Electromagnétisme
TD 5 : Théorème d'Ampère - solution

1 Les savoir-faire

Savoir utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétique produit par une distribution linéique de courant

Exercice 1 : Fil rectiligne infini

1. Les coordonnées cylindriques sont les coordonnées adaptées pour déterminer le champ magnétique produit par un conducteur cylindrique.
2. La distribution de courant est invariante par translation selon l'axe Oz et par rotation autour de l'axe du cylindre. Nous pouvons donc écrire $B = B(r)$.
3. Tout plan passant par l'axe du conducteur est plan de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan en tout point. Les lignes de champ sont donc des cercles ayant pour axe celui du conducteur.
4. La règle de la main droite détermine le sens de $\vec{B}$. Nous pouvons donc écrire $\vec{B} = B(r)\widehat{u}_\theta$.
5. Étant donné l'expression du champ magnétique, nous choisissons comme contour pour le théorème d'Ampère un cercle de rayon r et d'axe Oz.
6. La circulation de $\vec{B}$ le long de ce contour a pour expression $\Gamma = \oint \vec{B}.\vec{dl} = 2\pi r B(r)$. Le théorème d'Ampère implique que $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

Savoir utiliser le théorème d'Ampère avec une distribution volumique de courant

Exercice 2 : Calcul du champ magnétique produit par une distribution cylindrique de courant

1. j est uniforme donc $j = \frac{I}{\pi R^2}$.
2. Tout plan passant par l'axe du conducteur est plan de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan en tout point. Les lignes de champ sont donc des cercles ayant pour axe celui du conducteur. La distribution de courant est invariante par translation selon l'axe Oz et par rotation autour de l'axe du cylindre. La règle de la main droite détermine le sens de $\vec{B}$. Nous pouvons donc écrire $\vec{B} = B(r)\widehat{u}_\theta$.
3. $r > R$. L'intensité I traverse le cercle utilisé comme contour. Le théorème d'Ampère montre alors que $2\pi r B(r) = \mu_0 I$ soit $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ avec $I = j\pi R^2$.
4. $r < R$. L'intensité I traversant le cercle utilisé comme contour vaut $I = \int \vec{j}.\vec{dS} = j\pi r^2$. Le théorème d'Ampère montre alors que $2\pi r B(r) = \mu_0 j \pi r^2$ soit $B = \frac{\mu_0 j r}{2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$.
5. Graphe.

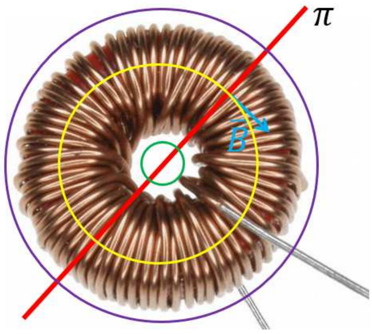
2 La mise en œuvre

Exercice 3 : Calcul du champ magnétique produit par un solénoïde infini

Voir cours.

Exercice 4 : La bobine torique

1. La figure suivante montre le plan de symétrie du courant, ainsi le champ magnétique est orienté suivant $\widehat{u}_\theta$ en tout point. L'invariance par rotation montre que le champ magnétique ne peut pas dépendre de la variable θ.



2. Le théorème d'Ampère appliqué le long du contour jaune s'écrit $B2\pi r = \mu_0 N i$ d'où $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NI}{r}\widehat{u}_\theta$ où r la distance radiale à l'axe Oz.
3. Le théorème d'Ampère appliqué le long des contours violet et vert montre que le champ magnétique est nul à l'extérieur de la bobine torique puisque ces contours n'enlacent pas de courant.
4. $Ni = \frac{B2\pi R}{\mu_0} = 3{,}9 \times 10^7$ A.

Exercice 5 : Câble coaxial

1. Milieu qui ne conduit pas le courant électrique mais dont l'application d'un champ électrique provoque l'apparition de dipôles électriques.
2. Le plan de symétrie montre que le champ magnétique est suivant $\widehat{u}_\theta$.
3. Les invariances par rotation montre que le champ magnétique ne dépend pas de θ d'où $\overrightarrow{B} = B(r,z)\widehat{u}_\theta$.
4. Le théorème d'Ampère montre que le vecteur champ magnétique est donné par :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{0} \quad \text{pour} \quad r < a \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\widehat{u}_\theta \quad \text{pour} \quad a < r < b \\ \vec{B} &= \vec{0} \quad \text{pour} \quad r > b \end{aligned}$$

.