

**PRESENTATION DES ENSEIGNEMENTS**  
**3<sup>ème</sup> année des Licences Double-Diplôme**  
**Ecomath / Infomath / Mathphys et MathScVie**

**MDD 301 Calcul différentiel et Optimisation`**

Volume Horaire : 12 semaines. Cours : 2h/semaine = 24h, TD : 2h/semaine = 24h

Compétences : Manipuler les fonctions de plusieurs variables, comprendre la notion de différentielle, connaître et comprendre les théorèmes fondamentaux (inversion locale, fonctions implicites), acquérir les outils de base pour l'étude de problèmes d'optimisation.

Description :

- Fonctions d'une variable : dérivabilité, égalité des accroissements finis, courbes paramétrées.
- Espace vectoriel normé : norme et produit scalaire ; distance, ouverts et fermés ; convergence des suites, continuité des fonctions ; compacité, équivalence des normes dans  $\mathbb{R}^n$ .
- Différentiabilité des fonctions de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^p$  ; dérivées partielles, jacobiniennes ; différentielles des fonctions composées ; théorèmes des accroissements finis, fonctions  $C^1$  ;
- Théorème d'inversion locale ; Théorème des fonctions implicites ; Hypersurface de  $\mathbb{R}^n$  ;
- Différentielles et dérivées partielles d'ordre supérieur ; fonctions  $C^k$  ; matrice hessienne ; formule de Taylor ;
- Extremums des fonctions de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}$  ; condition nécessaire et suffisante d'extremum ; cas des fonctions convexes ; extremums liés et multiplicateurs de Lagrange.

**MDD 302 Intégration**

Volume Horaire : Cours : 24h , TD : 24h

Compétences : Maîtriser la notion d'intégrabilité ainsi que les propriétés de l'intégrale de Lebesgue. Savoir appliquer les grands théorèmes de l'intégrale de Lebesgue (convergence monotone et dominée, intégrale à paramètre, Fubini, changement de variable).

Description : Rappels sur l'intégrale de Riemann et les limites de suites de fonctions.

Intégrale de Lebesgue sur  $\mathbb{R}$ , théorèmes de convergence monotone et de convergence dominée, exemples de fonctions intégrables, intégrales dépendant d'un paramètre.

Intégrale de Lebesgue sur  $\mathbb{R}^d$  (généralisation de la construction précédente), théorème de Fubini, changement de variable.

Espaces  $L^1$  et  $L^2$ . Présentation de la convolution et de la transformée de Fourier sur  $L^1$ .

**MDD 303 Probabilités**

Volume Horaire : Cours : 24h , TD : 24h

Compétences : Maîtriser les outils mathématiques permettant de traiter un grand nombre de problèmes du domaine des probabilités.

Description : axiomes des probabilités / variables aléatoires réelles, caractérisations de leurs lois par la fonction de répartition, définition des variables aléatoires discrètes et à densité / lois de probabilités usuelles : Bernoulli, binomiale, binomiale négative géométrique, Poisson, uniforme, gaussienne, exponentielle, gamma, Cauchy.../ transformations de variables aléatoires par la méthode de la fonction muette / simulation par inversion de la fonction de répartition / espérance, variance, moments / couples et vecteurs aléatoires, indépendance et corrélation / suites de variables aléatoires et convergences / loi des grands nombres / théorème central limite / vecteurs gaussiens

### **MDD 304 Oaux de Mathématiques semestre 5**

Volume Horaire : 3 oraux d'une heure par groupes de 3

Compétences : programme de L3.

Description : on propose des oraux, portant sur des exercices en partie préparés à l'avance, portant sur le programme du L3.

### **MDD 305 Modélisation et simulation numériques**

Volume Horaire : Cours/TDm intégré 12 séances de 3h

Compétences : l'objectif est de découvrir les différents aspects des mathématiques appliquées.

Description : Nous nous intéresserons particulièrement à :

1-la modélisation qui consiste à transformer une question posée par une communauté scientifique en un problème mathématique.

2-les simulations numériques permettant de calculer des solutions approchées en utilisant python.

