CHAPITRE 4

Postulat

Objectifs :

- décrire mathématiquement une onde plane progressive sinusoïdale.
- citer le postulat utilisé pour décrire les phénomènes optiques observées en optique ondulatoire.

4.1 Quelques notions sur les ondes

4.1.1 Définitions

Qu'est-ce qu'une onde ? Nous allons donner quelques définitions avant de voir la description mathématique du type d'onde le plus simple.

— **Onde : une onde est une perturbation qui se transmet de proche en proche dans un milieu matériel ou dans le vide**. Par exemple, une vague est une onde car l'élévation du niveau de l'eau au passage de la vague. se transmet de proche en proche La lumière est une onde qui se propage sans milieu matériel. Notons que le terme perturbation ne sous-entend pas que la perturbation soit périodique, nous pouvons par exemple avoir des ondes de choc.

☞ Mathématiquement parlant, une onde est la solution d'une équation d'onde mais ce point ne nous sera pas utile dans ce cours.

Nous allons adjoindre quelques adjectifs à la notion d'onde.

— **Progressive :** une onde progressive est une onde qui "progresse" en s'éloignant de la perturbation qui la créée. Il existe un autre type d'onde, les ondes stationnaires. Les ondes progressives transportent de l'énergie, de l'impulsion et éventuellement du moment cinétique.

— **Harmonique :** une onde harmonique est une onde dont la perturbation est une oscillation sinusoïdale. Une onde progressive harmonique est donc la propagation d'une oscillation sinusoïdale (voir figure 4.2).

— **Plane :** une onde est dite plane si à chaque instant la fonction f qui décrit l'onde à la même valeur en tout point d'un plan perpendiculaire à une direction $\hat{n}$ fixe. Autrement dit, une onde plane a une amplitude constante dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde (figure 4.1).

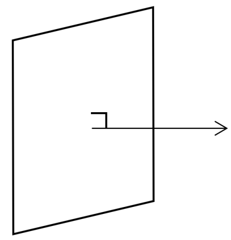

FIGURE 4.1: L'amplitude d'une onde plane est constante dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

4.1.2 Période et longueur d'onde

Une onde harmonique est caractérisée par sa **période T**. Pour un observateur fixe en un point, la **période** représente le temps à attendre pour que l'onde retrouve la même amplitude (figure 4.2).

La **fréquence $f = \frac{1}{T}$** représente le nombre de "passage" de l'onde par seconde pour cet observateur.

☞ Soit t le temps d'observation de l'observateur. Le nombre de passage de l'onde pendant la durée t a pour expression $N = \frac{t}{T} = ft$ où T est la période de l'onde. Le nombre $f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$ représente donc le nombre de passage de l'onde par seconde.

La fréquence et la période sont des grandeurs intrinsèques à l'onde.

Une onde progressive périodique dans le temps a également une périodicité spatiale appelée longueur d'onde. Pour visualiser le concept de longueur d'onde, il faut imaginer un observateur prendre une photo en hélicoptère d'un train de houle (des vagues), la distance qui sépare deux crêtes est alors la longueur d'onde de la houle (figure 4.3).

La **longueur d'onde λ**, qui représente donc la distance séparant deux points de même amplitude, est liée à la période par l'intermédiaire de la vitesse de l'onde [1] :

$$\boxed{\lambda = vT} \tag{4.1}$$

Cette vitesse v dépend **du milieu traversé et de la période (ou de la fréquence) de l'onde**. Contrairement à la fréquence, la longueur d'onde n'est donc pas une quantité intrinsèque à l'onde.

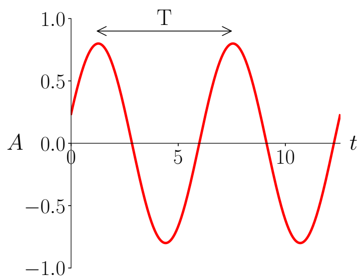

Figure 4.2: Période d'une onde harmonique.

Figure 4.3: Exemple de longueur d'onde d'une houle vue de satellite (source google map).

4.1.3 Onde plane progressive harmonique

Un type d'onde très important est **l'onde plane progressive harmonique**. La figure 4.4 montre le graphe de la fonction $a = A\cos(kx)$. Par définition de la longueur d'onde, nous devons avoir $\cos(k(x+\lambda)) = \cos(kx+2\pi)$ pour que l'amplitude de l'onde soit la même en x et en $x+\lambda$. Nous en déduisons l'expression du nombre d'onde angulaire $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

La figure 4.4 montre les graphes des fonctions $A\cos(kx)$ et $A\cos(k(x - vt))$. La valeur de l'onde à $x = 0$ se retrouve en $x = vt$. L'onde s'est donc propagée suivant **les x croissants à la vitesse v**. Ainsi, la présence d'un signe "-" dans l'argument du cosinus traduit la propagation d'une onde vers les x croissants.

