Électromagnétisme

AAV n°4 : être capable d'utiliser le théorème d'Ampère

Consignes : Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fausse en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé.

1 Les savoir-faire

Savoir utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétique produit par une distribution linéique de courant

Exercice 1 : Fil rectiligne infini

Un fil infini est parcouru par un courant permanent I. Nous choisissons de placer l'axe Oz orienté positivement vers le haut le long du fil et dans le sens de l'élément infinitésimal de courant $Id\vec{l}$.

1. Quel système de coordonnées est le plus adapté à l'étude du problème ?
2. Utiliser les invariances par translation et par rotation pour déterminer la variable dont dépend le champ magnétique en un point M quelconque.
3. Utiliser les plans de symétrie et d'antisymétrie pour déterminer la direction du champ magnétique au point M.
4. Utiliser la règle de la main droite pour déterminer le sens du champ magnétique au point M.
5. Justifier le choix du contour utilisé pour appliquer le théorème d'Ampère.
6. Appliquer le théorème d'Ampère pour déterminer l'expression du champ magnétique en tout point de l'espace.

Savoir utiliser le théorème d'Ampère avec une distribution volumique de courant

Exercice 2 : Calcul du champ magnétique produit par une distribution cylindrique de courant

Un conducteur cylindrique infini de rayon R est parcouru par un courant permanent I. La densité volumique de courant $\vec{j}$ est uniforme et orienté suivant l'axe Oz du cylindre. L'axe Oz est orienté positivement vers le haut.

1. Déterminer l'expression du courant I en fonction de j et R.
2. Faire un schéma et déterminer grâce aux plans de symétrie l'orientation du champ magnétique. Utiliser les invariances pour déterminer la variable dont dépend le champ magnétique en un point M quelconque.
3. Déterminer l'expression du champ magnétique produit par le conducteur à une distance radiale $r > R$ de l'axe de révolution du conducteur en utilisant le théorème d'Ampère.
4. Déterminer l'expression du champ magnétique produit par le conducteur à une distance radiale $r \leqslant R$ de l'axe de révolution du conducteur en utilisant le théorème d'Ampère.
5. Tracer le graphe du module du champ magnétique en fonction de r.

2 La mise en œuvre

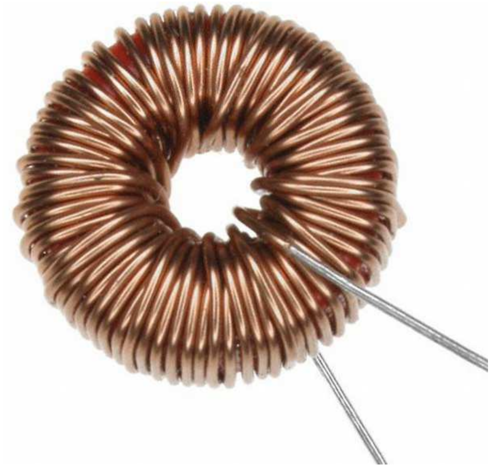
Exercice 3 : Calcul du champ magnétique produit par un solénoïde infini

On désigne par solénoïde un circuit constitué de spires jointives enroulées sur un cylindre. On considère un solénoïde infini d'axe Ox et de n spires par unité de longueur parcourues par un élément infinitésimal de courant $Id\vec{l}$ orienté positivement par rapport à Ox. Soit R le rayon de sa section circulaire.

1. Utiliser les plans de symétrie pour déterminer l'orientation du champ magnétique produit par un solénoïde infini à l'extérieur du solénoïde ? Est-ce que le champ magnétique peut dépendre de la variable x ?
2. Utiliser le théorème d'Ampère pour montrer que l'intensité du champ magnétique est nulle à l'extérieur du solénoïde.
3. Utiliser le théorème d'Ampère pour montrer que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.
4. Utiliser le théorème d'Ampère pour montrer que le champ magnétique dans le solénoïde a pour expression $\vec{B} = \mu_0 n I \widehat{u}_x$.
5. Le solénoïde utilisé à Neurospin produit un champ de 11,7 T et $n \simeq 6000\,\mathrm{m}^{-1}$. Déterminer l'intensité du courant qui passe dans les fils électriques.

Exercice 4 : La bobine torique

On considère une bobine torique constitué de N spires jointives enroulées sur un tore d'axe de révolution Oz(voir figure suivante). On utilise un repère cylindrique pour repérer la position des points dans l'espace.



Les spires sont parcourues par un élément infinitésimal de courant $Id\vec{l}$ orienté positivement par rapport à $\widehat{u}_\theta$.

1. Montrer grâce aux plans de symétrie que le champ magnétique est orienté suivant $\widehat{u}_\theta$ en tout point. Est-ce que le champ magnétique peut dépendre de la variable θ ?
2. Montrer à l'aide du théorème d'Ampère que le champ magnétique toroïdale a pour expression $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NI}{r}\widehat{u}_\theta$ où r la distance radiale à l'axe Oz.
3. Montrer que le champ magnétique est nul à l'extérieur d'une bobine torique.

Un tokamak est une machine constituée principalement d'une chambre torique qui permet de confiner magnétiquement un plasma porté à très haute température pour y déclencher des réactions de fusion nucléaire.

Le champ magnétique principal est créé par une série de bobines supraconductrices constituant un solénoïde en forme de tore. On note N le nombre total de spires. Chaque spire est parcourue par le courant I.

4. Le Tokamak JET, situé en Angleterre, peut produire au centre du tore un champ magnétique de 4 T. Le rayon intérieur du tokamak vaut 0,9 m et le rayon extérieur vaut 3 m. Calculer le courant I qui doit circuler dans les bobines. Commenter la valeur obtenue.

Exercice 5 : Câble coaxial

Nous étudions dans cet exercice un câble coaxial utilisé pour la propagation dus signaux et modélisé par deux cylindres conducteurs coaxiaux de longueur infini et de rayons respectifs a et b. Un diélectrique (isolant électrique) rempli l'espace entre les deux cylindres conducteurs.

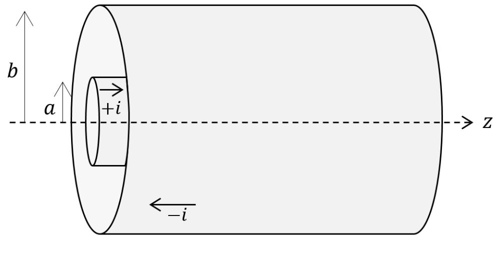


FIGURE 1 – Modélisation du câble coaxial.

Le courant se propage en surface sur ces conducteurs. Le conducteur central est parcouru par un courant $+i$ tandis que le conducteur extérieur est parcouru par un courant $-i$, tous deux répartis uniformément en surface.

1. A l'aide des symétries, montrer que le champ magnétique est suivant $\widehat{u}_\theta$.
2. A l'aide des invariances, montrer que la norme du champ magnétique ne peut pas dépendre de θ. En déduire que $\overrightarrow{B} = B(r)\widehat{u}_\theta$.
3. Montrer que le champ magnétique est donné par :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{0} \quad \text{pour} \quad r < a \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\widehat{u}_\theta \quad \text{pour} \quad a < r < b \\ \vec{B} &= \vec{0} \quad \text{pour} \quad r > b \end{aligned}$$

.