**Statistiques – Internat 2018**

Sauf mention spéciale, tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

*Exercice*

Pour étudier d’éventuelles conséquences de la consommation de tabac sur le rythme cardiaque, on a interrogé 133 personnes inscrites à une école de santé publique et mesuré leur pouls au repos. Le tableau suivant donne des résultats concernant le pouls (x), séparément chez les fumeurs et les non-fumeurs :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | Fumeurs | Non-Fumeurs | Total |
| n | 39 | 94 | 133 |
| Σx | 2 836 | 6 443 | 9 279 |
| Σx2 | 210 397 | 448 484 | 658 881 |

**Question 1** : Consommation de tabac et pouls sont-ils liés ?

**Correction :** La question posée revient à se demander si le pouls dépend du fait qu'on fume ou pas, autrement dit, s'il est le même chez les fumeurs et les non-fumeurs.

H0 : Le pouls est le même chez les fumeurs et les non-fumeurs

H1 : Le pouls est différent chez les fumeurs et les non-fumeurs (Test bilatéral)

Nous allons effectuer un test de Student de comparaison de 2 moyennes expérimentales, dans le cas de grands échantillons (n > 30), en supposant la distribution des données normale.

Soit mF, la moyenne observée du pouls chez les fumeurs : $m\_{F}=\frac{\sum\_{}^{}x}{n}=72,7 $

Soit mNF, la moyenne observée du pouls chez les non-fumeurs : $m\_{NF}=68,5$

Soit s²F, l'estimateur de la variance du pouls dans la population des fumeurs : $s\_{F}^{2}=\frac{\sum\_{}^{}x^{2}-\frac{(\sum\_{}^{}x)^{2}}{n}}{n-1}=109,7$

Soit s²NF, l'estimateur de la variance du pouls dans la population des non-fumeurs : $s\_{NF}^{2}=73,8$

La statistique t du test est dans ce cas : $t=\frac{m\_{F}-m\_{NF}}{\sqrt{\left(\frac{s\_{F}^{2}}{n\_{F}}-\frac{s\_{NF}^{2}}{n\_{NF}}\right)}}=2,20$

A comparer avec la valeur lue dans la table de la loi Normale pour α = 5 %, soit 1,96. t > 1,96 d'où rejet de H0 au risque α = 5 %. Le pouls est différent chez les fumeurs et les non-fumeurs.

**Question 2**

Quel est l'intervalle de confiance à 99% du pouls moyen chez les fumeurs ? Chez les non-fumeurs ?

**Correction :** Les bornes de l'intervalle de confiance (IdC) cherché sont données par la relation : $m\pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$

Avec m, le pouls moyen, s , l'estimateur de l'écart-type, n, l'effectif de l'échantillon et t = 2,576 pour α = 1 %.

Soit : Idc(fumeurs) = [68,4 ; 77,0] et IdC(non-fumeurs) = [66,3 ; 70,8]

**Question 3**

Comparer les variances du pouls chez les fumeurs et les non-fumeurs.

Pourquoi ce test n'est-il pas nécessaire pour répondre à la première question ?

**Correction :**

H0 : La variance du pouls est la même chez les fumeurs et les non-fumeurs

H1: La variance du pouls est différente chez les fumeurs et les non-fumeurs

Nous allons effectuer un test de Fisher de comparaison de 2 variances expérimentales.

La statistique du test est : $F\_{exp}=\frac{s\_{F}^{2}}{s\_{NF}^{2}}=1,49$ (> 1)

A comparer avec F(Loi F; 2,5% ; nddl les plus proches de 38 et 93) : on trouve un F sur la table compris environ entre 1,5 et 1,7 : dans tous les cas supérieur à Fexp.

D'où non rejet de H0 au risque α = 5 %. Les 2 variances sont égales.

Ce test est inutile pour la question 1, car les 2 échantillons sont grands; il n'est donc pas nécessaire de vérifier l'égalité des variances puis de calculer une variance commune.