Ainsi, une onde plane progressive harmonique qui se propage suivant les x croissants à la vitesse v a pour expression :

$$a = A\cos(k(x - vt) + \phi) = A\cos(kx - \omega t + \phi) = A\cos(\omega t - kx - \phi)$$

où ϕ est la **phase à l'origine**, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ est la fréquence angulaire et k le nombre d'onde angulaire $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Le saviez-vous ? La fréquence d'une onde mesurée par un observateur en mouvement par rapport à la source est différente de la fréquence mesurée par un observateur fixe par rapport à la source. C'est l'effet Doppler. La fréquence apparente de l'onde mesurée par un observateur qui se dirige vers la source est plus élevée que celle mesurée pour un observateur fixe. Ce phénomène est utilisé pour mesurer à distance des vitesses.

1. La vitesse de déplacement de l'onde est la vitesse de déplacement d'un point d'amplitude constante.

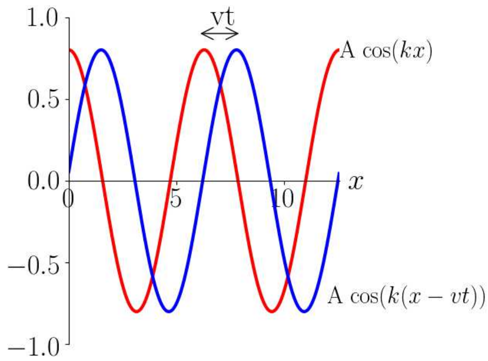

FIGURE 4.4 – Propagation d'une onde plane sinusoïdale à la vitesse v suivant les x croissants.

Nous pouvons également interpréter ce que nous venons de dire en terme de **temps τ_P mis par l'onde pour se propager entre deux points**. En $x = 0$, l'onde a pour expression $A\cos(\omega t)$. Si nous observons l'onde au point x, nous devons attendre le temps τ_P que met l'onde à se propager pour mesurer la même amplitude. Au point x, l'onde a donc pour expression $A\cos(\omega(t-\tau_P))$. La valeur de l'onde à $x = 0$ se retrouve en $x + v\tau_P$. L'onde s'est donc bien propagée suivant les x croissants à la vitesse v. Dans le cas où l'onde a une phase non nulle à l'origine, l'expression de l'onde au point x est donc :

$$a = A\cos(\omega(t-\tau_P) - \phi)$$

4.1.4 Onde sphérique

Nous allons rencontrer dans la suite du cours une onde progressive sinusoïdale émise uniformément par un point source dans toutes les directions. L'amplitude de l'onde décroit alors avec la distance en $1/r$. Nous appelons une telle onde une **onde sphérique** qui a pour expression :

$$a = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr - \phi) \tag{4.2}$$

4.1.5 Qu'est-ce qu'une onde purement monochromatique ?

En un point de l'espace, une onde purement monochromatique correspond à une **fonction sinusoïdale qui se propage pendant un temps infiniment long.** Si nous fixons le temps, une onde purement monochromatique correspond à une **fonction sinusoïdale qui a une extension spatiale infinie.** Il faut voir l'assertion précédente d'un point de vue expérimental, supposons que nous souhaitions mesurer la fréquence d'une onde, il faut pour cela réceptionner au moins une période de l'onde. Dans ce cas, nous pouvons en déduire la fréquence mais de façon très imprécise puisque la période peut changer après la durée de la mesure. Si nous voulons mesurer le plus précisément possible la fréquence, il faut donc mesurer l'onde pendant une durée infiniment longue. Nous nommons donc onde monochromatique une onde purement sinusoïdale d'une **seule fréquence f**.

☞ Une onde monochromatique n'existe pas en réalité. Certains lasers sont les sources qui se rapprochent le plus de cette idéalisation.

4.2 Postulat

4.2.1 Énoncé

Un grand nombre de phénomènes lumineux peuvent être interprétés en utilisant un modèle ondulatoire de la lumière. Ainsi, nous allons nous appuyer sur **le postulat** suivant :

Les phénomènes d'interférences et de diffraction peuvent être décrits en modélisant la lumière émise à partir d'une source ponctuelle S monochromatique de fréquence angulaire ω par la propagation d'un champ scalaire sans support matériel donné en un point P par :

$$\boxed{a(P,t) = A(P)\cos\left(\omega(t-\tau_P)-\phi_S\right)} \tag{4.3}$$

où τ_P est le temps mis par la lumière pour se propager de S à P. La phase de l'onde en P à l'instant t est donc égale à la phase de la source à l'instant $t-\tau_P$. Le terme ϕ_S représente la phase à l'origine.

