Exercice 1

Un traitement est administré à 20 patients dont on mesure le poids avant et après traitement. On dispose des données suivantes :

Patient	*Sexe*	*Age*	*Poids avant traitement (kg)*	*Poids après traitement (kg)*
1	**F**	**28**	**65**	**66**
2	**F**	**38**	**75**	**74**
3	**F**	**31**	**68**	**70**
4	**F**	**46**	**85**	**87**
5	**F**	**29**	**70**	**69**
6	**F**	**43**	**82**	**80**
7	**F**	**48**	**88**	**90**
8	**F**	**30**	**71**	**70**
9	**F**	**41**	**90**	**91**
10	**F**	**34**	**77**	**79**
11	**M**	**35**	**70**	**68**
12	**M**	**42**	**80**	**82**
13	**M**	**45**	**72**	**73**
14	**M**	**52**	**90**	**88**
15	**M**	**40**	**78**	**77**
16	**M**	**37**	**67**	**66**
17	**M**	**39**	**79**	**82**
18	**M**	**33**	**74**	**76**
19	**M**	**56**	**95**	**93**
20	**M**	**36**	**82**	**80**

Tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

Question 1

Le traitement a-t-il un effet sur le poids ?

Correction (10 pts) : Comparaison de moyennes en séries appariées

Justification de la série appariée (2 pts)

Les mesures étant effectuées sur le **même patient**, il s'agit d'un test de Student en séries appariées qui porte sur la nouvelle variable aléatoire X = Avant – Après (on peut prendre l'opposé : Après – Avant) qu'il faut calculer.

X = Avant - Après
-1
1
-2
-2
1
2
-2
1
-1
-2
2
-2
-1
2
1
1
-3
-2
2
2

Les hypothèses (2 pts)

H0 : La moyenne de la différence est nulle : $\mu_X = 0$

H1 : La moyenne de la différence n'est pas nulle : $\mu_X \neq 0$ (test bilatéral)

Conditions du test (2 pts)

Comme on est dans le cas des petits échantillons (<30), le TCL ne s'applique pas et l'on suppose la **normalité de la variable différence** (X).

Calculs (2 pts)

$$t_{obs} = \frac{m_X}{\frac{s_X}{\sqrt{n}}} = -0.38$$

Conclusions (2 pts)

$$|t_{obs}| < t(Student, 5\%, bilatéral, 19\ ddl) = 2.093$$

Donc, **non rejet de H0** : Le traitement n'a pas d'effet sur le poids.

Question 2

Existe-t-il un lien entre l'âge des patients et leur poids avant traitement ?

Correction (10 pts) : Test de corrélation de Pearson

Les hypothèses (3 pts)

H0 : Pas de lien entre âge des patients et poids avant traitement : $\rho = 0$

H1 : Il existe un lien entre âge des patients et poids avant traitement : $\rho \neq 0$ (test bilatéral)

Conditions du test (2 pts)

On suppose la bi-**normalité du couple (âge, poids avant traitement).**

Calculs (2 pts)

$$t_{obs} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{n-2} = 6.36$$

Conclusions (3 pts)

$$|t_{obs}| > t(Student, 5\%, bilatéral, \mathbf{18\ ddl}) = 2.101$$

Donc, **rejet de H0** : Il existe un lien entre âge des patients et poids avant traitement.

Question 3

Existe-t-il un lien entre le sexe des patients et la *prise de poids* après traitement ?

Correction (10 pts) : Test de Khi²

Tableau de contingence (2 pts)

Parmi les femmes, 6 ont pris du poids après traitement (il y a 6 valeurs négatives de X pour les femmes) – et donc 4 n'en ont pas pris. Parmi les hommes 4 ont pris du poids après traitement – et 6 n'en ont pas pris.

	Prise de poids	*Non prise de poids*	*Total*
Femmes	**6**	**4**	10
Hommes	**4**	**6**	10
Total	10	10	20

Les hypothèses (2 pts)

H0 : Pas de lien entre le sexe des patients et la *prise de poids* après traitement.

H1 : Il existe un lien entre le sexe des patients et la *prise de poids* après traitement.

Conditions du test (2 pts)

Toutes les fréquences théoriques doivent être ≤ 5. Ce qui est bien le cas ici (elles sont toutes = 5).

f_{th}	*Prise de poids*	*Non prise de poids*	*Total*
Femmes	**5**	**5**	10
Hommes	**5**	**5**	10
Total	10	10	20

Calculs (2 pts)

$$\chi^2{}_{obs} = 0.8$$

Conclusions (2 pts)

$$\chi^2{}_{obs} < \chi(khi^2, 5\%, 1ddl) = 3.841$$

Donc, **non rejet de H0** : il n'existe pas de lien entre le sexe des patients et la *prise de poids* après traitement.

Question 4

Calculer l'intervalle de confiance à 95% de la différence moyenne de poids avant et après traitement.

Relier ce résultat avec la Question 1.

Correction (10 pts) : Statistiques descriptives

Calculs (5 pts)

$m_X = -0.105\ kg$

$s_X = 1.82\ kg$

$t_{5\%,19\ dll} = 2.093$

$$IdC(95\%) = m \pm t_{5\%,n-1\ dll} \frac{s_X}{\sqrt{n}} = [-0.96; 0.75]$$

Lien avec la Question 1 (5 pts)

La valeur 0 appartient à cet intervalle de confiance : la valeur théorique sur la population μ_X n'est pas significativement différente de 0 : il n'y pas d'effet du traitement sur le poids. Cela confirme notre résultat trouvé à la question 1.