

## TRAVAUX PRATIQUES D'OPTIQUE ET PHYSIQUE ATOMIQUE

- ❖ Polarisation (salle 416 - Bât. hbar)
- ❖ Effet Zeeman (salle 513 - Bât. hbar)



# Polarisation

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Polarisation de la lumière.</b>	<b>2</b>
1.1	Définitions. . . . .	2
1.2	Types de polarisation. . . . .	3
1.3	Polariseur. . . . .	4
1.4	Montage expérimental . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Modification de la polarisation de la lumière par une lame anisotrope à faces parallèles.</b>	<b>8</b>
2.1	Lames à faces parallèles, lames $\lambda/2$ , $\lambda/4$ . . . . .	8
2.2	Détermination expérimentale des lignes neutres d'une lame. . . . .	9
2.3	Caractérisation d'une polarisation avec utilisation de lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$ . . . . .	10
2.4	Mesure de la grandeur $n_y - n_x$ d'une lame par production d'interférences. . . . .	11
<b>3</b>	<b>Polarisation rotatoire.</b>	<b>15</b>
3.1	Mise en évidence. . . . .	15
3.2	Spectre cannelé par sélection de la direction de polarisation. . . . .	16
3.3	Coefficient de dispersion rotatoire. . . . .	16

L'objectif de ces travaux pratiques est de caractériser expérimentalement la polarisation d'un faisceau lumineux, puis d'étudier la modification de cette polarisation à la traversée de certains systèmes optiques. Les parties 1.1 à 1.3 rappellent les notions de base sur la polarisation. Les manipulations à effectuer sont décrites à partir de la partie 1.4.

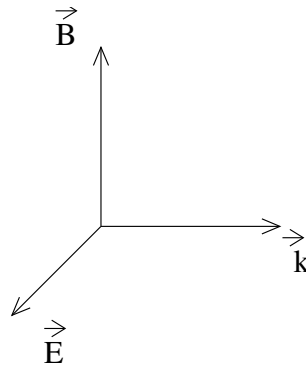
**Le compte-rendu est à rendre au plus tard une semaine après la séance.**

## 1 Polarisation de la lumière.

### 1.1 Définitions.

Un faisceau de lumière visible se propageant dans l'air est associé à une onde électromagnétique dont les propriétés sont les suivantes :

- le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est tangent à la direction du rayon lumineux,
- les champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  sont transverses, c'est à dire dans le plan perpendiculaire à  $\vec{k}$ ,
- la longueur d'onde  $\lambda$  est de l'ordre de 0,4 à 0,7  $\mu\text{m}$ .



Soit un repère orthonormé  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  fixe dans l'espace, avec  $\vec{u}_z$  colinéaire et de même sens que  $\vec{k}$ . Pour une onde plane, le champ électrique  $\vec{E}$  a les composantes suivantes dans le référentiel  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$

$$\vec{E} \begin{pmatrix} E_x = a(t) \cos(\omega t) \\ E_y = b(t) \cos(\omega t - \varphi(t)) \\ E_z = 0 \end{pmatrix} .$$

Les propriétés de cette onde sont liées à la dépendance temporelle des fonctions  $a(t)$ ,  $b(t)$  et  $\varphi(t) = \varphi_y(t) - \varphi_x(t)$ . Ces coefficients ont un sens s'ils varient peu à l'échelle d'une période de l'onde : dans le cas où ils sont constants, l'onde est purement monochromatique de pulsation  $\omega$ . La polarisation d'un faisceau monochromatique est définie en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $\varphi$ .

L'intensité mesurée associée à cette onde est définie par

$$I = \left\langle \frac{|\vec{E}|^2}{\mu_0 c} \right\rangle_{\tau} ,$$

où le symbole  $\langle \rangle_{\tau}$  désigne une moyenne temporelle sur le temps de réponse du détecteur. Ce temps peut varier de  $40 \cdot 10^{-12}$  s pour une photodiode ultra-rapide à  $10^{-8}$  s pour un photomultiplicateur rapide et 0,05 s pour une observation à l'oeil.

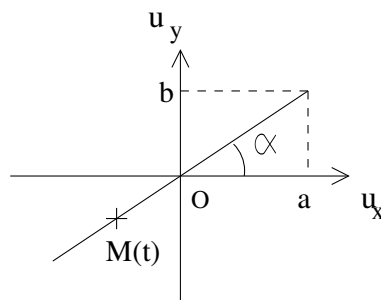
## 1.2 Types de polarisation.

— *Lumière non polarisée.*

Les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $\varphi$  varient rapidement et de manière aléatoire dans le temps. Il n'existe aucune relation entre  $E_x$  et  $E_y$ . Un détecteur placé en  $O$  verrait la direction de  $\vec{E}$  varier aléatoirement au cours du temps.

La notion de variation rapide de  $a$ ,  $b$  et  $\varphi$  est à comparer au temps caractéristique  $\tau$  du détecteur, qui apparaît dans l'expression de l'intensité mesurée en fonction du champ électrique de l'onde.

— *Lumière polarisée rectilignement.*

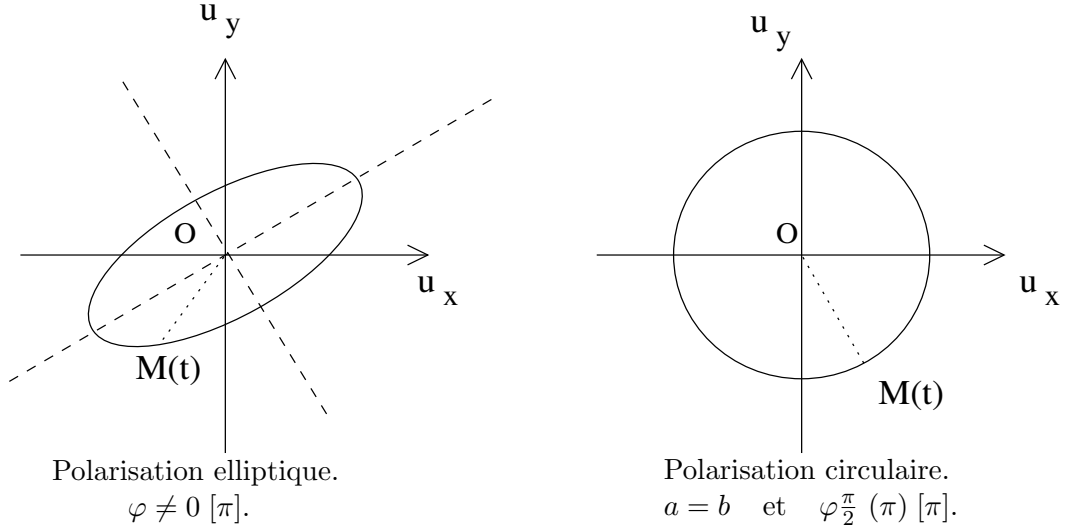


La polarisation est rectiligne si  $\vec{E}$  pointe dans une direction constante quand le temps varie donc si  $E_x/E_y$  est constant, ce qui est réalisé si  $a/b$  et  $\varphi$  sont constants sur un temps suffisamment long, avec  $\varphi = 0[\pi]$ . Dans le plan  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ , les points  $M$  tels que  $\overrightarrow{OM}(t) = \vec{E}(0, t)$  décrivent un segment de droite quand le temps varie. Dans ce cas,  $a$  et  $b$  sont définis comme

$$\begin{aligned} a &= E_0 \cos \alpha \\ b &= E_0 \sin \alpha \quad \text{avec } \tan \alpha = \frac{b}{a}. \end{aligned}$$

— *Lumière polarisée elliptiquement.*

La polarisation est elliptique si, dans le plan  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ , l'ensemble des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{OM}(t) = \vec{E}(0, t)$  décrit une ellipse quand le temps varie. Cette condition est réalisée si  $a$ ,  $b$  et  $\varphi$  sont constants sur des temps suffisamment longs, avec  $\varphi \neq 0[\pi]$ . Si  $\varphi = \pm\pi/2$ , les axes de l'ellipse coïncident avec ceux du repère. Si de plus  $a = b$ , l'ensemble des points  $M$  décrit un cercle. La lumière est alors polarisée circulairement. Le point  $M$  décrit l'ellipse quand le temps varie. Le sens du parcours est orienté en considérant que le rayon lumineux se propage vers l'observateur. La polarisation est elliptique (circulaire) gauche pour un sens de parcours dans le sens trigonométrique ou droite pour le sens de parcours inverse.



### 1.3 Polariseur.

Soit un axe de vecteur unitaire  $\vec{v}$  dans le plan  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ , faisant un angle  $\beta$  avec le vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ . Un polariseur de direction passant  $\vec{v}$  est un système optique qui ne transmet que la lumière telle que la direction du champ électrique  $\vec{E}$  associé soit colinéaire à  $\vec{v}$ . On décrit ici l'action d'un polariseur de direction passant  $\vec{v}$  éclairé par une onde de champ électrique  $\vec{E}_i$  et de polarisation quelconque.

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} a \cos(\omega t) \\ b \cos(\omega t - \varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Avec ces notations, l'intensité incidente sur le polariseur s'écrit

$$\begin{aligned} I_i &= \left\langle \frac{|\vec{E}_i|^2}{\mu_0 c} \right\rangle_\tau \\ &= \left\langle \frac{1}{\mu_0 c} [a^2 \cos^2(\omega t) + b^2 \cos^2(\omega t - \varphi)] \right\rangle_\tau \\ &= \frac{1}{2\mu_0 c} (\langle a^2 \rangle_\tau + \langle b^2 \rangle_\tau). \end{aligned}$$

Le champ électrique transmis est la projection du champ électrique incident sur l'axe passant  $\vec{v}$  du polariseur

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= (\vec{E}_i \cdot \vec{v}) \vec{v} \\ &= [a \cos(\beta) \cos(\omega t) + b \sin(\beta) \cos(\omega t - \varphi)] \vec{v}, \end{aligned}$$

et l'intensité transmise s'écrit

$$I_t = \left\langle \frac{1}{\mu_0 c} [a^2 \cos^2(\beta) \cos^2(\omega t) + b^2 \sin^2(\beta) \cos^2(\omega t - \varphi) + 2ab \cos(\beta) \sin(\beta) \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi)] \right\rangle_\tau.$$

$$\begin{aligned} \text{Avec } \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) &= \frac{1}{2} [\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(\varphi)] \\ \langle \cos(2\omega t - \varphi) \rangle_\tau &= 0 \\ \langle \cos^2(\omega t) \rangle_\tau &= \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

l'intensité à la sortie du polariseur peut se réécrire

$$I_t = \frac{1}{2\mu_0 c} \left[ \langle a^2 \rangle_\tau \cos^2(\beta) + \langle b^2 \rangle_\tau \sin^2(\beta) + 2 \langle ab \cos(\varphi) \rangle_\tau \cos(\beta) \sin(\beta) \right].$$

On retrouve les cas particuliers suivants.

