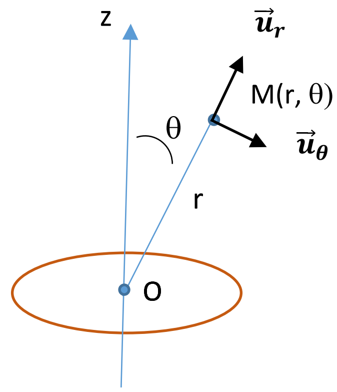
Travail préparatoire aux expériences sur le champ magnétique

I. Champ d'une bobine circulaire



Une bobine circulaire de rayon R , de centre O et d'axe Oz est parcourue par un courant i.

1. Quels sont les plans de symétrie Π et de symétrie-inversion Π^* de la distribution de courants ? Quelles sont les invariances de cette distribution ?
2. En déduire l'expression générale du champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace $M(r, \theta, \varphi)$ en fonction des variables d'espace et des vecteurs de base du système de coordonnées sphériques. On ne demande pas de calculer son expression.
3. A l'aide de la loi de Biot et Savart, calculer l'expression du champ magnétique en tout point de l'axe Oz. On explicitera correctement les différentes grandeurs scalaires ou vectorielles dans l'expression de la loi de Biot et Savart.
4. Quelle est la parité en z de l'expression du champ magnétique sur l'axe ? Etait-ce prévisible ?

II. Champ magnétique dans l'approximation dipolaire

Un certain nombre de sources de champ magnétique (aimants permanents, planètes, bobines parcourues par un courant….) peuvent être décrites par un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$. Dans le cadre de l'approximation dipolaire, l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ loin du moment magnétique est dans le système de coordonnées sphériques :

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\,\mathcal{M}\,\cos\theta}{r^3}\vec{u}_r + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\sin\theta}{r^3}\vec{u}_\theta$$

A. Détermination du moment magnétique terrestre

1. A l'aide de l'application Phyphox sur votre smartphone, mesurez la valeur du champ magnétique terrestre B_T. Cette valeur est-elle en accord avec celle donnée pour le centre de la France par le site Wikipédia (champ magnétique terrestre) ?
2. En déduire les valeurs des deux composantes B_r (verticale) et B_θ (horizontale) du champ magnétique à Paris. Les comparer à celles données par votre application.

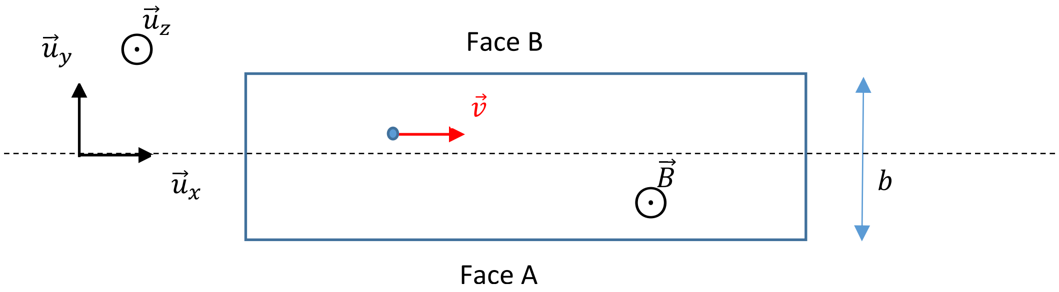
3. En considérant que les pôles magnétique et géographique sont confondus, quelle valeur de θ peut-on prendre pour Paris? En déduire une valeur approchée du moment magnétique terrestre $\mathcal{M}_T$. Comparer cette valeur à celle donnée par Wikipédia.

B. Moment magnétique de la bobine circulaire

Le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}_b}$ de la bobine circulaire de la section II est donné par la relation $\overrightarrow{\mathcal{M}_b} = i\pi R^2\vec{u}_z$.

1. En utilisant l'approximation dipolaire, donner l'expression approchée $\vec{B}_d$ du champ $\vec{B}$ en un point z de l'axe Oz de la bobine circulaire.
2. Calculer l'expression du rapport $\Gamma = \frac{\|\vec{B}_d\|}{\|\vec{B}\|}$. Montrer que pour $\frac{R}{z} \ll 1$, on peut écrire $\Gamma \approx 1 + \frac{3}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2$. Pour quelle valeur du rapport R/z Γ est-il égal à 1,01 ?

III. Effet Hall (partie facultative)



On considère un capteur à effet Hall constitué d'un parallélépipède conducteur de section rectangulaire S=ab perpendiculaire à l'axe Ox, parcouru par un courant I selon l'axe Ox. Ce courant I est associé au vecteur densité de courant $\vec{j}$ défini par $\vec{j} = -n\, e\, v\, \vec{u}_x$ où e est la charge élémentaire, n est le nombre d'électrons par unité de volume, et v leur vitesse. On rappelle que le courant I est le flux du vecteur $\vec{j}$ à travers la section S, ou encore dans le cas présent : $I = j\, S = j\, a\, b$. Le conducteur est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$.

A. Tension de Hall

1. Donner l'expression et représenter la force de Lorentz $\vec{f_l}$ exercée sur les électrons en mouvement.
2. Montrer à l'aide d'arguments qualitatifs que les faces A et B du capteur acquièrent chacune une charge surfacique. Placer ces charges sur le schéma.
3. En régime permanent, les charges de surface au niveau des faces A et B créent un champ électrique $\vec{E}_H$ appelé champ de Hall dont l'action compense en tout point la force de Lorentz. Donner l'expression de $\vec{E}_H$.
4. En déduire l'expression de la tension de Hall U_H définie par

$$U_H = \int_A^B \vec{E}_H . \vec{dl}$$

B. Mesure du champ magnétique

1. Le champ $\vec{B}$ fait un angle α avec l'axe Oz tout en restant dans le plan xOz. Comment est modifiée l'expression de U_H ? Que se passe-t-il si on inverse le sens du champ $\vec{B}$?
2. Quelle est la densité des porteurs de charge n pour un capteur en cuivre sachant que chaque atome de cuivre fournit un électron libre ? En déduire la valeur de la tension de Hall U_H si B=1T. Le cuivre est-il adapté pour mesurer un champ magnétique ?
3. Pourquoi utilise-t-on des semi-conducteurs pour réaliser des capteurs à effet Hall ?

On donne : $\rho_{Cu} = 8{,}96\ g\ cm^{-3}$, $M_{Cu} = 63{,}5 g\ mol^{-1}$