Thème : Géométrie plane

A. Triangles I : Analyse a priori

On s'intéresse, dans cette partie et la suivante, à deux exercices de géométrie de cycle 4.

35 On veut construire une gare à égale distance des villes de Bar-le-Duc, Verdun et Saint-Mihiel (en Lorraine).

Maquette de la gare Meuse TGV.

À vol d'oiseau, les distances qui séparent ces trois localités sont les suivantes :

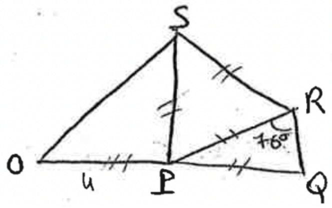
- Bar-le-Duc – Verdun : 49 km
- Verdun – Saint-Mihiel : 34 km
- Bar-le-Duc – Saint-Mihiel : 36 km

a. Représenter les trois villes sur un plan où 1 cm représente 10 km.

b. Déterminer sur le plan l'endroit où devra être construite la gare.

c. Après avoir effectué une mesure sur le plan, donner une valeur approchée de la distance, en km, séparant chaque ville de la gare.

La figure à main levée ci-dessous représente un triangle OPS rectangle et isocèle en P tel que $OP = 4$cm, un triangle équilatéral SPR et un triangle RPQ isocèle en P tel que $PRQ = 76^o$.



1. Faire une figure précise.
2. P est-il le milieu de $[OQ]$?

A.1. En vous appuyant sur l'extrait du programme du cycle 4 suivant

> Le développement de la compétence « Représenter » au cycle 4 doit à la fois permettre à l'élève de progresser dans la vision du réel et dans l'appréhension des objets mathématiques abstraits. Comprendre ce qu'est un triangle, ce qu'est une fonction, ce qu'est une fraction, c'est savoir « représenter » ces objets, c'est-à-dire trouver un registre de représentation adéquat, mais aussi savoir varier les représentations et les registres de représentation.
> Un élève capable de convoquer dans un exercice mettant en jeu une fonction un graphique, un tableau de nombres, une écriture symbolique, est en train de s'approprier la notion de fonction. Dans cet exercice, on voit que la représentation est aussi pensée de manière dynamique, dans sa capacité à engendrer d'autres représentations, à l'intérieur d'un même registre ou dans un autre registre.

expliquer dans quelle mesure ces exercices contribuent à développer chez les élèves la compétence *Représenter*.

A.2. Précisez quels sont les objectifs de chacun des exercices.

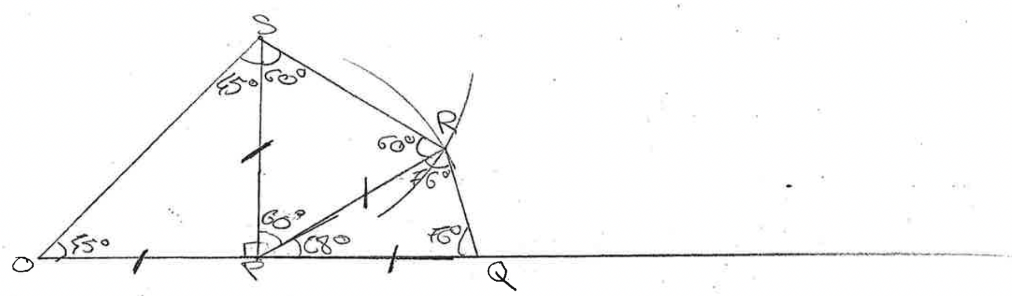
A.3. En quoi les deux exercices sont-ils complémentaires l'un de l'autre ?

A.4. Le document ressource suivant parle de « situations-problèmes illustrant la force du raisonnement » en géométrie. Donner un exemple d'une telle situation (différente des exercices du sujet). Vous présenterez l'énoncé de la situation et vous expliquerez clairement en quoi l'exemple choisi convient.

> Le passage de la géométrie perceptive à la géométrie du raisonnement est délicat et doit être accompagné de situations-problèmes qui illustrent la force du raisonnement.
>
> En géométrie, les élèves peuvent rencontrer deux types de difficultés liées à la perception : penser ce qui n'est pas visible (en particulier en géométrie dans l'espace), et penser juste même lorsque le visible induit en erreur (figures à main levée erronées en géométrie plane par exemple).
>
> Les logiciels de géométrie dynamique sont un appui essentiel et permettent la mise en œuvre d'une démarche scientifique : après le test sur de nombreux cas, les élèves conjecturent, puis peuvent s'engager dans la preuve.
>
> En géométrie, construction et raisonnement sont étroitement liés. La construction est un point d'appui à l'élaboration du raisonnement, et parallèlement, la réalisation de certaines constructions nécessite un raisonnement préalable.