3-l'analyse numérique afin d'essayer de déterminer la qualité de la solution approchée.

Description : les thèmes mathématiques rencontrés seront essentiellement des équations différentielles, des équations aux dérivées partielles, des recherches de zéros de fonction, des problèmes d'optimisation.

### **Anglais**

Compétences : Attendus de l'UE Langue-Anglais : Niveau B2+/C1 dans les 5 compétences linguistiques.

Description : Cette UE s'inscrit dans la continuité de l'UE Langue-Anglais 3 et le travail sur la langue de spécialité (scientifique et/ou à visée professionnelle) : prolongation de l'approche actionnelle dans les 5 compétences et préparation de l'étudiant aux différentes tâches liées à son activité scientifique telles que la rédaction d'un rapport, le commentaire d'un graphique, la description d'un processus mais aussi à son insertion dans le monde professionnel : rédaction d'un e-mail de motivation en vue d'un stage... Initiation au débat ainsi qu'un entraînement à la certification Linguaskill. Le travail se fera par groupes de niveau.

### **MDD 351 Algèbre linéaire pour l'analyse numérique**

Volume Horaire : Cours : 24h , TD : 24h

Compétences : Acquérir les outils mathématiques d'analyse numérique matricielle notamment les différents algorithmes de décompositions de matrices, les méthodes de résolution de systèmes linéaires et de problèmes aux valeurs propres.

Description : Différentes méthodes de résolution de systèmes linéaires seront étudiées : les méthodes directes par décomposition LU et QR, les méthodes itératives de type Jacobi, Gauss-Seidel, relaxation.

Différentes méthodes de recherche de valeurs propres et de vecteurs propres seront également étudiées, notamment dans le cas particulier des matrices symétriques.

La notion de conditionnement sera évoquée afin de comprendre le comportement des erreurs numériques.

Toutes ces notions seront appliquées en particulier à la matrice obtenue par discrétisation de l'opérateur Laplacien en dimension un par la méthode des différences finies.

### **MDD 352 EDO et résolution numérique**

Volume Horaire : Cours : 24h , TD / TP : 24h

Compétences : Comprendre ce qu'est une EDO et savoir représenter les champs de vecteurs, portraits de phase et les solutions pour différentes données et paramètres. Comprendre et savoir appliquer les principaux résultats d'analyse concernant l'existence, l'unicité et la régularité des solutions. Maîtriser les outils permettant de résoudre exactement les EDO linéaires et à variables séparées. Maîtriser les outils d'analyse numérique et de calcul scientifique pour résoudre numériquement une EDO et étudier les propriétés de convergence de la solution approchée vers la solution exacte.

Description : (Pré-requis : Topologie de  $\mathbb{R}^N$ , compacité, application contractante, intégration numérique.)

Théorie des Equations différentielles ordinaires (EDO).

EDO du premier ordre linéaire et à variables séparées. Edo d'ordre supérieur et systèmes d'edo.

Théorème de Cauchy-Lipschitz, Théorème des bouts, Continuité de la solution vis-à-vis des paramètres.

Exercices sur des résolutions d'EDO, calcul de temps d'existence, propriétés des solutions.

Schémas numériques pour les EDOs : étude des méthodes à un pas, notion de convergence (consistance, stabilité et convergence, ordre des schémas).

Travaux dirigés sur ordinateurs avec programmation en python.

### **MDD 353 Inférence statistique**

Volume Horaire : Cours : 18h , TD : 24h

Compétences : Acquérir les notions de base de l'inférence statistique :

1. Estimation : savoir estimer les paramètres d'une loi, étudier les propriétés mathématiques d'un estimateur, construire des intervalles de confiance.
2. Tests statistiques : savoir traduire une question simple en un problème de test et y répondre par la construction d'un test approprié.

Description : Notion d'échantillon, estimateurs, risque quadratique/ Modèles paramétriques, méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance, inégalité de Cramer-Rao /

Loi d'un estimateur, intervalles de confiance / Convergence des estimateurs, étude asymptotique / Tests d'hypothèses : vocabulaire et démarche, lemme de Neyman-Pearson, construction d'un test / Tests dans le modèle gaussien / Tests asymptotiques / Tests du  $\chi^2$ .

