deux rayons a donc pour expression :

$$r_2'' - r_1'' \simeq \frac{ab}{d} \tag{7.1}$$

Les franges créées par chaque fente ne se brouillent pas si cette différence de marche est plus petite que λ soit :

$$\frac{ab}{d} < \lambda \tag{7.2}$$

Dans ce cas, le système de frange produit par S'' se superpose au système de franges produit par S . Cette condition détermine **la largeur de cohérence de la source**.

7.1.3 Largeur de cohérence spatiale

La perte de contraste des franges avec l'augmentation de l'étendue de la source peut aussi se comprendre de la manière suivante. Lorsque a est très petit, les champs émis par les deux trous de Young sont peu différents de

celui émis par deux sources ponctuelles quasimonochromatiques et mutuellement cohérentes. Lorsque a augmente les champs au niveau de chacun des trous ont des dépendances temporelles de plus en plus complexes et qui ont de moins en moins de rapport entre elles. Lorsque a est suffisamment grand, les champs émis par les deux trous de Young n'ont plus aucun rapport entre eux : ils sont mutuellement incohérents.

Cette perte de cohérence entre les deux trous de Young n'est pas abrupte. Si les trous de Young sont suffisamment proches l'un de l'autre, ils "ressentiront" pratiquement le même champ et redeviendront mutuellement cohérent. En dessous de quelle distance faut-il les rapprocher pour retrouver une cohérence mutuelle entre les champs ? Il suffit d'utiliser le critère :

$$a < \frac{\lambda d}{b} = \Lambda_T \tag{7.3}$$

La quantité Λ_T est appelée longueur de cohérence transverse ou longueur de cohérence spatiale. Pour obtenir des interférences dans une expérience de trous d'Young, il faut que la distance entre les trous soit inférieure à la longueur de cohérence transverse.

Si nous appelons α l'angle sous lequel est vu la source, nous devons avoir $\alpha < \frac{\lambda}{a}$.

7.2 Calcul de l'éclairement produit par une source étendue

Nous allons dans cette section étudier l'éclairement produit par une source monochromatique de longueur d'onde λ étendue de largeur Δh qui éclaire un miroir placé perpendiculairement à l'écran (figure 7.5) avec le miroir de Lloyd. Le centre de la source est à une distance h_0 du plan du miroir. Un écran perpendiculaire au miroir est placé à une distance d de la source. On se place dans les conditions $d \gg h_0$ et $d \gg x$.

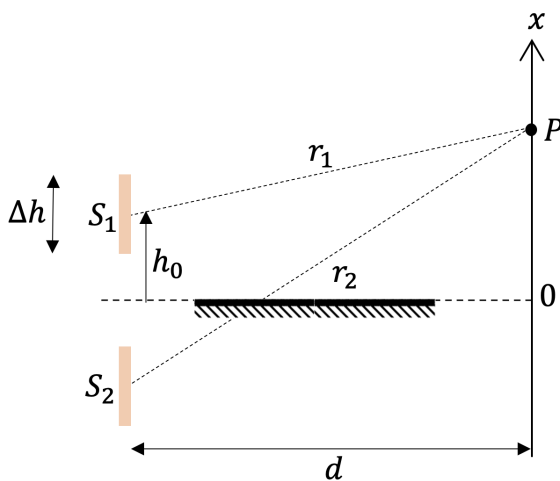


FIGURE 7.5 – Miroir de Lloyd éclairé par une source étendue de largeur Δh .

Pour calculer l'éclairement produit par une source étendue, nous considérons une portion infiniment petite de la source de largeur dh . Puisque cette portion est infiniment petite, nous pouvons localiser sa position dans l'espace de manière non ambiguë et appliquer la formule de Fresnel.

Au niveau de la source, cette portion infiniment petite émet un éclairement infiniment faible d'expression $d\varepsilon_0 = \varepsilon_0 \frac{dh}{\Delta h}$.

Au niveau de l'écran, l'éclairement produit par cette portion infiniment faible de la source a pour expression $d\varepsilon = 2d\varepsilon_0(1 + \cos(\Delta\phi)) = 2\varepsilon_0 \frac{dh}{\Delta h} (1 + \cos(\Delta\phi))$ avec $\Delta\phi = 2\pi(\frac{2xh}{\lambda d} + \frac{1}{2})$ dans le cas $d \gg h_0$ et $d \gg x$.

L'éclairement total a pour expression :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{2\varepsilon_0}{\Delta h} \int_{h_0 - \frac{\Delta h}{2}}^{h_0 + \frac{\Delta h}{2}} \left(1 + \cos\left(2\pi\left(\frac{2xh}{\lambda d} + \frac{1}{2}\right)\right) \right) dh \\ &= 2\varepsilon_0 \left(1 + \frac{\sin\left(\frac{2\pi\Delta h x}{\lambda d}\right)}{\frac{2\pi\Delta h x}{\lambda d}} \cos\left(4\pi\frac{h_0}{\lambda d}x\right) \right) \end{aligned}$$

On introduit la fonction sinus cardinal défini par $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ pour obtenir :

$$\varepsilon = 2\varepsilon_0 \left(1 + \text{sinc}\left(\frac{2\pi\Delta h}{\lambda d}x\right) \cos\left(4\pi\frac{h_0}{\lambda d}x\right) \right) \quad (7.4)$$

La fonction sinus cardinal oscille avec une période spatiale plus grande que la fonction cosinus puisque nous avons $h_0 > \Delta h$. La fonction sinus cardinal peut donc être vue comme une modulation de l'éclairement dans l'équation 7.4.

La figure 7.6 montre le graphe de l'éclairement en fonction de x/i où $i = \frac{\lambda d}{2h_0}$ est l'interfrange pour $h_0 = 10\Delta h$. On constate que l'éclairement est nul pour $x = \frac{\lambda d}{4\Delta h}$.

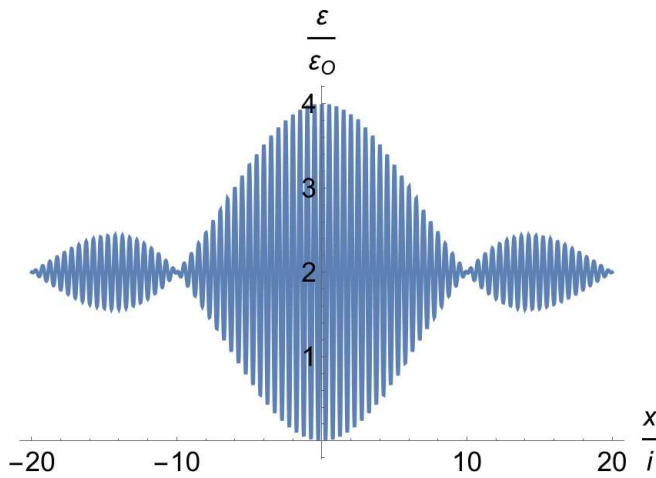


FIGURE 7.6 – Graphe de l'éclairement produit par une source étendue homogène monochromatique qui éclaire un miroir de Lloyd en fonction de x/i où i est l'interfrange.