— **Lumière incidente non polarisée (lumière naturelle).**

$a$ ,  $b$  et  $\varphi$  varient de manière aléatoire dans le temps :  $\langle a^2 \rangle_\tau = \langle b^2 \rangle_\tau$  et  $\langle \cos(\varphi) \rangle_\tau = 0$ . Alors

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{1}{2\mu_0 c} (\langle a^2 \rangle_\tau + \langle b^2 \rangle_\tau) \\ &= \frac{1}{\mu_0 c} \langle a^2 \rangle_\tau, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et } I_t &= \frac{1}{2\mu_0 c} \langle a^2 \rangle_\tau (\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)) \\ &= \frac{1}{2\mu_0 c} \langle a^2 \rangle_\tau \\ &= \frac{1}{2} I_i. \end{aligned}$$

**L'intensité transmise est indépendante de l'orientation du polariseur.**

— **Polarisation incidente rectiligne.**

$a/b$  est constant,  $\varphi = 0[\pi]$ .

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} a \cos(\omega t) \\ \pm b \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} a &= E_0 \cos(\alpha) \\ b &= E_0 \sin(\alpha) \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{1}{2\mu_0 c} (a^2 + b^2) \\ &= \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_t &= \frac{1}{2\mu_0 c} \left[ a^2 \cos^2(\beta) + b^2 \sin^2(\beta) + 2ab \cos(\beta) \sin(\beta) \right] \\ &= \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} [\cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta)]^2 \\ &= \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \cos^2(\alpha - \beta) \\ &= I_i \cos^2(\alpha - \beta). \end{aligned}$$

L'intensité transmise varie avec l'orientation du polariseur par rapport à la direction de polarisation de la lumière. Ce résultat constitue la loi de Malus :

$$I_t = I_i \cos^2(\alpha - \beta).$$

**L'extinction de l'intensité transmise pour une certaine direction du polariseur caractérise une polarisation incidente rectiligne.**

— **Polarisation incidente circulaire.**

Lorsque la polarisation incidente est circulaire  $a = b = E_0$  et  $\varphi = \pi/2[\pi]$ . Dans ce cas

$$\vec{E}_i \left( \begin{array}{cc} E_0 \cos(\omega t) \\ \pm E_0 \sin(\omega t) \\ 0 \end{array} \right), \quad \text{et} \quad I_i = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}.$$

L'intensité transmise vaut

$$I_t = \frac{1}{2\mu_0 c} [E_0^2 \cos^2(\beta) + E_0^2 \sin^2(\beta)] = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} I_i.$$

**L'intensité transmise est indépendante de l'orientation du polariseur mais cette propriété n'est pas caractéristique d'une polarisation incidente circulaire, elle est également obtenue pour une onde incidente non polarisée.**

— **Polarisation incidente elliptique.**

Pour une onde incidente polarisée elliptiquement, le rapport  $a/b$  et  $\varphi$  sont constants, avec  $\varphi \neq 0[\pi]$ .

Dans ce cas

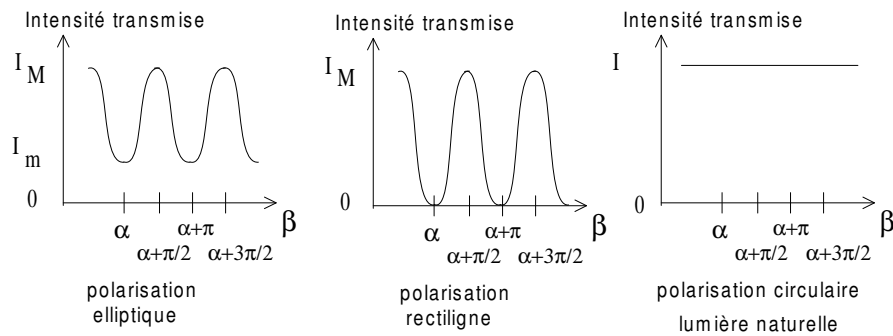
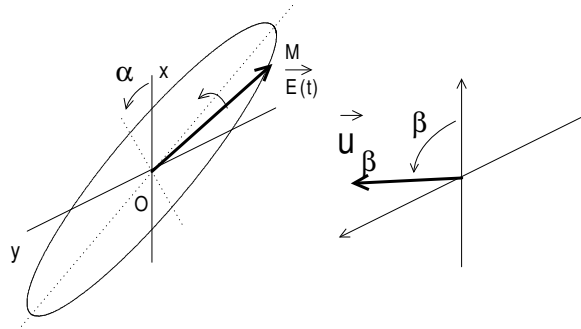
$$I_t = \frac{1}{2\mu_0 c} [a^2 \cos^2(\beta) + b^2 \sin^2(\beta) + 2ab \cos(\beta) \sin(\beta) \cos(\varphi)].$$

**L'intensité transmise présente des maxima et des minima quand la direction du polariseur est parallèle à l'un des axes de l'ellipse représentant la polarisation initiale.**

— **Synthèse graphique.**

Supposons que l'onde incidente soit polarisée elliptiquement. Le petit axe de l'ellipse forme un angle  $\alpha$  avec  $\vec{u}_x$  tandis que la direction passante du polariseur  $\vec{v}$  forme un angle  $\beta$  avec  $\vec{u}_x$ . L'intensité transmise par le polariseur est la valeur moyenne de la projection  $(\vec{E}_i(t) \cdot \vec{v})^2$ . Elle passe par les extrema  $I_M$  et  $I_m$  quand  $\vec{v}$  est orienté selon le grand axe ou le petit axe de l'ellipse. On en déduit les variations qualitatives de l'intensité transmise en fonction de l'angle  $\beta$  selon la polarisation de l'onde incidente.



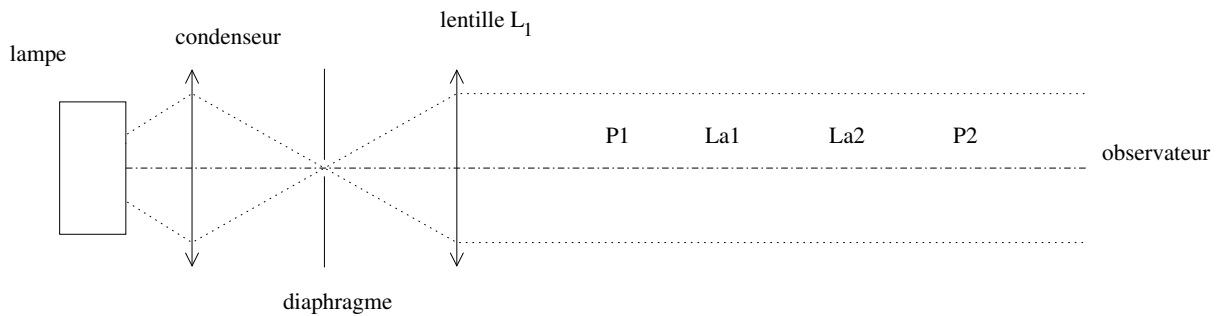


## 1.4 Montage expérimental

On veut étudier expérimentalement la polarisation d'un faisceau de lumière parallèle. On utilisera comme polariseur un polariseur de Nicol ou des polaroïds.

### 1.4.1 Mise en place du montage.

Le but est de fabriquer un faisceau parallèle de lumière monochromatique.



Réaliser le montage indiqué sur la figure ci-dessus. *Quel est le rôle de chaque élément ? Dans quel ordre peut-on les installer pour être sûr que le faisceau parallèle soit horizontal et que chaque système optique soit bien utilisé en son centre ? Régler le condenseur pour conjuguer la lampe à vapeur de mercure et le diaphragme. La position du filtre importe peu. Ne pas le placer trop près de la lampe pour ne pas le brûler. Positionner le diaphragme au foyer de la lentille L1 par autocollimation.*

Montage de base : la source est une lampe à vapeur de mercure haute pression. L1 est une lentille de focale 20 ou 30 cm. P1, P2, La1, La2 représentent les positions possibles pour les polariseurs et les différentes lames qui seront utilisées au cours des manipulations.

### 1.4.2 Utilisation d'un seul polariseur.

Placer un polariseur à la position P1. *En observant l'intensité lumineuse transmise par le polariseur suivant son orientation dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation du faisceau, vérifier que la lumière incidente sur le polariseur n'est polarisée ni rectilignement, ni elliptiquement (Cf section 1.3). Conclusion ?*

### 1.4.3 Utilisation de deux polariseurs.

Le second polariseur placé en P2 sert à analyser la lumière transmise par le premier. On l'appelle dans ce cas l'analyseur. Vérifier que la lumière transmise par le polariseur P1 est polarisée rectilignement. *Cette méthode permet-elle de mesurer une direction de polarisation de manière absolue ?*

