

Tous les tests seront effectués au **risque  $\alpha$  de 5%**.

La Statistique annuelle des établissements de santé (SAE), établie par la Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (DREES), a donné les résultats suivants.

	2009	2016
Public	19 941	28 362
Privé	1 164	2 267

Tableau 1. Nombres d'internes (médecins, biologistes, odontologistes, pharmaciens) en 2009 et 2016 dans les établissements de santé publics et privés.

**Question 1** : La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, dépend-elle du type d'établissement de santé ?

**Correction (14 points)**

**Les hypothèses (3 pts)**

H0 : La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, **ne dépend pas** du type d'établissement de santé

H1 : Elle en dépend.

**Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)**

On effectue un **Test d'indépendance de  $\text{Khi}^2$**  dont la seule condition d'application est : toutes les fréquences théoriques doivent être supérieures ou égales à 5.

**Calcul de la statistique (3 pts)**

Tableau des effectifs théoriques sous H0

	2009	2016
Public	19 705	28 598
Privé	1 400	2 031

$$\text{Khi}^2_{\text{exp}} = 71,79$$

$$n_{\text{ddl}} = (2-1) * (2-1) = 1$$

$$\text{Khi}^2_{\text{table}, 5\%, 1\text{ddl}} = 3,841$$

**Conclusions (3 pts)**

$\text{Khi}^2_{\text{exp}} > \text{Khi}^2_{\text{table}}$  donc **rejet de H0 au risque 5%**. La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, dépend donc bien du type d'établissement de santé.

**Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)**

En 2016, on comptait 98 579 personnels de santé des établissements de santé publics (dont 4 385 pharmaciens) et 58 566 personnels de santé des établissements de santé privés (dont 2 390 pharmaciens) – Source : Ordre national des pharmaciens et Drees.

**Question 2 :** Donner le **pourcentage commun** de **pharmaciens** parmi le personnel de santé dans les établissements publics et privés. Quel est son **intervalle de confiance** à **95%** ?

**Correction (12 points)**

**Calcul du pourcentage commun (4 pts)**

Soit  $p_1$  le pourcentage de pharmaciens parmi les personnels de santé des établissements publics :

$$p_1 = 4\,385 / 98\,579 = 4,45 \%$$

Soit  $p_2$  le pourcentage de pharmaciens parmi les personnels de santé des établissements privés :

$$p_2 = 2\,390 / 58\,566 = 4,08 \%$$

Soit  $p_c$  le pourcentage commun de pharmaciens dans l'ensemble :

$$p_c = (4\,385 + 2\,390) / (98\,579 + 58\,566) = 4,31 \%$$

**Calcul de l'intervalle de confiance (6 pts)**

Intervalle de confiance à 95 % (noté  $Id_{C95}$ ) d'un pourcentage  $p$  est donné par :  $p \pm 1,96 * \sigma_p$

Soit  $\sigma_{p_c}$  l'écart-type de  $p_c$  : 
$$\sigma_{p_c} = \sqrt{\frac{p_c(1-p_c)}{N_T}} = 0,05 \%$$

D'où pour  $p_c$  :  $Id_{C95} = [4,21 ; 4,41]$  – On peut remarquer qu'aucun des pourcentages,  $p_1$  ou  $p_2$  n'appartient à cet intervalle.

Ne pas oublier de vérifier les conditions ( $p(1-p) \geq 5$  pour tous les % manipulés) a posteriori.

**Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)**

**Question 3 :** Y a-t-il **plus de pharmaciens** en **proportion** parmi les personnels de santé des établissements privés que parmi les personnels de santé des établissements publics ?

**Correction (14 points)**

On pouvait remarquer que la proportion observée de pharmaciens parmi les ES publics ( $p_2$ ) était supérieur à  $p_1$  : aucun test statistique ne pourra montrer le contraire.

**Les hypothèses (3 pts)**

$H_0$  : Il y a **autant de pharmaciens** en proportion parmi les personnels des établissements privés que publics :  $\pi_1 = \pi_2$

$H_1$  :  **$\pi_2 > \pi_1$**  – **Test unilatéral**

### Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)

*Attention* : pour comparer deux pourcentages, on peut utiliser indifféremment un test de  $\chi^2$  ou un test de comparaison de pourcentages à condition que le test soit bilatéral. Ici, le test est unilatéral, donc on ne peut pas utiliser un test de  $\chi^2$ . Obligation d'utiliser un test de Student de comparaison de 2 % expérimentaux. Conditions d'application :  $p(1-p) \geq 5$  pour tous les % manipulés.

### Calcul de la statistique (3 pts)

$$t_{\text{exp}} = \frac{p_2 - p_1}{\sqrt{p_c(1-p_c)\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}} = -3,47$$

A comparer avec  $t(\text{Normale}, 5\%, \text{unilatéral}) = 1,645$

### Conclusions (3 pts)

$t_{\text{exp}} < t_{\text{Normale}}$  donc non rejet de  $H_0$  au risque 5%. Il n'y a pas plus de pharmaciens en proportion parmi les personnels de santé des établissements privés que publics. En revanche, en valeur absolue,  $|t_{\text{exp}}| > t_{\text{Normale}}$  donc si la question inverse avait été posée, on aurait pu rejeter  $H_0$  et affirmer qu'il y a plus de pharmaciens en proportion parmi les personnels de santé des établissements publics que privés.

### Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

Notes au concours blanc