B. Triangles II : Analyse de productions

On fournit ci-dessous les réponses de quatre élèves de 4ème au second exercice.

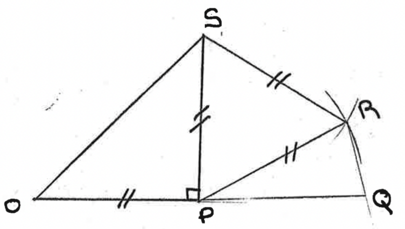


2. P est-il le milieu de [OQ] ?

Conjecture : Non

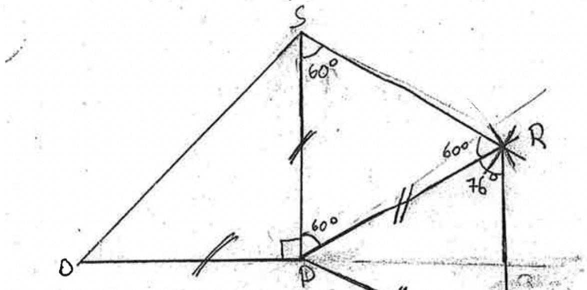
Justification :

O.P.Q ne sont pas alignés car la somme de
OPS + SPR + RPQ = 178°
OP = PQ car OPS est isocèle ~~cm~~ (4 cm) et SPR
isocele (4 cm) et RPQ isocele donc OP = 4 cm et
PQ = 4 cm



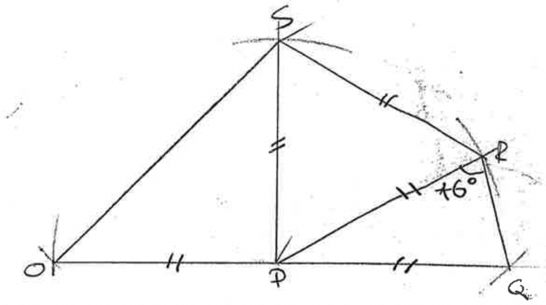
d) P est-il le milieu de [OQ] ? Non, P n'est pas le milieu de [OQ]

Justifier : Ça ne l'est pas puisque la droite [OQ] n'est pas droite



d) P est-il le milieu de [OQ] ?
Oui

Justifier :
Il y a 2 triangles isocèles en P où les côtés isocèles sont tous de mêmes longueurs (dans les 2 triangles).



b) P est-il le milieu de [OQ] ?
Oui, P est le milieu de [OG]

Justifier :
OPS est isocèle en P Donc OP = PS

SPR est équilatéral Donc SR = RP = PS

RPG est isocèle Donc RP = PG

Donc OP = PS = SR = RP = PG

On sait que OP = PG

Donc P est le milieu de [OG]

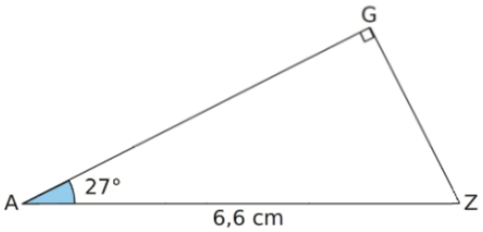
B.1. Analysez les réponses des quatre élèves, en mettant en évidence les points positifs et négatifs.

B.2. Expliquez le choix de la valeur de la mesure de l'angle PRQ.

C. Séquence d'exercices

On s'intéresse à la séquence d'exercices suivante, extraite du manuel *iParcours 4ème* :

34 Soit le triangle GAZ ci-dessous.



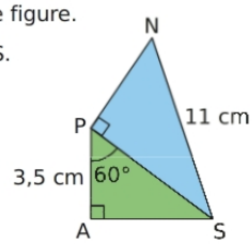
a. Détermine la valeur de $\widehat{GZA}$.

b. Donne l'arrondi au dixième de GZ.

36 On considère cette figure.

a. Calcule la longueur PS.