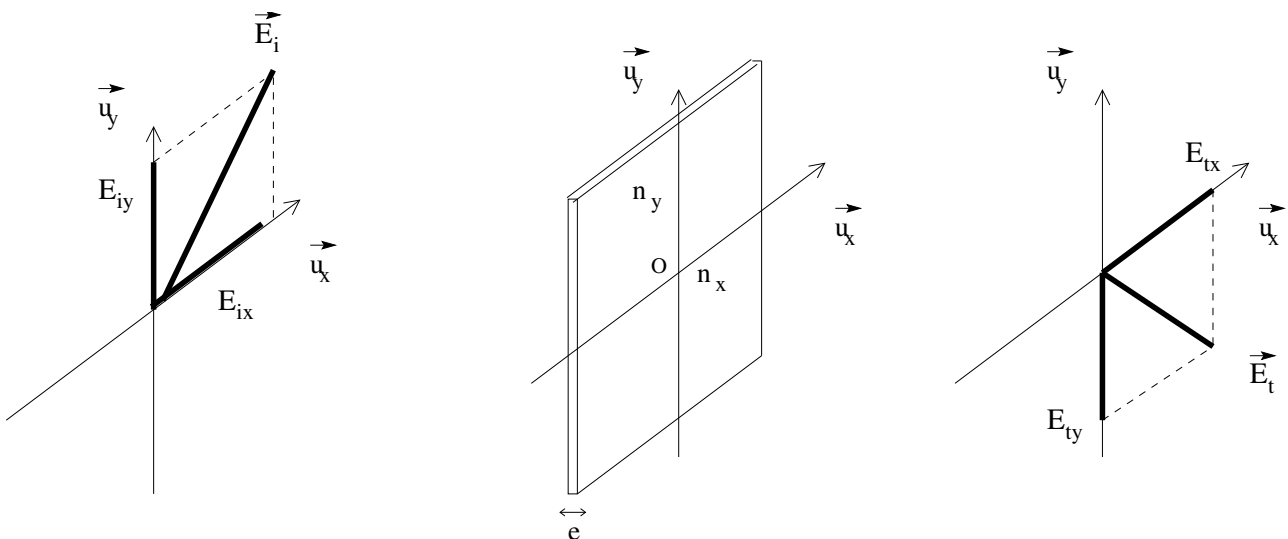
*En tournant le polariseur P1 d'un demi-tour autour de l'axe de son support et en cherchant à obtenir à nouveau l'extinction de la lumière à l'aide de l'analyseur, montrer qu'il est possible de déterminer la direction de polarisation du polariseur de manière absolue. Un schéma représentant les directions de polarisation du polariseur et de l'analyseur dans les deux situations sera le bienvenu.*

## 2 Modification de la polarisation de la lumière par une lame anisotrope à faces parallèles.

### 2.1 Lames à faces parallèles, lames $\lambda/2$ , $\lambda/4$ .

On utilisera des lames à faces parallèles taillées dans des cristaux anisotropes, pour avoir les propriétés suivantes :

- le faisceau lumineux transmis est parallèle au faisceau incident.
- le repère orthonormé  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  est lié aux faces de la lame, avec  $\vec{u}_z$  suivant l'axe du montage, et  $\vec{u}_x, \vec{u}_y$  parallèles à deux directions particulières dans le plan de la face d'entrée de la lame, orthogonales entre elles, appelées lignes neutres. La composante  $E_x$  du champ électrique associé au rayon lumineux voit un indice optique  $n_x$ , la composante  $E_y$  voit un indice  $n_y$ . L'indice de la lame et donc le déphasage d'une onde lumineuse entre la face d'entrée et la face de sortie dépendent de la direction du champ électrique de l'onde donc de sa polarisation. Cette polarisation peut être modifiée lors de la traversée de la lame.



Écrivons la transformation de l'onde à la traversée d'une lame d'épaisseur  $e$ .

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t - \varphi) \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{E}_{t,\text{lame}} \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n_x e) \\ E_y = b \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{\lambda} n_y e) \end{pmatrix}.$$

Par un changement d'origine des temps, et en posant  $\psi = \varphi + \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e$ , le champ électrique de l'onde émergente s'écrit

$$\vec{E}_{t,\text{lame}} \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t - \psi) \end{pmatrix}.$$

La transformation du déphasage entre les composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique modifie la polarisation de l'onde. Certaines lames sont construites pour avoir des propriétés particulières.

— *Lame  $\lambda/4$  (lame quart d'onde).*

Une lame  $\lambda/4$  est taillée de sorte que

$$\begin{aligned} (n_y - n_x)e &= \frac{\lambda}{4} + \ell \frac{\lambda}{2} \quad (\ell \text{ entier}) \\ \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e &= \frac{\pi}{2}[\pi] \end{aligned}$$

Elle a par exemple pour effet de transformer une lumière polarisée rectilignement ( $\varphi = 0[\pi]$ ) en lumière polarisée elliptiquement ( $\psi = \pi/2[\pi]$ ) dont les axes sont parallèles aux lignes neutres de la lame.

— *Lame  $\lambda/2$  (lame demi-onde).*

Une lame  $\lambda/2$  est taillée de sorte que

$$\begin{aligned} (n_y - n_x)e &= \frac{\lambda}{2} + \ell \lambda \quad (\ell \text{ entier}) \\ \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e &= \pi[2\pi] \end{aligned}$$

Une lumière polarisée rectilignement ( $\varphi = 0[\pi]$ ) reste polarisée rectilignement ( $\psi = 0[\pi]$ ), mais la direction de polarisation est en général modifiée. Une lumière polarisée elliptiquement (circulairement) droite est transformée en lumière polarisée elliptiquement (circulairement) gauche, et réciproquement.

Une lame  $\lambda/4$  ou  $\lambda/2$  introduit un déphasage supplémentaire de  $\pi/2$  ou de  $\pi$  entre les composantes  $E_x$  et  $E_y$  **pour la valeur de la longueur d'onde pour laquelle elle a été taillée**. Utilisée pour une autre longueur d'onde ou en lumière blanche, ses propriétés seront différentes.

## 2.2 Détermination expérimentale des lignes neutres d'une lame.

Produire une onde polarisée rectilignement. La direction de polarisation de l'onde à la sortie du polariseur n'est pas connue de manière absolue, mais on repérera une direction sur le dispositif qui servira de référence pour la détermination des lignes neutres, et on ne la changera plus pour la suite du montage. *Placer l'analyseur de manière à éteindre l'intensité transmise (polariseur et analyseur 'croisés', ou à l'extinction). Placer la lame  $\lambda/2$  entre les deux polariseurs (position La2) et observer les variations de l'intensité transmise par l'analyseur quand on tourne la lame  $\lambda/2$  dans son plan.*

L'onde incidente est polarisée rectilignement. Pour une lame à retard introduisant un déphasage  $\psi$  entre les deux composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique incident :

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t) \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{E}_{t,\text{lame}} \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t - \psi) \end{pmatrix}.$$

Lorsque la direction de polarisation de l'onde incidente est parallèle à l'une des lignes neutres de la lame, l'un des deux coefficients  $a$  ou  $b$  est nul. L'expression de  $\vec{E}_{t,\text{lame}}$  montre que l'onde reste polarisée rectilignement. La direction de polarisation de la lumière transmise est parallèle à celle de la lumière incidente. L'analyseur, réglé perpendiculairement à la direction de polarisation de l'onde incidente, est perpendiculaire à la direction de polarisation de l'onde transmise par la lame et ne transmet plus la lumière.

*Utiliser cette méthode pour repérer les lignes neutres des lames  $\lambda/4$  et  $\lambda/2$ . Combien en existe-t-il ? Mesurer l'angle entre deux lignes neutres et son incertitude, puis comparer à l'angle prévu par la théorie.*

## 2.3 Caractérisation d'une polarisation avec utilisation de lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$ .

### 2.3.1 Production de lumière polarisée circulairement.

*Donner l'expression théorique des composantes du champ électrique de l'onde transmise par une lame  $\lambda/4$  éclairée par une onde de polarisation rectiligne, polarisée dans une direction non parallèle à une ligne neutre de la lame. Pour quelle orientation de la lame (pour quelle valeur de l'angle  $\alpha$  entre la direction de polarisation de l'onde incidente et la direction d'une ligne neutre de la lame) la lumière transmise est-elle polarisée circulairement ?*

*Réaliser le montage pour produire une onde polarisée circulairement. En ajoutant un analyseur après la lame  $\lambda/4$ , vérifier que l'intensité transmise a le comportement attendu quand on tourne l'analyseur.*

### 2.3.2 Identification d'une lumière polarisée circulairement.

*Donner l'expression du champ électrique et de l'intensité transmise par une lame  $\lambda/4$  lorsqu'elle est éclairée par une lumière polarisée circulairement ? par une lumière non polarisée ? En déduire une méthode utilisant une lame  $\lambda/4$  placée en La1 et un polariseur pour différencier une lumière polarisée circulairement d'une lumière non polarisée.*

*Vérifier votre méthode en utilisant la source de lumière polarisée circulairement construite au point précédent et une deuxième lame  $\lambda/4$ .*

*Appliquer cette méthode pour compléter la détermination de la polarisation de la lumière émise par la lampe source.*

### 2.3.3 Modification de la direction de la polarisation d'une onde polarisée rectilignement par une lame $\lambda/2$ .

Le polariseur P1 fixe, placer l'analyseur en P2 et le régler à l'extinction. Positionner la lame  $\lambda/2$  entre les deux polariseurs. Dans le cas général, l'intensité transmise par l'analyseur n'est plus nulle. *Retrouve-t-on l'extinction pour une autre direction de l'analyseur ? En déduire la polarisation de la lumière transmise par la lame  $\lambda/2$ , ainsi que le rôle de cette lame.*

Le but de cette mesure est d'étudier le changement de la direction de polarisation de l'onde traversant la lame, en fonction de l'angle  $\alpha$  entre la direction de polarisation de l'onde incidente et la direction d'une

ligne neutre de la lame.

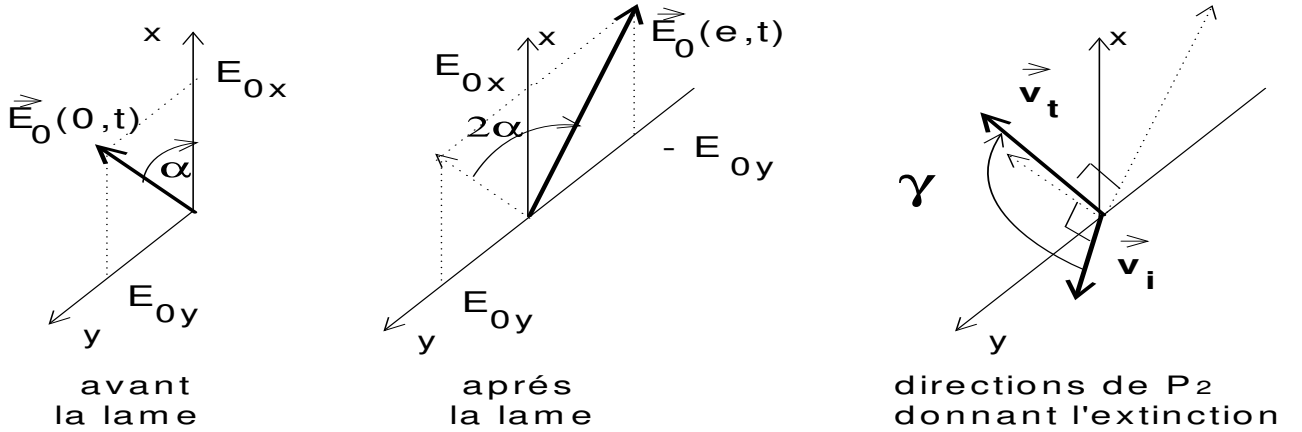
Interprétation :

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t) \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{E}_{t,lame} \begin{pmatrix} E_x = a \cos(\omega t) \\ E_y = b \cos(\omega t - \pi) = -b \cos(\omega t) \end{pmatrix}.$$

La direction de polarisation de l'onde à la sortie fait un angle  $-\alpha$  avec la ligne neutre qui sert de référence aux angles. Si l'analyseur est placé initialement avec une direction passant perpendiculairement à celle du polariseur, il faut le tourner d'un angle  $-2\alpha$  pour retrouver l'extinction.

