Pour tous les tests choisir un risque égal à 5 %

Exercice 1

On a examiné 53 680 familles de 8 enfants, soit au total 429 440 enfants, et dénombré 221 023 garçons.

Question 1 : Y-a-t-il statistiquement autant de garçons que de filles dans les familles de 8 enfants ? Quel(s) test(s) pouvez-vous utiliser pour répondre à la question ?

Correction : Comparaison d'1 % expérimental à un % théorique (12 pts)

Quel test utiliser ? (1 pt) Il ne s'agit pas de comparer le % de garçons avec celui des filles mais celui des garçons p_G (ou celui des filles) à 50%. D'où test de comparaison de % et non khi².

Hypothèses (3 pts)

H0 : Il y a autant de garçons que de filles dans les familles de 8 enfants : $\pi_G = \pi_0 = 1/2$

H1 : Il existe une différence, $\pi_G \neq 1/2$ (Test bilatéral)

Test et conditions (3 pts)

Test Z Normal de comparaison d'un % expérimental avec un % théorique de 50% avec les conditions suivantes pour tous les pourcentages : np et n(1 – p) > 5

Calculs : $\mathbf{Z_{exp}} = \frac{(p_g - \pi_0)}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$ **(3 pts)**

n = 429 440

$\pi_0 = 1/2 \qquad p_g = {}^{221\,023}/_{429\,440} = 0{,}515$

$\mathbf{Z_{exp} = 19,24}$

À comparer à Z(Normale centrée réduite, bilatéral, 5%) = 1,96

Conclusions (2 pts)

$Z_{exp} > Z_{table}$ donc Rejet de H0 au risque 5% : Il y statistiquement un nombre différent de garçons et de filles dans les familles de 8 enfants.

Exercice 2

On étudie l'effet d'une drogue administrée à 2 groupes de 20 patients chacun. Les moyennes et écarts-types de la dose estimés figurent dans le tableau 1.

Tableau 1

Dose (mg)	Moyenne	Écart-Type
Groupe 1	20,0	10,0
Groupe 2	15,0	6,5

Question 1 : Quel est l'intervalle de confiance à 95 % de la dose moyenne de drogue administrée dans chaque groupe ?

Correction : Intervalle de confiance de la moyenne (4 pts)

Idc (moyenne) = $\left[m \pm t_{n,\alpha} . {}^{s}/_{\sqrt{n}}\right]$

Avec $t_{n,\alpha} = 2{,}093$ (lu sur Student(19ddl, 5%, bilatéral)

D'où : IdC(G1) = [15,3 ; 24,7]   IdC(G2) = [12,0 ; 18,0]

Question 2 : La variance estimée dans le groupe 1 de patients est-elle significativement supérieure à celle du groupe 2 au risque de 5% ?

Correction : Test unilatéral de comparaison de variances (10 pts)

Hypothèses (3 pts)

H0 : Les 2 variances sont égales : $\sigma_1 = \sigma_2$

H1 : La variance du groupe 1 est supérieure à celle du groupe 2, $\sigma_1 > \sigma_2$ (Test unilatéral)

Test et conditions (3 pts)

Test de Fisher (à condition que les mesures soient distribuée normalement)

Calculs (2 pts) : $F_{exp} = 10{,}0^2/6{,}5^2 = 2{,}37$

À comparer avec F(Fisher ; 19 ddl 19 ddl ; 5% ; unilatéral) compris entre 2,156 et 2,234 (sur la table fournie avec alpha = 0,05)

Conclusions (2 pts)

$F_{exp} > F_{table}$ donc rejet de H0. Il convient de noter qu'on se trouve en limite de zone de rejet, la variance du groupe 1 est supérieure à celle du groupe 2 . Il faudrait toutefois refaire l'expérience avec plus de sujets pour en être sûr.

Au cours de l'étude de l'activité de la drogue, on obtient les résultats suivants :

X (dose)	0	1	2	3
Y	0,29	0,52	0,61	0,79

(dose : unité arbitraire, Y : fraction d'un effet maximum

Question 3 : Déterminer les paramètres p et yo de la relation effet-dose Y = pX + Yo

Correction : Paramètres de régression linéaire (6 pts)

Pente $p = \frac{s_{x,y}}{s_x^2}$ = 0,159

Ordonnée à l'origine Y0 $= m_y - p.m_x$ = 0,314

Question 4 : Existe-t-il un effet dose ? On donne l'écart-type de p : $s_p = 0{,}018$.

Correction : Test de la pente (8 pts)

Hypothèses (2 pts)

H0 : Pas d'effet dose : $pente = 0$

H1 : Il existe un effet dose, $pente \neq 0$ (Test bilatéral)

Test et conditions (2 pts)

Test de Student (à condition que les mesures soient (bi)-normales)

Calculs : $t_{exp} = \frac{p}{s_p}$ = 8,83 (2 pts)

À comparer à t(Student, n-2 = 2 ddl, bilatéral, 5%) = 4,303

Conclusions (2 pts)

$t_{exp} > t_{table}$, donc Rejet de H0 au risque 5% : Il existe bien un effet dose