COMPOSITION des VITESSES

méthode usuelle :

$$\begin{pmatrix} c\,dt' \\ dx' \\ dy' \\ dz' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\,dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{-\beta c\,dt + dx}{dt - \frac{\beta}{c}dx} = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma\left(dt - \frac{\beta}{c}dx\right)} = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - v_x V/c^2\right)}$$

vec la quadrivitesse

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} \begin{pmatrix} c \\ v'_x \\ v'_y \\ v'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

es 2 premieres eqs s'ecrivent

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}\, c = \dfrac{\gamma c - \beta\gamma v_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ \text{et} \\ \dfrac{v'_x}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} = \dfrac{-\beta\gamma c + \gamma v_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases}$$

utilise la première pour e débarasser des facteurs $\frac{1}{}$ dans la seconde qui devient :

$$v'_x = c\,\frac{-\beta\gamma c + \gamma v_x}{\gamma c - \beta\gamma v_x} = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$$

vitesse relative

$$|\vec{v}'|^2 = \frac{1}{\left(1 - \vec{v}\cdot\vec{V}/c^2\right)^2} \left\{ \underbrace{(v_x - V)^2 + \frac{v_y^2 + v_z^2}{\gamma^2}} \right\} \quad \text{où} \quad \frac{1}{\gamma^2} = 1 - V^2/c^2$$

$$v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - 2v_x V + V^2 - \frac{1}{c^2}\left(v_y^2 + v_z^2\right)V^2$$

$$= \left(\vec{v} - \vec{V}\right)^2 - \frac{|\vec{v}\wedge\vec{V}|^2}{c^2}$$

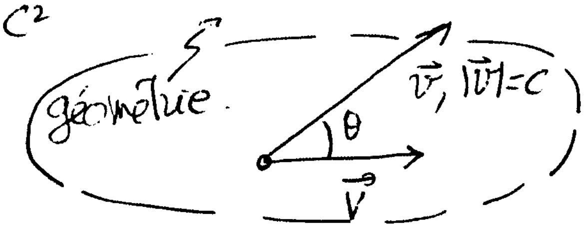
• (CV2

quelques remarques :

* pour une particule massique : la vitesse relative à elle même est nulle
(tant mieux)

* pour un photon / à une particule massique :

$$\left(\vec{v}-\vec{V}\right)^2 - \frac{|\vec{v}\wedge\vec{V}|^2}{c^2} = c^2 + V^2 - 2cV\cos\theta - V^2\sin^2\theta = \left(c - V\cos\theta\right)^2$$
$$= c^2\left(1 - \vec{v}\cdot\vec{V}/c^2\right)^2$$



donc $v_{rel}^2 = c^2$ normal.

: pour un photon / à un autre photon : on peut tj définir la vitesse relative et on trouve tj $v_{rel}^2 = c^2$ si $\theta \neq 0$.

: pour un photon / à lui même : on a une indétermination $\frac{0}{0}$
c'est normal : on ne peut pas définir le référentiel propre d'un photon.

Donc, dans l'énoncé, si on veut être tout à fait correct (et pouvoir traiter même le cas des photons) il faut parler de « référentiel comobile à la particule 2 » plutôt que de « référentiel dans lequel la particule 2 est au repos ».