### **MDD 354 Structures algébriques**

Volume Horaire : cours 18h - TD 12 h.

Compétences : Familiarité avec les notions de groupes anneaux corps et leurs applications.

Description : Rappels et compléments relativement aux notions de groupes et anneaux.

Prolongement à leurs applications dans l'une des trois directions suivantes :

1. Actions de groupes ; applications aux groupes de la géométrie et au problème des polyèdres réguliers en dimension 3.
2. Introduction à l'arithmétique des corps finis, formule de Legendre et loi de réciprocité quadratique.
3. Etude des anneaux des entiers de Gauss et d'Eisenstein et leurs applications.

### **MDD 357 Oraux Math semestre 6**

Volume Horaire : 3 oraux d'une heure par groupes de 3

Compétences : programmes de L2 ou L3.

Description : les étudiants ont le choix entre deux parcours :

- Parcours Master : on propose des oraux, portant sur des exercices en partie préparés à l'avance, portant sur le programme du L3.
- Parcours Écoles : les étudiants sont amenés à résoudre sans préparation des exercices de niveau L2 (avec un programme précis de révisions). Ce parcours est destiné aux étudiants se présentant aux concours universitaires des écoles d'ingénieurs dont les oraux portent sur le programme du L2.

### **MDD 358 EDP Approche mathématique**

Volume Horaire : 24h

Compétences : résoudre des équations aux dérivées partielles de transport, étude du problème de Cauchy, solutions fortes, solutions faibles, lois de conservation scalaires.

Description : On s'intéresse dans ce cours à des équations aux dérivées partielles de type « équations de transport », qui apparaissent dans de nombreux contextes physiques (écoulements de fluides, théorie cinétique des gaz, modèles de trafics routier...). Pour les équations linéaires, on discutera des problèmes d'existence et unicité des solutions fortes (i.e. régulières) et faibles (i.e. très peu régulières) dans le cas d'un champ de vecteur constant, puis variable. On s'intéressera enfin à des équations de transport non-linéaires unidimensionnelles comme l'équation de Burgers. On décrira l'existence locale des solutions fortes, l'explosion de ces dernières en temps fini ainsi que certaines solutions faibles particulièrement importantes : les ondes de détente et ondes de chocs.

### **MDD 359 Analyse hilbertienne**

Volume Horaire : Cours : 12h , TD : 12h

Compétences : Se familiariser avec la notion d'espace de Hilbert qui généralise celle d'espace euclidien en dimension infinie.

Description : Rappels sur les espaces vectoriels normés et de Banach / Espace préhilbertien, inégalité de Cauchy-Schwarz, orthogonalité, projection sur un convexe complet / Espace de Hilbert, bases hilbertiennes.

### **MDD 360 Méthodes statistiques de prévision**

Volume Horaire : 24h Cours-TP intégré

Compétences : Analyses de données avec le logiciel R : ajustement de lois paramétriques, pratique de la régression linéaire, de la classification supervisée.

Description :

Statistique descriptive

Estimation d'une densité, d'une fonction de distribution, graphes quantile-quantile

Régression linéaire : estimateurs des moindres carrés, erreur de prévision, validation de modèles

Classification : méthode des plus proches voisins, régression logistique, erreur de classification, courbe ROC.

## **MDD 380X Préparation aux concours**

Volume Horaire : variable

Compétences : programmes de L2 et L3. Inscription sous réserve d'admissibilité au concours Filière Universitaire de l'École Polytechnique ou d'une école d'ingénieurs de l'Université Paris Saclay.

Description : on propose aux étudiants admissibles à l'École Polytechnique des oraux blancs de mathématiques individualisés en fonction du parcours en L3 ainsi que des entraînements aux épreuves d'Analyse de Documents Scientifiques. Cette UE est également accessible, sous réserve d'accord du responsable de filière, aux étudiants n'ayant pas eu d'oraux dans leur scolarité et souhaitant présenter des écoles d'ingénieurs. Elle n'est pas compatible avec un cursus de plus de deux ans en classes préparatoires.