L'amplitude $A(P)$ peut être considérée comme constante lorsque l'extension spatiale des détecteurs est faible devant la distance moyenne à la source. Nous nous placerons dans ce cas de figure dans la suite du cours et nous écrirons donc :

$$\boxed{a(P,t) = A\cos\left(\omega(t-\tau_P)-\phi_S\right)} \tag{4.4}$$

Pour aller plus loin, nous allons devoir faire apparaitre le chemin optique parcoure par l'onde à la place du retard. L'expression du chemin optique dépend du montage optique considéré mais nous pourrons exprimer facilement cette quantité.

4.2.2 Expression en fonction du chemin optique

La fréquence et la période sont des grandeurs intrinsèques à l'onde tandis que la longueur d'onde dépend de la célérité de l'onde et donc du milieu dans lequel l'onde se propage. Nous notons c la célérité de la lumière dans le vide. Nous avons alors $\lambda_0 = cT$. Ainsi, λ_0 est la distance parcourue par une onde lumineuse monochromatique dans le vide pendant la durée T.

Dans un milieu transparent dans lequel la lumière se propage, nous avons $\lambda = v(T)T$. Nous définissons alors **l'indice optique** n d'un milieu homogène transparent par :

☞ Un milieu transparent est un milieu dans lequel l'absorption et la diffusion de la lumière sont négligeables.

$$\boxed{n = \frac{c}{v(T)} = \frac{c}{v(f)} = \frac{\lambda_0}{\lambda}} \tag{4.5}$$

Nous allons montrer que l'indice optique intervient dans le temps que met l'onde à se propager entre deux points. Notons s l'abscisse curviligne de la trajectoire suivie par un rayon lumineux se propageant de S à P. La distance parcourue par le rayon lumineux vaut donc $\int_S^P \mathrm{d}s$. Le temps mis par la lumière pour aller du point S au point P a donc pour expression $\tau_P = \int_S^P \frac{1}{v(M)}\mathrm{d}s$ où $v(M)$ est la vitesse de la lumière au point M. L'expression précédente peut se réécrire :

$$\boxed{\tau_P = \frac{1}{c}\int_S^P n(M)\mathrm{d}s = \frac{(SP)}{c}} \tag{4.6}$$

où (SP), le chemin optique entre le point S et P, est donnée par :

$$\boxed{(SP) = \int_S^P n(M)\mathrm{d}s} \tag{4.7}$$

Un milieu est homogène si n à la même valeur en tout point, dans ce cas le chemin optique s'écrit $(SP) = n\ SP$.

Nous pouvons ainsi réécrire l'équation 4.3 :

$$\boxed{a(P,t) = A\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{(SP)}{\lambda_0} - \phi_S\right)} \tag{4.8}$$

C'est cette équation que nous prendrons par la suite comme point de départ dans le calcul de l'éclairement. La figure 4.5 montre le changement de la longueur d'onde d'un rayon lumineux en fonction de l'indice du milieu au sien duquel il se propage. Cette figure montre bien que **c'est le chemin optique qui est la quantité importante à prendre en compte pour déterminer l'amplitude d'une onde en un point P distant de sa source S**.

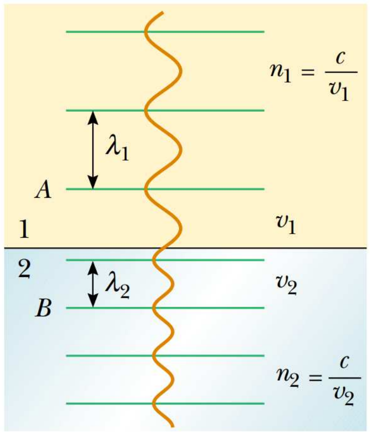

FIGURE 4.5: Évolution de la longueur d'onde en fonction de l'indice du milieu.

Il faut rajouter à ce postulat le très important **principe de superposition**. Ce principe stipule que **l'amplitude de l'onde lumineuse en un point est la somme de l'amplitude de chaque onde lumineuse qui arrive en ce point**.

4.3 Stigmatisme et chemin optique

Une lentille est **stigmatique** si tous les rayons qui passent par la lentille pour aller d'un point source au point image ont **le même chemin optique**. Ainsi ajouter une lentille utilisée dans les conditions de Gauss ne change pas la différence de marche et permet d'augmenter le contraste de franges.

Le saviez-vous ? Pour qu'une lentille soit utilisée dans les conditions de Gauss, il faut que les rayons incidents soient peu éloignés de l'axe optique (rayons paraxiaux) et que l'angle que fait un rayon par rapport à l'axe optique soit faible.