*Mesures.*

Retirer la lame. Placer l'analyseur à l'extinction. Remettre la lame en la tournant pour qu'une ligne neutre soit parallèle à la direction de polarisation de l'onde incidente. Tourner la lame d'un angle  $\alpha$ . La direction passante du polariseur fait alors un angle  $-\alpha$  avec les lignes neutres de la lame. Tourner l'analyseur d'un angle  $\gamma$  pour retrouver l'extinction. Représenter  $\gamma$  en fonction de  $\alpha$  pour quelques valeurs de  $\alpha$  entre 0 et 80 degrés. Conclusions ?



$\vec{E}_0(0,t)$  et  $\vec{E}_0(e,t)$  représentent les directions de polarisation des ondes incidente et transmise par la lame.  $\vec{v}_i$  et  $\vec{v}_t$  représentent les directions passantes de l'analyseur lorsque les ondes incidente et transmise sont éteintes.

## 2.4 Mesure de la grandeur $n_y - n_x$ d'une lame par production d'interférences.

L'indice d'un milieu dépend de la longueur d'onde de l'onde qui le traverse. On utilise par exemple cette propriété pour disperser la lumière avec un prisme. Le but de cette manipulation est de mesurer les variations de  $n_y - n_x$  en fonction de  $\lambda$  sur le spectre de la lumière visible.

### 2.4.1 Principe.

On utilise une lame qui introduit un déphasage supplémentaire de  $\psi$  entre les phases des composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique. Il est possible d'obtenir des informations sur la phase d'une onde en produisant des interférences. Considérons l'onde transmise par une lame comme la superposition de deux ondes

$$\begin{aligned} \vec{E}_{tx} &= E_{tx} \cos(\omega t) \vec{u}_x \\ \vec{E}_{ty} &= E_{ty} \cos(\omega t - \psi) \vec{u}_y. \end{aligned}$$

*Pourquoi ces deux ondes ne peuvent-elles pas interférer ?*

On utilise le montage avec polariseurs en (P1) et (P2) et une lame de quartz taillée parallèlement à l'axe du cristal, de quelques millimètres d'épaisseur, placée en (La2). Polariseur et analyseur sont placés en position croisée, à  $\pi/4$  des lignes neutres de la lame, i.e.  $\alpha = -\beta = \pi/4$ .

$$\vec{v}_P \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_A \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix}.$$

Le champ électrique transmis par la lame s'écrit :

$$\vec{E}_i \begin{pmatrix} E_x = E_0/\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ E_y = E_0/\sqrt{2} \cos(\omega t) \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{E}_{t,\text{lame}} \begin{pmatrix} E_x = E_0/\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ E_y = E_0/\sqrt{2} \cos(\omega t - \psi) \end{pmatrix},$$

l'intensité mesurée à la sortie de la lame vaut alors  $\frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$ . Le champ électrique transmis par l'analyseur s'écrit

$$\begin{aligned} \vec{E}_{t,A} &= (\vec{E}_{t,\text{lame}} \cdot \vec{v}_A) \vec{v}_A \\ &= E_0/2 [\cos(\omega t) - \cos(\omega t - \psi)] \vec{v}_A \\ &= -E_0 \sin(\omega t - \psi/2) \sin(\psi/2) \vec{v}_A. \end{aligned}$$

L'intensité transmise par l'analyseur vaut :

$$I_{t,A} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right),$$

avec  $\psi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e$ .

**Remarque :** Les expressions des intensités transmises par la lame et par l'analyseur diffèrent par un terme d'interférence qui dépend du déphasage entre les composantes  $E_x$  et  $E_y$  introduit par la lame. L'analyseur a pour rôle de mélanger les composantes de  $\vec{E}_{t,\text{lame}}$  en les projetant sur son axe passant. Cet effet de projection fait apparaître un terme d'interférence en  $\sin^2(\psi/2)$ .

L'intensité transmise dépend de  $\psi$  qui dépend lui-même des caractéristiques de la lame ( $n_x, n_y, e$ ) et de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière utilisée. En dispersant la lumière transmise par un spectroscope, il devient possible de mesurer l'intensité transmise en fonction de  $\lambda$ . Elle est nulle pour les longueurs d'onde telles que  $\sin(\psi/2) = 0$ , c'est à dire

$$\begin{aligned} \psi &= 2\ell\pi \\ \text{soit } \frac{(n_y - n_x)e}{\lambda} &= \ell \text{ avec } \ell \text{ entier.} \end{aligned}$$

En mesurant  $\lambda$  et  $\ell$ , connaissant  $e$ , il devient possible de mesurer la différence  $n_y - n_x$  en fonction de  $\lambda$ .

### 2.4.2 Montage.

Enlever tous les éléments du banc d'optique, remettre la lampe blanche et la régler à la même hauteur que la fente d'entrée du spectroscope. Régler ensuite son inclinaison de manière à ce que la tache lumineuse soit centrée sur le spectroscope. Installer la lentille de focale 30 cm à la même hauteur que la lampe et le spectroscope. Régler le collimateur intégré à la lampe de manière à former l'image du filament de la lampe sur la lentille.

*Où se trouve l'image du filament par cette lentille ?*

Ce montage permet d'obtenir un éclairage uniforme. Mettre la fente entre la lampe et la lentille. Régler sa hauteur au niveau de tous les autres éléments et la positionner sur le banc d'optique par autocollimation. Placer le polariseur et l'analyseur à la bonne hauteur en P1 et P2 respectivement et les mettre en position croisée. Placer la lame de quartz ( $Q_{\parallel}$ ) taillée parallèlement à l'axe optique en La2. Repérer ses lignes neutres puis la tourner dans son plan de manière à placer ses lignes neutres à  $\pi/4$  de la direction passante du polariseur (direction de référence). Régler l'ouverture de la fente d'entrée du spectroscopie pour trouver le meilleur compromis entre luminosité et résolution. Enlever l'analyseur puis observer la lumière transmise à travers le spectroscopie.

*Que voit-on ? Remettre l'analyseur, qu'observe-t-on dans le spectroscopie ? Conclure quant au rôle de l'analyseur.*

Une cannelure noire dans le spectre de la lumière observé à travers le spectroscopie correspond à une radiation de longueur d'onde  $\lambda$  telle que

$$I_{t,A} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)$$

$$\text{avec } \psi = \frac{2\pi}{\lambda_\ell}(n_y - n_x)e = 2\pi\ell$$

$$\lambda_\ell = \frac{e(n_y - n_x)}{\ell}.$$

La longueur d'onde  $\lambda$  est mesurée avec le spectromètre, l'épaisseur  $e$  est indiquée sur la lame, il reste à déterminer la valeur de l'ordre d'interférence  $\ell$  correspondant à chaque cannelure noire. On utilise pour cela un point d'étalonnage :  $(n_y - n_x) = 9,119 \cdot 10^{-3}$  pour  $\lambda = 0,5829 \mu\text{m}$ . Ce point d'étalonnage est une caractéristique physique du quartz. On en déduit la valeur de  $\ell$  correspondant à cette longueur d'onde. Cette valeur de  $\ell$  n'est pas nécessairement entière puisqu'elle est calculée à l'aide de l'épaisseur de la lame utilisée : la longueur d'onde donnée par le point d'étalonnage n'est pas nécessairement éteinte. On se placera donc sur la cannelure noire la plus proche de  $\lambda = 0,5829 \mu\text{m}$  qui correspond à l'ordre d'interférence entier le plus proche de la valeur obtenue. Les cannelures "suivantes" correspondent à  $\ell + 1, \ell + 2, \dots$ , les cannelures "précédentes" correspondent à  $\ell - 1, \ell - 2, \dots$ .

*Pourquoi l'ordre d'interférence est-il nécessairement une fonction décroissante de  $\lambda$  ?*

*Pour une dizaine de cannelures réparties sur toute la largeur du spectre visible, mesurer la longueur d'onde  $\lambda$  et l'ordre d'interférence  $\ell$  associé, calculer la différence d'indices  $(n_y - n_x)$  pour cette valeur de  $\lambda$ . Représenter graphiquement  $(n_y - n_x)$  en fonction de  $\lambda$ . Si le point donné en étalonnage présente un écart par rapport au résultat des mesures, interpréter cette observation. L'écart éventuel doit être significatif par rapport à l'incertitude sur  $(n_y - n_x)$  due à la mesure de  $\lambda$  et à la valeur donnée de  $e$ . Si c'est le cas, l'écart correspond à une erreur systématique sur  $\lambda$ , erreur de calibration du spectromètre que l'on déterminera. En tenant compte de cette erreur, on peut corriger les  $\lambda$  mesurées et tracer une nouvelle courbe passant par le point d'étalonnage.*

### 2.4.3 Étude du contraste des interférences.

Dans le cas où  $\alpha$  et  $\beta$  sont quelconques, l'intensité transmise peut se mettre sous l'une des deux formes équivalentes

$$I_t = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \left[ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin(2\alpha) \sin(2\beta) \sin^2(\psi/2) \right],$$

$$I_t = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \left[ \cos^2(\alpha) \cos^2(\beta) + \sin^2(\alpha) \sin^2(\beta) + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \sin(2\beta) \cos(\psi) \right].$$

On utilisera l'une ou l'autre de ces expressions pour interpréter les observations qui suivent.

a) **Étude avec polariseur et analyseur croisés.**

Placer la lame entre polariseur et analyseur croisés.

\* Observations.

*Tourner la lame dans son plan et observer à l'oeil nu puis au spectroscope. A quelles orientations de la lame sont liées les valeurs particulières de l'intensité transmise. Y-a-t-il extinction ? Les cannelures noires observées au spectroscope sont-elles fixes lorsque l'on tourne la lame dans son plan ? Comment le contraste des cannelures varie-t-il lorsque l'on tourne la lame dans son plan ? Les cannelures disparaissent-elles ?*

\* Relations avec l'expression de  $I_{t,A}$ .