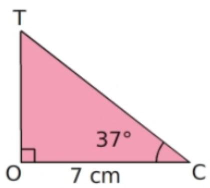
b. Déduis-en la mesure des angles $\widehat{PSN}$ et $\widehat{PNS}$, arrondie au degré.



35 Soit le triangle TOC ci-contre.

a. Calcule la longueur TC, arrondie au dixième.

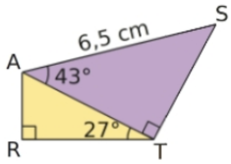
b. Déduis-en la longueur TO, arrondie au millimètre.



37 On considère cette figure.

a. Calcule AT. Tu en donneras l'arrondi au millimètre.

b. Déduis-en la mesure de RT arrondie au millimètre.



C.1. (a) À votre avis, quelle notion cette séquence d'exercices est-elle supposée illustrer ?

(b) Quels sont les intérêts d'une telle séquence d'exercices ?

Le manuel *iParcours 3ème* donne la définition suivante d'une homothétie :

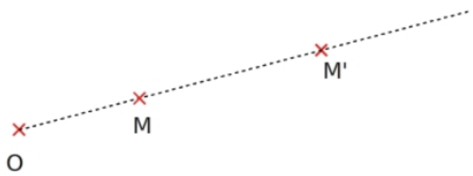
Définition

L'image d'un point M par l'homothétie de centre O et de rapport k positif est le point M' tel que :

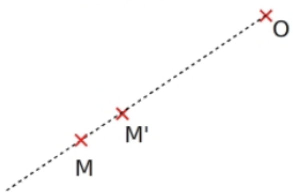
- M' appartient à [OM] ;
- OM' = $k \times$ OM.

Exemples :

$k = 2{,}5$

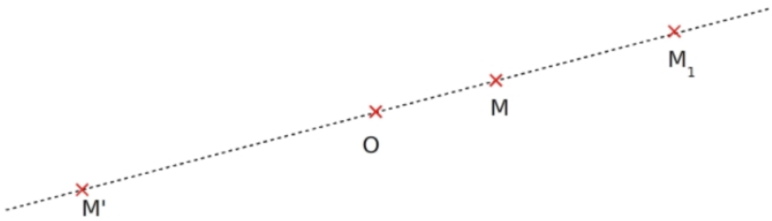


$k = 0{,}8$



Remarque :

Dans le cas où k est négatif, par exemple $k = -2{,}5$, on construit l'image M_1 de M par l'homothétie de rapport 2,5 puis on construit le symétrique M' de M_1 par rapport à O.



C.2. (a) Écrire l'énoncé d'un problème destiné à une classe de 3ème et dont le but est de comprendre et démontrer la proposition suivante : l'image d'un segment par une homothétie de rapport $k \neq 0$ (positif ou négatif) est un segment parallèle à l'original, et dont la longueur a été multipliée par $|k|$ (la formulation de la proposition pourra être adaptée au public de 3ème).

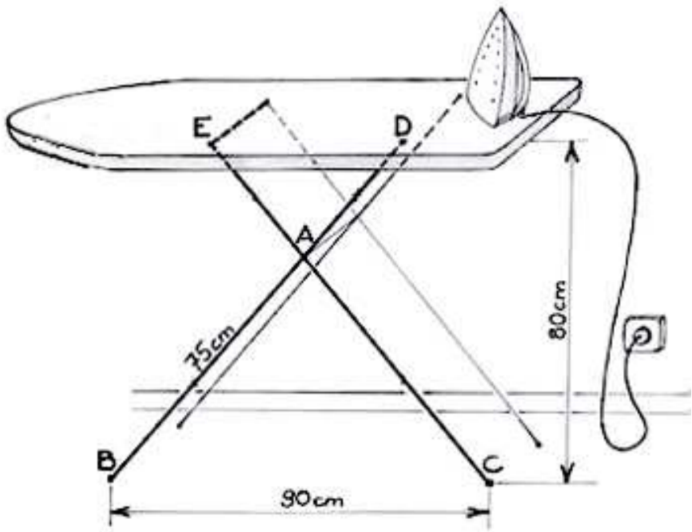
(b) Analyser l'énoncé que vous avez proposé au regard des compétences du socle (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer).

(c) Donner une correction de ce problème, comme vous pourriez la présenter à une classe de 3ème.

