TP n°1 : Graphes et optimisation

Une société de conception de réseaux de télécommunication vient de signer un contrat d'équipement en cabines téléphoniques publiques avec un pays de l'Europe de l'Est. La plan d'équipement dure 6 mois et consiste à installer chaque mois *i* un nombre *b_i* de cabines (*i=1,...,6*). Les cabines sont importées d'un pays d'Asie du Sud-Est et stockées dans un entrepôt central avant d'être installées. L'approvisionnement du stock s'effectue en début de mois, la quantité approvisionnées pouvant correspondre à l'installation de plusieurs mois. Le stock final au terme du plan doit être nul.

i	1	2	3	4	5	6
b_i	200	200	300	700	1000	200

- Le directeur des achats, précisant que chaque approvisionnement engendre des frais fixes d'un montant *a=2000* euros (quelle que soit la quantité commandée), préfèrerait tout approvisionner en début de mois 1.
- Le directeur financier, lui, voudrait limiter les stocks qui génèrent des coûts (entretien, location de containers, risque de détérioration, immobilisation,...) et propose d'approvisionner chaque début de mois i la quantité à installer. Il établi que chaque article en stock de début de mois coûte *s=2* euros.
- Le directeur général souhaite déterminer une politique d'approvisionnement qui minimise la somme des deux coûts (approvisionnement + stock).

Remarque : on notera qu'il n'est pas nécessaire de comptabiliser lors du mois i un coût de stockage pour les cabines à installer durant ce même mois *i* (*i=1,...,6*).

Le but de ce TP est de modéliser dans un premier temps le problème décrit ci-dessus sous forme d'un graphe et de le résoudre algorithmiquement en codant l'algorithme ou les algorithmes.

PARTIE 1 : MODELISATION

1. Soit *G=(X,U)* un graphe orienté où *X={0,1,2,3,4,5,6}*. Comment établiriez-vous les liens entre les sommets ? Que représenteraient les arcs ?
2. Que représenterait alors un chemin de 0 à 6 dans le graphe ainsi construit ? Qu'allez-vous recherchez dans le graphe afin de minimiser le coût total ?
3. Quel est le coût des politiques préconisées respectivement par le directeur des achats et financier ? Vous comparez dans la partie 2 ces deux solutions à la solution optimale.

PARTIE 2 : PROGRAMMATION en C, C++ ou python ET RESOLUTION

1. Choisissez les structures de données pour stocker votre graphe valué.
2. G est sans circuit. Pour le démontrer par programme, codez l'algorithme de détection de circuits et affichez à l'écran que G est bien sans circuit après avoir appliqué l'algorithme.
3. Vous pouvez maintenant coder l'algorithme simplifié de recherche de plus court chemin de 0 à 6 dans un graphe sans circuit afin de répondre à la question générale du problème, à savoir quelle est la politique d'approvisionnement optimale et quel son coût associé ? Votre programme affichera le chemin optimal (ainsi que sa signification) et sa valeur optimale en euros.

PSEUDO CODES DES ALGORITHMES

Soient X l'ensemble des sommets et M l'ensemble des sommets marqués, initialisé au vide.

Tant que $\exists x_i \in X \setminus M$ et tel que $\Gamma(x_i) = \emptyset$ **faire**
(1) sélectionner $x_i \in X \setminus M$ et tel que $\Gamma(x_i) = \emptyset$
(2) supprimer x_i partout où il apparaît dans la liste des suivants des sommets non marqués
(3) $M \leftarrow M \bigcup \{x_i\}$
Fin Tant Que

Si (M ==X) **alors** G est sans circuit
Sinon il existe au moins un circuit dans G

RECHERCHE DU PLUS COURT CHEMIN DANS UN GRAPHE SANS CIRCUIT

<u>Initialisation</u>: `delta(1) = 0; M = {1}.`

<u>Itérations</u>:

```
Tant que M != X faire
 Sélectionner j dans X \ M tel que p(j) inclus dans M
 delta(j) = Min_{i: i est dans P(j)} {delat(i)+ d(i,j)}(*)
 M = M U {i}
Fin tant que
```

Remarque: <u>si la valuation du graphe représente autre chose qu'une distance, il faut modifier</u> (*)