*Donner l'expression de l'intensité transmise en fonction de  $\beta$ , angle entre l'analyseur et une ligne neutre de la lame, sachant que  $\alpha - \beta = \pm\pi/2$ . Comment expliquer alors les observations précédentes (extinction, position des cannelures, contraste...) ?*

\* Interprétation géométrique.

*Sur un schéma, représenter les axes passants du polariseur et de l'analyseur ainsi que les lignes neutres de la lame. Représenter également les projections :*

- *du champ électrique à la sortie du polariseur sur les lignes neutres de la lame,*
- *de chaque composante du champ électrique issu de la lame sur l'axe passant de l'analyseur.*

*A l'aide de ce schéma, interpréter à nouveau les observations précédentes.*

b) **Étude avec le polariseur à  $\pi/4$  des lignes neutres de la lame.**

Replacer les lignes neutre de la lame à  $\pi/4$  de la direction passante du polariseur.

\* Observations.

*Qu'observe-t-on à l'oeil nu lorsqu'on tourne l'analyseur ? Qu'observe-t-on au spectroscope ? Y-a-t-il extinction ? Les cannelures noires observées au spectroscope sont-elles fixes lorsque  $\beta$  varie ? Comment le contraste des cannelures varie-t-il ? Les cannelures disparaissent-elles ?*

\* Relations avec l'expression de  $I_{t,A}$ .

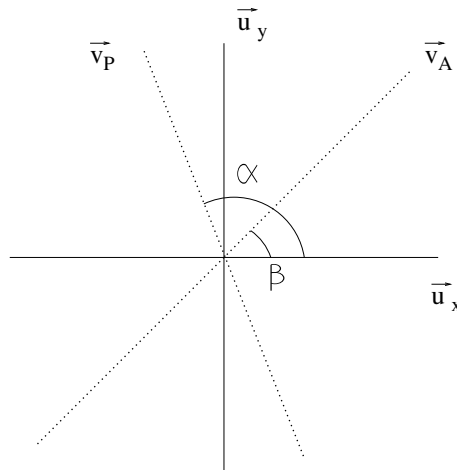
*Écrire l'expression de  $I_{t,A}$ . Interpréter alors les observations et vérifier que les valeurs relatives des angles mesurés correspondent à ce qui est prévu par le calcul.*

\* Interprétation géométrique.

*Sur un schéma similaire au précédent, représenter les axes passants du polariseur et de l'analyseur ainsi que les lignes neutres de la lame. Représenter également les projections :*



- du champ électrique à la sortie du polariseur sur les lignes neutres de la lame,
  - de chaque composante du champ électrique issu de la lame sur l'axe passant de l'analyseur.
- A l'aide de ce schéma, interpréter à nouveau les observations précédentes. Que se passe-t-il si les axes passants du polariseur et de l'analyseur sont alignés ? orthogonaux ? Que devient le contraste si les axes du polariseur et de l'analyseur font un angle quelconque ? Qu'observe-t-on si l'axe passant de l'analyseur est suivant une ligne neutre ? Le contraste s'inverse-t-il ? Si oui, pour quelles configurations ?



Configuration générique :  $\vec{v}_P$  représente la direction passante du polariseur tandis que  $\vec{v}_A$  représente la direction passante de l'analyseur. Les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont définis par rapport aux lignes neutres par  $(\widehat{\vec{v}_P, \vec{u}_x}) = \alpha$  et  $(\widehat{\vec{v}_A, \vec{u}_x}) = \beta$ .

### 3 Polarisation rotatoire.

On va mettre en évidence dans cette partie une propriété de certains cristaux modifiant la polarisation de la lumière, propriété différente de la biréfringence utilisée dans la partie 2. Cette propriété existe pour des cristaux isotropes ou non, mais dont la structure cristalline ne présente pas de plan de symétrie.

#### 3.1 Mise en évidence.

Produire un faisceau parallèle de lumière monochromatique, en remplaçant la source de lumière blanche par une lampe à vapeur de mercure suivie d'un condenseur et d'un filtre monochromatique. Placer le polariseur et l'analyseur croisés, en P1 et P2. Introduire la lame de quartz épaisse ( $Q_{\perp}$ ) taillée perpendiculairement à l'axe. *L'intensité transmise par l'analyseur est-elle modifiée ? Caractériser la polarisation de la lumière transmise par la lame. Trouver une propriété qui différencie cette lame d'une lame  $\lambda/2$ .* Placer l'analyseur à l'extinction. *Que se passe-t-il si l'on tourne la lame dans son plan ? En déduire l'influence de ce cristal sur un faisceau de lumière polarisée rectilignement.*

Enlever le filtre monochromatique. *Que se passe-t-il si l'on tourne l'analyseur dans son plan ? En déduire l'influence de ce cristal sur un faisceau de lumière polychromatique.*

Remplacer la source de lumière monochromatique par une source de lumière blanche et recommencer les observations précédentes en regardant la lumière transmise d'abord directement puis à travers le spectroscopie. *Conclusion ?*

### 3.2 Spectre cannelé par sélection de la direction de polarisation.

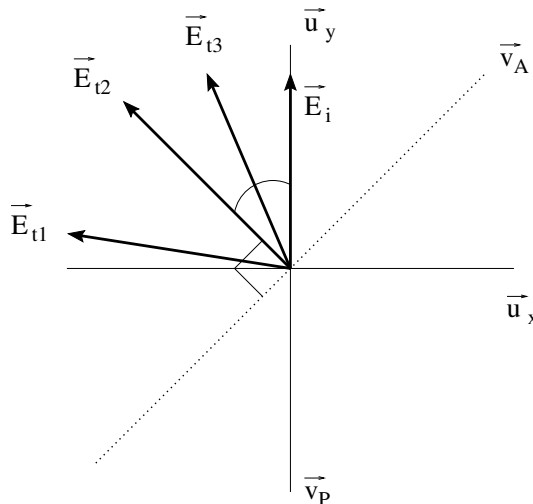
Le cristal a pour effet de faire tourner la direction de polarisation d'une onde polarisée rectilignement d'un angle  $\alpha$  proportionnel à l'épaisseur traversée

$$\alpha = \rho e ,$$

où  $e$  est l'épaisseur du cristal. La valeur de  $\rho$  varie très fortement avec la longueur d'onde du rayonnement. Cette dépendance en  $\lambda$  apparaît lorsque la lumière transmise est dispersée par le spectroscope. L'intensité transmise pour une valeur donnée de  $\lambda$  est nulle si la composante de la lumière de longueur d'onde  $\lambda$  est polarisée rectilignement et perpendiculairement à la direction passante de l'analyseur.

*Qu'observe-t-on si on tourne l'analyseur ? Comment évoluent le contraste et la position des cannelures noires dans le spectre cannelé ? Comparer à ce qui a été observé dans les mêmes conditions pour le spectre cannelé obtenu par interférences après la traversée d'une lame biréfringente.*

**Ces observations confirment que le spectre cannelé obtenu ici par polarisation rotatoire est radicalement différent de celui obtenu par interférences après la traversée d'une lame biréfringente, en partie 2 du T.P.**



Le champ incident  $\vec{E}_i$  est porté par la direction passante du polariseur  $\vec{v}_P$ . A la sortie de la lame, chaque radiation monochromatique est polarisée rectilignement avec une direction de polarisation qui dépend de la longueur d'onde. Ici, la direction  $\vec{v}_A$  de l'analyseur est perpendiculaire à celle du champ  $\vec{E}_{t2}$  : la composante  $\lambda_2$  du spectre de la lumière blanche dispersée en longueur d'onde par le cristal est éteinte par l'analyseur.

### 3.3 Coefficient de dispersion rotatoire.

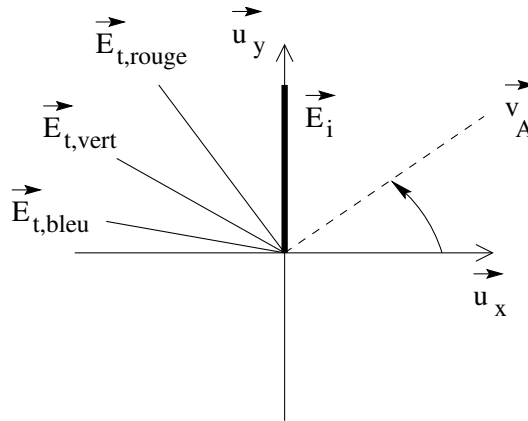
Le but de l'expérience est de mesurer le signe et la valeur de  $\rho(\lambda)$  pour le cristal de quartz, la relation entre  $\rho$  et  $\lambda$  étant donnée par la loi de Biot  $\rho = C/\lambda^2$  que l'on se propose de vérifier.

Le signe de  $C$ , et donc de  $\rho$ , est déterminé expérimentalement en tournant l'analyseur dans le sens trigonométrique pour un observateur qui reçoit la lumière et en observant le déplacement des cannelures :

- si les cannelures se déplacent vers le bleu ( $\lambda$  décroissant),  $C$  est positif et le quartz est dit lévogyre,
- si les cannelures se déplacent vers le rouge ( $\lambda$  croissant),  $C$  est négatif et le quartz est dit dextrogyre.

La  $i^{\text{eme}}$  raie noire correspond à une longueur d'onde pour laquelle la direction de polarisation de la lumière a tourné d'un angle  $\alpha_i$  à la traversée du cristal. La raie noire voisine correspond à une rotation de

$\alpha_i \pm 180^\circ$ , la suivante à  $\alpha_i \pm 360^\circ$ , etc... On détermine la valeur de  $\alpha_i$  en utilisant le calibrage suivant :  $|\rho| = 27,543^\circ/\text{mm}$  pour  $\lambda = 0,5269\mu\text{m}$ .



Exemple d'action d'un quartz levogyre. Lorsque l'observateur reçoit la lumière et tourne l'analyseur dans le sens trigonométrique, les cannelures se déplacent vers le bleu. On remarquera que les radiations de plus courtes longueurs d'onde sont les plus déviées.

*Quel est l'angle dont a tourné la radiation de longueur d'onde  $\lambda = 0,5269\mu\text{m}$  ?*

Amener une raie noire à  $0,5269\mu\text{m}$  en tournant l'analyseur et relever les longueurs d'onde correspondant aux différentes raies noires. Représenter graphiquement le résultat des mesures en traçant  $\rho$  en fonction de  $1/\lambda^2$ .