D. Résolution d'un problème

L'exercice suivant est posé à deux groupes d'élèves de cycle 4 :

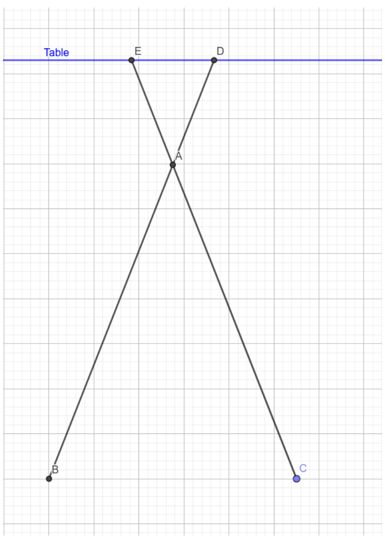
Exercice 1. — *Une table à repasser, réglable en hauteur, est représentée sur le dessin ci-contre. Les tiges $[EC]$ et $[BD]$ sont de même longueur constante, et sont articulées en A. La longueur AB est égale à $75\,cm$. Sous la table, le point D est fixe et on peut déplacer le point E afin de régler la hauteur de la table. On sait que lorsque BC est égale à $90\,cm$, la table a une hauteur de $80\,cm$ et est parallèle au sol.*

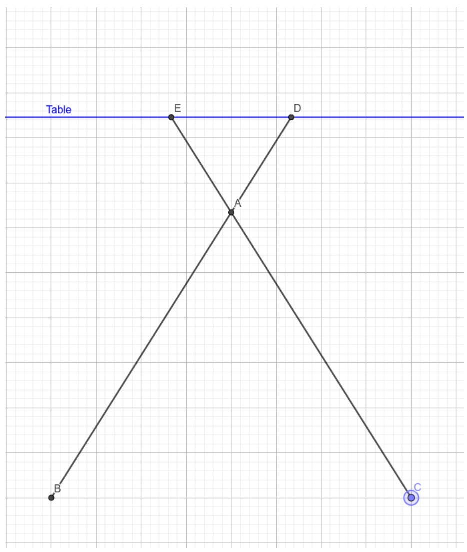


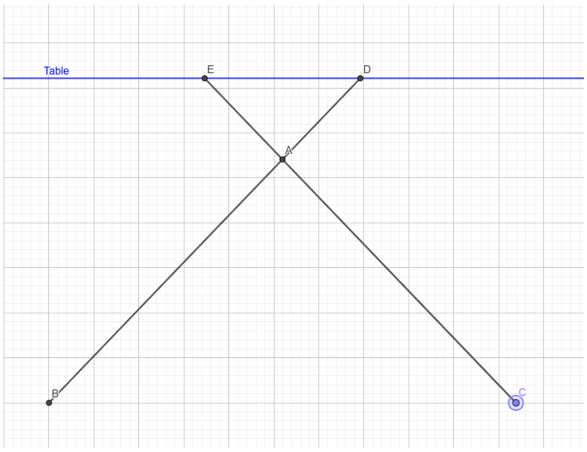
1. *Pourquoi la table reste-t-elle parallèle au sol lorsque l'on change la distance ED afin d'en régler la hauteur ?*
2. *Calculer l'écartement BC des pieds lorsque la hauteur de la table est de $60\,cm$.*

Les réponses des deux groupes à la première question sont les suivantes :

Groupe 1. Nous avons réalisé trois dessins







Les droites (ED) et (BC) restent bien parallèles.
On observe aussi que les triangles ABC et ADE sont isocèles, mais nous n'arrivons pas à le démontrer.

Groupe 2. On sait que $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ car les branches $[EC]$ et $[BD]$ sont de même longueur. D'après de théorème de Thalès, $[ED]$ et $[BC]$ sont parallèles.

D.1. Analyser la réponse à la question **1.** de chacun des deux groupes d'élèves, en mettant en évidence la pertinence des démarches entreprises par les élèves ainsi que les difficultés rencontrées.

D.2. Préciser, pour chacun des groupes, deux conseils que vous pourriez donner aux élèves.

D.3. Au vu des réponses des élèves, souligner les points forts ou les faiblesses de l'énoncé proposé.

D.4. Rédiger une correction de l'exercice comme elle pourrait figurer sur le cahier des élèves.

D.5. Proposer une subdivision de la question **1.** en questions intermédiaires que vous pourriez donner afin de rendre l'exercice plus accessible.