La loi de Biot doit se traduire par une droite passant par l'origine et le point donné, dont la pente dépend du signe de  $C$ .

*La loi de Biot est-elle bien vérifiée ? Quelle est la valeur de  $C$  ? son unité ? En déterminant les coefficients directeurs des droites extrêmes s'ajustant aux données, quelle incertitude attribuer à la valeur de  $C$  obtenue ?*



# Effet Zeeman

## Table des matières

1	Les niveaux d'énergie et les transitions Zeeman	3
2	Interféromètre de Fabry-Pérot	4
3	Réalisation du montage	6
4	Observation de la transition rouge	7
5	Etalonnage de la lunette et première mesure du magnéton de Bohr	7
6	Identification des autres raies et diagramme d'énergie du Cadmium	8
7	Méthode de la confusion d'ordres	8

# EFFET ZEEMAN

## Objectifs du TP

La spectroscopie à haute résolution permet de montrer que la lumière émise par les atomes est constituée de *raies spectrales* ou pics d'émission (ou d'absorption) correspondant à des énergies de photon données. Ces raies spectrales résultent de transitions entre états d'énergie atomique discrets nous révélant la structure quantique de l'atome. Lorsqu'on plonge un atome dans un champ magnétique, on observe un déplacement des raies spectrales proportionnel au champ magnétique appliqué. Cet effet, découvert en 1896, porte le nom du physicien néerlandais Pieter Zeeman qui obtint le prix Nobel en 1902 pour cela. Ce phénomène est maintenant couramment utilisé pour mesurer in situ le champ magnétique ou la vitesse des atomes (astrophysique, physique des plasmas).

Vous allez ici réaliser une expérience similaire à celle de Zeeman en plongeant l'atome de Cadmium (Cd) dans un champ magnétique  $\vec{B}$  et en observant le comportement des raies spectrales en fonction de  $B$ . Le but du TP est de mesurer précisément une constante fondamentale, le magnéton de Bohr. L'observation de l'effet Zeeman vous permettra également de tracer le diagramme des niveaux d'énergie les plus bas de l'atome de Cadmium. L'interprétation de ces mesures est une illustration directe de la théorie des perturbations étudiée dans le cours de Mécanique Quantique. **Les manipulations à effectuer ainsi que les questions auxquelles vous devez répondre sont précédées du signe ♣. Les questions à préparer avant le TP sont identifiées par le double symbole ♣♣.**



FIGURE 1 – Pieter Zeeman

CONSTANTES UTILES :  $e = 1.60 \times 10^{-19}$  C,  $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$  J.s,  $c = 3 \times 10^8$  m/s,  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$  kg,  $R = 8.32$  J/(K.mol) et  $M_{\text{Cd}} = 112.4$  g.mol $^{-1}$  la masse molaire de l'atome de Cadmium.

On rappelle l'expression du magnéton de Bohr,  $\mu_B = e\hbar/(2m_e)$ .

## 1 Les niveaux d'énergie et les transitions Zeeman

Les niveaux d'énergie d'un atome sont caractérisés par des *nombres quantiques* qui décrivent les valeurs propres d'opérateurs physiques commutant avec l'hamiltonien. Ce dernier décrit le mouvement des électrons et s'écrit de façon générale :

$$H_0 = H_c + W + H_{SO} \quad (1)$$

où  $H_c$  est la partie centrale et séparable de l'hamiltonien,  $W$  décrit la répulsion entre électrons et  $H_{SO}$  représente l'interaction spin-orbite des électrons. Cet hamiltonien est diagonal dans la base  $(|\alpha LSJM_J\rangle)$  où  $\vec{L}$  et  $\vec{S}$  sont les moments cinétiques totaux, orbital et de spin, somme des moments cinétiques individuels de chacun des électrons,  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  et  $\alpha$  décrit la partie radiale de la fonction d'onde (qui résulte de la configuration électronique). Les niveaux d'énergie de l'atome sont notés<sup>1</sup>  $\alpha^{2S+1}L_J$  et les énergies correspondantes  $E_0(\alpha LSJM_J)$ . On notera  $S, P, D, \dots$  les niveaux correspondent respectivement à  $L = 0, 1, 2, \dots$ . Par exemple, le niveau noté  $^1D_2$  correspond à  $S = 0, L = 2$  et  $J = 2$ .

Lorsque l'atome est plongé dans un champ magnétique statique  $\vec{B}$ , l'hamiltonien devient  $H_0 + H_z$  où  $H_z = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu_B g_J \vec{J} \cdot \vec{B}$  est l'hamiltonien Zeeman avec  $\vec{\mu} = -\mu_B g_J \vec{J}$  le moment magnétique des électrons où  $\mu_B = e\hbar/2m_e$  est le magnéton de Bohr et

$$g_J = 3/2 + \frac{[S(S+1) - L(L+1)]}{[2J(J+1)]} \quad (2)$$

est le **facteur de Landé**. Sous l'action de  $\vec{B}$  chaque niveau  $J$  se scinde en sous-niveaux identifiés par le nombre quantique  $M_J$  qui prend les valeurs  $-J, -J+1, \dots, J-1$  ou  $J$ . Ces  $2J+1$  niveaux  $M_J$  sont alors séparés par les termes Zeeman  $\mu_B g_J B M_J$  et on les appelle **niveaux d'énergie Zeeman**. Un atome excité plongé dans  $\vec{B}$  émettra ainsi des photons d'énergie  $h\nu$  correspondant à des transitions entre niveaux d'énergie, c'est-à-dire :

$$h\nu = h\nu_0 + \mu_B B (g_{J'} M_{J'} - g_J M_J) \quad (3)$$

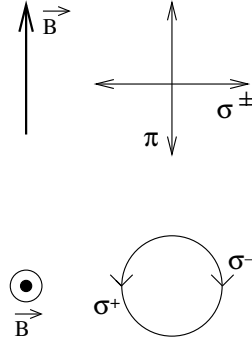
où  $h\nu_0 = E_0(\alpha' L' S' J') - E_0(\alpha L S J)$  la différence d'énergie des niveaux en l'absence de champ magnétique. A cause des propriétés de symétrie des fonctions d'onde de l'atome, certaines transitions sont favorisées et en pratique **seules les transitions Zeeman**  $M_{J'} - M_J = 0; \pm 1$  **sont observables**. On a ainsi 3 types de transitions et les raies spectrales émises ont des énergies et des polarisations particulières, à savoir :

- une raie de polarisation  $\pi$  linéaire et parallèle à  $\vec{B}$  correspondant à  $\Delta M_J = 0$ ,
- une raie de polarisation circulaire directe  $\sigma^+$  perpendiculaire à  $\vec{B}$  et où  $\Delta M_J = +1$ ,
- une raie de polarisation circulaire rétrograde  $\sigma^-$  perpendiculaire à  $\vec{B}$  et où  $\Delta M_J = -1$ .

**Le champ magnétique sera exprimé en Gauss** (1 Gauss =  $10^{-4}$  Tesla). On définit le **nombre d'onde** du photon par :

$$\sigma = \frac{E}{hc} = \frac{1}{\lambda} \quad (4)$$

1. On omettra  $\alpha$  dans la suite pour alléger les notations.

FIGURE 2 – Polarisation des transitions entre niveaux Zeeman  $\Delta M_J = 0, \pm 1$ 

On l'exprimera en  $\text{cm}^{-1}$ , un choix commode pour calculer les écarts d'énergies Zeeman. On notera  $\sigma_0$  le nombre d'onde des transitions à champ magnétique nul. De même la longueur d'onde et la fréquence correspondantes seront notées  $\lambda_0$  et  $\nu_0$ . Les **écarts d'énergie Zeeman** seront notés :

$$\Delta\sigma = \frac{\mu_B B}{hc} (g_{J'} M_{J'} - g_J M_J). \quad (5)$$

♣♣ Calculer numériquement  $\mu_B/hc$  en  $\text{cm}^{-1}$  par Tesla. Quel pouvoir de résolution ( $\lambda/\delta\lambda$ ) sera nécessaire pour séparer les transitions Zeeman pour  $B = 1$  Tesla lorsque  $\lambda_0 = 500$  nm ?

## 2 Interféromètre de Fabry-Pérot

Les petites variations d'énergie induites par le champ magnétique seront observées grâce à un interféromètre de Fabry-Pérot. Cet instrument est constitué de deux lames semi-réfléchissantes, parallèles entre elles et séparées par la distance  $d = 0.5$  cm (voir Fig. 3). Un rayon d'angle d'incidence  $i$  par rapport à la normale aux lames est décomposé par réflexions multiples en une série de rayons transmis, parallèles entre eux, qui se superposent dans le plan focal d'une lentille. Ces rayons cohérents entre eux interfèrent et forment par symétrie des anneaux concentriques. Dans la pratique, on observera la lumière transmise par l'interféromètre avec une lunette d'observation. La première lentille de cette lunette (l'objectif) permet de mettre au point les anneaux dans son plan focal (focale  $f$ ), où sont placés des fils horizontaux et verticaux mobiles (**les réticules**) solidaires d'un vernier permettant de mesurer les diamètres des anneaux. Une deuxième lentille (l'oculaire) permet à l'observateur de visualiser une image agrandie du plan contenant les anneaux et les réticules.

Un anneau observé dans l'oculaire est lumineux si la différence de marche entre deux rayons consécutifs transmis par l'interféromètre est un multiple entier de la longueur d'onde soit  $2d \cos i = p \lambda$  où  $p$  entier est l'ordre d'interférence. Pour des angles  $i$  petits, le diamètre  $D(\sigma, p)$  de l'anneau d'ordre  $p$  est donné par :

$$D^2(\sigma, p) = (2fi)^2 = 8f^2 \left(1 - p \frac{1}{2d\sigma}\right). \quad (6)$$

On peut alors relier la variation du diamètre d'un anneau à celle du nombre d'onde  $\sigma$ . Pour ce faire, on développe  $D^2$  par rapport à  $p$  puis  $\sigma$  :

— pour  $\sigma$  fixé, les diamètres des deux anneaux correspondant aux ordres  $p$  et  $p - 1$  vérifient

$$D^2(\sigma, p) = D^2(\sigma, p - 1) + \frac{\partial(D^2)}{\partial p} \Big|_{\sigma} (p - (p - 1)) = \text{const.} - bp \quad (7)$$



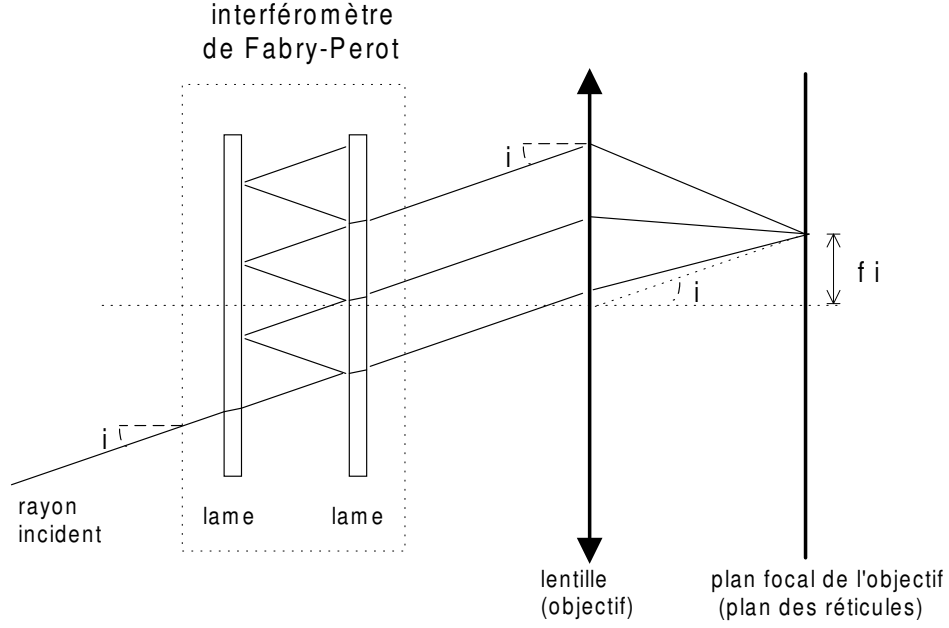


FIGURE 3 – Principe de l'interféromètre de Fabry-Pérot.

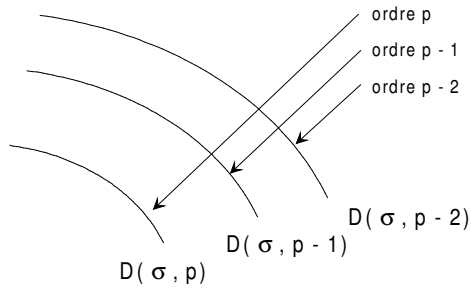
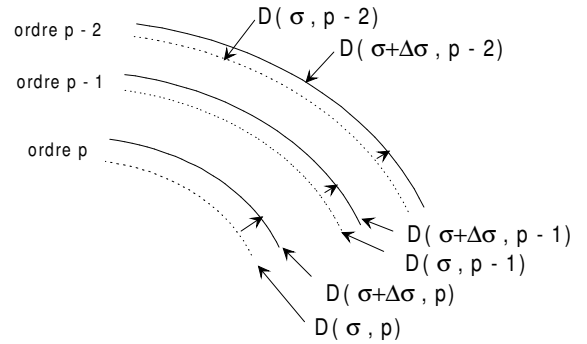


FIGURE 4 – Anneaux observés pour un seul nombre d'onde et plusieurs ordres.

FIGURE 5 – Anneaux observés pour les nombres d'onde  $\sigma$  et  $\sigma + \Delta\sigma$ , pour plusieurs ordres.

avec  $b = \frac{4f^2}{d\sigma}$ . Les anneaux correspondant à un seul nombre d'onde et plusieurs ordres sont présentés Fig. 4.

— pour  $p$  fixé et pour deux ondes de nombres d'onde  $\sigma$  et  $\sigma + \Delta\sigma$ , les diamètres des anneaux vérifient

$$D^2(\sigma + \Delta\sigma, p) = D^2(\sigma, p) + \frac{\partial(D^2)}{\partial\sigma}\Big|_p \Delta\sigma \quad (8)$$

— De manière similaire, on montre pour les petites valeurs de  $i$  que

$$\frac{\partial D^2}{\partial\sigma}\Big|_p = 2db \quad (9)$$

Le décalage du diamètre des anneaux quand le nombre d'onde varie de  $\Delta\sigma$  est illustré en Fig. 5. Par conséquent, connaissant  $d$  et  $b$ , on peut mesurer une variation de nombre d'onde  $\Delta\sigma$  grâce à la mesure de la variation de  $D^2$ .

### 3 Réalisation du montage

Le système considéré ici est l'atome de Cadmium (Cd) qui contient 48 électrons. Présent à l'état solide sur l'électrode d'une lampe spectrale, cet atome est vaporisé et excité par une décharge basse tension (400 V). Le champ magnétique est généré par un électro-aimant constitué de deux bobines en configuration de Helmholtz avec un noyau de fer. La relation entre l'intensité parcourant les bobines et le champ magnétique dans l'entrefer du montage est donné par une abaque sur chacun des montages. A champ magnétique nul, les longueurs d'onde des raies émises dans le visible par l'atome de Cadmium sont  $\lambda_0 = 643.84$  nm (rouge); 508.58 nm (vert); 480.00 nm (bleu); 467.81 nm (violet). La lampe à vapeur de Cadmium est placée dans l'entrefer de l'électro-aimant et on observe la lumière émise dans la direction perpendiculaire à celle du champ magnétique. Un miroir puis une lentille renvoient la lumière vers l'interféromètre et la lunette d'observation. Un réservoir d'azote liquide sert à produire une circulation de gaz froid qui refroidit la lampe.

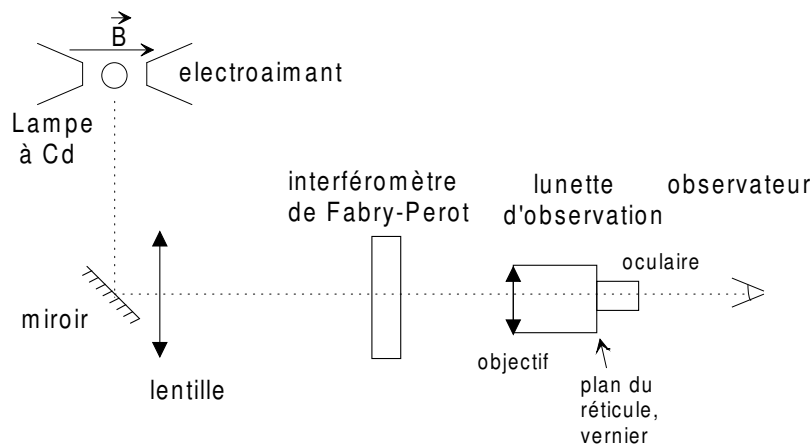


FIGURE 6 – Schéma de l'expérience.

♣ Réglage de la lunette d'observation : Se placer juste devant une surface claire (le tableau blanc éclairé par exemple). Ajustez l'oculaire pour voir nettement les réticules (deux fils très fins, l'un horizontal et l'autre vertical). Observez ensuite avec la lunette un objet éloigné, ajustez le tirage de l'objectif pour que cet objet apparaisse net dans l'oculaire. C'est dans ces conditions que la lunette permettra d'observer simultanément les anneaux d'interférence et les réticules. La position du réticule est repérée par un vernier, gradué en mm et demi-mm, et un tambour gradué en centièmes de mm.

♣ Alignements optiques : la lumière de la lampe est renvoyée dans l'axe du banc optique par un miroir après lequel se trouve une lentille biconvexe qui sert à former l'image de la lampe au niveau du Fabry-Pérot. Placez la lunette au bout du banc optique, du côté opposé au miroir. Vérifiez alors que le faisceau issu de la lentille est convenablement centré sur la lunette. Positionnez alors le Fabry-Pérot au niveau du plan focal de la lentille et de façon à pouvoir placer les filtres devant la lunette. Réglez son orientation par autocollimation (le reflet de la lumière sur la face avant du Fabry-Pérot doit revenir se superposer au faisceau lumineux incident). Insérez le filtre rouge et observez les anneaux avec la lunette. Le polariseur sera placé entre la lentille et le Fabry-Pérot. Vérifier le tirage de l'objectif pour que ces anneaux soient les plus fins possibles

(ce réglage dépend de la vue de l'observateur).

### 4 Observation de la transition rouge

La raie rouge correspond à la transition entre le niveau de départ  $^1D_2$  ( $J = 2$ ) et le niveau moins excité  $^1P_1$  ( $J = 1$ ). Vous allez utiliser cette raie pour étalonner le dispositif de mesure des anneaux et faire la première mesure du magnéton de Bohr.

♣♣ A partir du diagramme 7, exprimez les écarts d'énergie Zeeman  $\Delta\sigma$  de la transition rouge en fonction de  $\mu_B B/hc$  et donnez les polarisations associées.

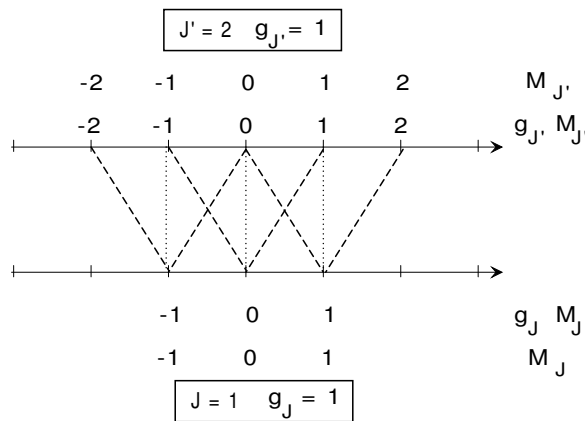


FIGURE 7 – Transitions Zeeman pour la raie rouge  $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$  ( $\lambda_0 = 643.8$  nm).

♣ Afin d'observer cette raie, insérez le polariseur suivi du filtre rouge avant le Fabry-Pérot. Sur un schéma du montage, représentez les orientations du polariseur qui correspondent aux directions de polarisation linéaire  $\sigma$  et  $\pi$ . A champ  $B$  nul, les anneaux changent-ils lorsque vous tournez le polariseur ? Tout en observant les anneaux, appliquez un champ  $B$  et décrivez ce que vous observez : est-ce compatible avec les  $\Delta\sigma$  que vous venez de calculer ?

### 5 Etalonnage de la lunette et première mesure du magnéton de Bohr

On a vu au paragraphe 2 qu'on pouvait obtenir  $\Delta\sigma$  à partir de la mesure de  $D^2$  pourvu que le coefficient  $b$  soit connu.

♣ Vous allez donc réaliser 2 séries de mesures de  $D$  en fonction de  $p$ . Pour vérifier la reproductibilité des mesures, on demande de faire une première série en balayant sans s'arrêter le réticule du bord droit au bord gauche puis une seconde en le balayant du bord gauche au bord droit. Donnez le tableau des mesures et tracez la courbe permettant de déterminer  $b$ . Quelle est l'erreur sur la mesure de  $b$  ? Quelle est la focale  $f$  de la lunette ?

♣ A partir des formules 8 et 9, écrivez  $D^2(\sigma_0 + \Delta\sigma, p) - D^2(\sigma_0 - \Delta\sigma, p)$  en fonction de  $B$ . Quelles mesures pouvez-vous réaliser pour déterminer le magnéton de Bohr  $\mu_B$  ? Quel ordre  $p$  choisissez-vous pour

faire les mesures ? Après avoir décrit votre protocole de mesure, tracez le graphe permettant de déterminer  $\mu_B$  en faisant apparaître clairement les incertitudes. A quelle ordonnée sur le graphe correspond le point d'abscisse  $B = 0$  ? Commentez ce résultat. Donnez la valeur de  $\mu_B$  déduite de vos mesures ainsi que son incertitude. Reportez sur le graphe la courbe correspondant à la valeur théorique de  $\mu_B$ . Quelle est l'écart relatif entre votre mesure et la valeur théorique de  $\mu_B$  ?

♣♣ Expliquez pourquoi les anneaux peuvent être élargis par l'agitation thermique dans la lampe à Cadmium. La variation du nombre d'onde associée est :

$$\delta\sigma = \frac{2\sigma}{c} \left( \frac{2 \ln 2 RT}{M} \right)^{1/2}.$$

Pour une température de 40°C, calculez l'épaisseur attendue d'un anneau et comparez à la valeur observée. Conclusion ?

## 6 Identification des autres raies et diagramme d'énergie du Cadmium

La lampe à Cadmium émet 3 autres raies d'émission qui correspondent aux transitions  ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0$ ,  ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_1$  et  ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_2$ . Vous allez chercher à trouver les couleurs de ces transitions par observation du comportement des anneaux en fonction de  $B$ .

♣♣ Pour chacune de ces transitions et en vous aidant des diagrammes (Figs. 8, 9 et 10), indiquez dans un tableau les valeurs absolues du coefficient  $(g_{J'}M_{J'} - g_JM_J)$ , la polarisation associée ( $\sigma$  ou  $\pi$ ) ainsi que les nombres quantiques de départ  $M_{J'}$  et d'arrivée  $M_J$ .

♣ A l'aide des filtres et du polariseur, observez le comportement des raies verte, bleue et violette en fonction de  $B$  et ce pour les polarisations  $\sigma$  et  $\pi$ . Déterminez alors la couleur de chacune des 3 transitions issues de  ${}^3S_1$ .

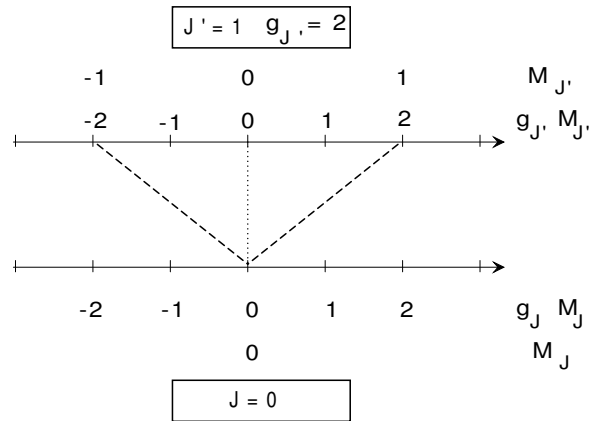
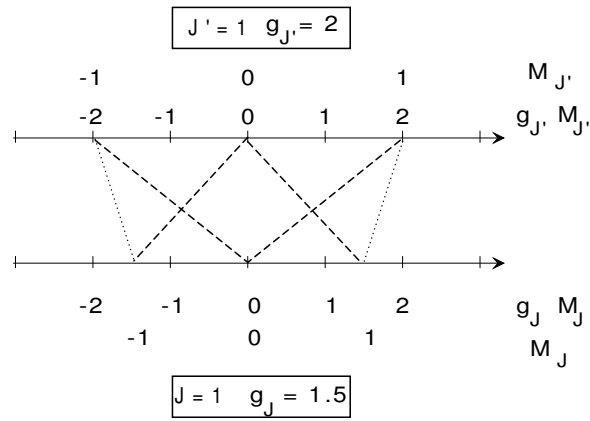
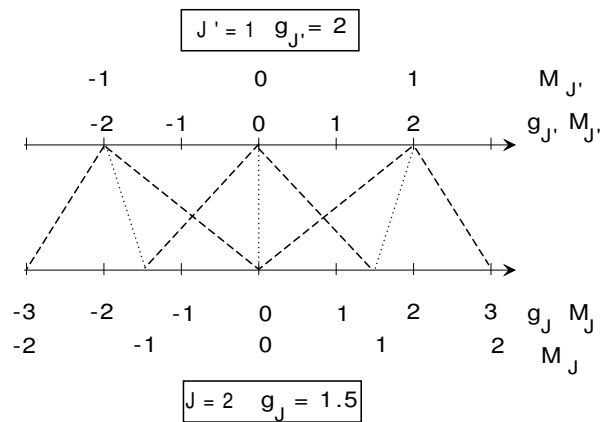
♣ *Question facultative* Sachant que le niveau  ${}^3P_0$  du cadmium se situe  $30114 \text{ cm}^{-1}$  au dessus du niveau fondamental et que  ${}^1P_1$  se situe  $11865 \text{ cm}^{-1}$  au-dessus du niveau  ${}^3P_2$ , représentez sur un diagramme en énergie les positions relatives des niveaux  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_1$ ,  ${}^3P_2$ ,  ${}^1P_1$ ,  ${}^3S_1$ ,  ${}^1D_2$  (on prendra l'énergie du niveau  ${}^1S_0$  comme référence).

## 7 Méthode de la confusion d'ordres

On peut rendre plus précise la mesure du magnéton de Bohr en se plaçant à des valeurs de  $B$  où les anneaux de polarisation  $\sigma$  apparaissent équidistants pour certaines valeurs de  $B$ . On se trouve alors en situation de confusion ou de demi-confusion des ordres du Fabry-Pérot.

Confusion d'ordres : cette situation est obtenue lorsque  $B$  est suffisamment grand pour que l'anneau issu d'un ordre  $p$  et partant vers l'extérieur se superpose à l'anneau issu de l'ordre  $p-1$  et partant vers l'intérieur (voir Fig. 11). Il s'agit dans les 2 cas des anneaux de plus grand écart Zeeman  $\Delta\sigma$ . La confusion d'ordres est obtenue pour

$$D^2(\sigma_0 + \Delta\sigma, p) = D^2(\sigma_0 - \Delta\sigma, p-1) \quad (10)$$

FIGURE 8 – Transitions Zeeman  $^3S_1$  vers  $^3P_0$ FIGURE 9 – Transitions  $^3S_1$  vers  $^3P_1$ FIGURE 10 – Transitions  $^3S_1$  vers  $^3P_2$

en développant par rapport à  $\Delta\sigma$ , on montre que la confusion d'ordres est obtenue pour  $\Delta\sigma = \frac{1}{4d}$ . On a alors

$$D^2(\sigma_0 + \Delta\sigma, p) - D^2(\sigma_0 - \Delta\sigma, p) = b$$

pour  $B = B_c$ , la valeur de  $B$  pour laquelle les anneaux  $\sigma$  sont équidistants.

Demi-confusion d'ordres : de même pour  $B = B_{dc}$ , les anneaux  $\sigma$  apparaissent équidistants mais pour un déplacement deux fois plus que dans la confusion d'ordres. On a dans ce cas :

$$D^2(\sigma_0 + \Delta\sigma, p) - D^2(\sigma_0 - \Delta\sigma, p) = b/2$$

pour  $\Delta\sigma = \frac{1}{8d}$ .

Vous allez maintenant chercher à **ajouter un point de demi-confusion d'ordres sur la courbe donnant**  $\mu_B$ . Vous utiliserez la transition rouge. Pour observer la demi-confusion d'ordres, il faudra sélectionner les transitions  $\sigma$  avec le polariseur et chercher à obtenir des anneaux équidistants.

♣ Peut-on obtenir la demi-confusion d'ordres avec la transition rouge? Placez le point de demi-confusion correspondant sur la courbe donnant  $\mu_B$ .

Quelle autre couleur serait intéressante pour faire une mesure de confusion d'ordre et quelle serait alors la procédure expérimentale?

♣ A partir de la courbe complétée, déduire la nouvelle valeur expérimentale du magnéton de Bohr  $\mu_B$  avec son incertitude. Discutez l'écart de cette valeur par rapport à la valeur théorique. Conclusion?

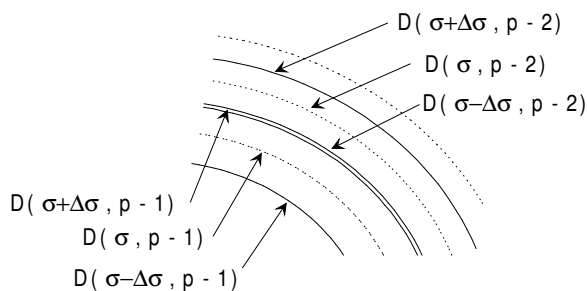


FIGURE 11 – **Confusion d'ordres** : les anneaux de polarisation  $\sigma$  sont en trait continu et ceux de polarisation  $\pi$  sont pointillés.

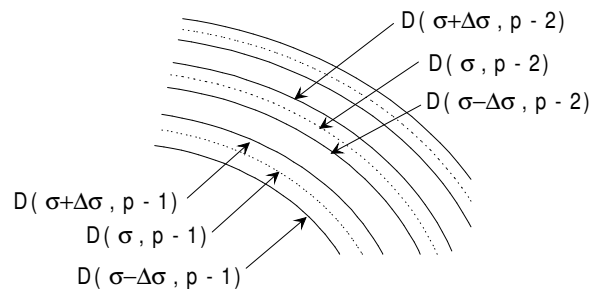


FIGURE 12 – **Demi-confusion d'ordres** : même légende que Fig. 11.