PeiP2 : **Electricité et magnétisme**

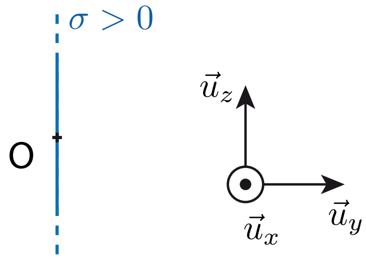
TP électrostatique

Travail préparatoire (individuel) au TP d'électrostatique - à rendre le jour du TP

Nom et prénom : ....

1 : Plan(s) chargé(s) - Condensateur plan

On considère un plan infini $x\mathrm{O}z$ portant la densité surfacique de charge $\sigma > 0$ (le plan chargé infini $x\mathrm{O}z$ est représenté en bleu par son intersection avec le plan de la feuille $y\mathrm{O}z$).



1.1 Déterminer exhaustivement les éléments de symétrie de cette distribution de charge.
Centre(s) d'inversion :
Axes de symétrie :

Plans de symétrie :

1.2 Déterminer exhaustivement les opérations sur les coordonnées d'espace qui laissent invariante cette distribution de charge.

1.3 En déduire l'expression vectorielle simplifiée du champ électrique $\vec{E}$.
[réponse : $\vec{E} = E(y) \cdot \vec{u}_y$]

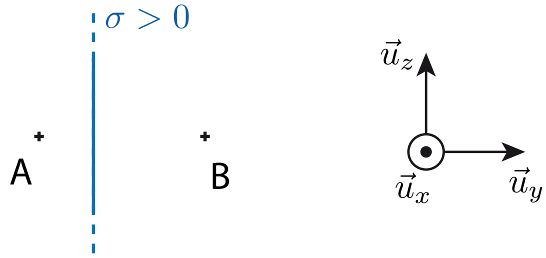
1.4 Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace en fonction de σ. Justifiez votre choix de surface fermée, détaillez les calculs.

Vu en TD :

$$\text{si} \quad y > 0 : \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_o}\vec{u}_y$$

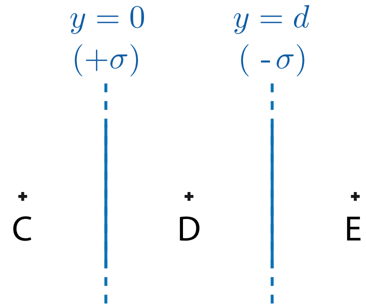
$$\text{si} \quad y < 0 : \quad \vec{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_o}\vec{u}_y$$

1.5 Tracer **avec soin** sur le schéma ci-après le vecteur $\vec{E}$ aux points A et B qui sont situés de part et d'autre du plan xOz.

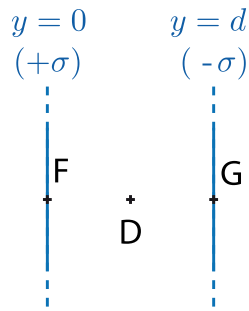


1.6 On considère maintenant un condensateur plan, en ajoutant un second plan infini, parallèle au premier, d'équation $y = d$ et portant la même densité surfacique de charge que le premier plan mais changée de signe : $(-\sigma)$. (schéma ci-après, les vecteurs unitaires sont les mêmes qu'à la figure précédente). Montrez par le calcul que le champ électrique total est nul à l'extérieur (points C et E). Calculez le champ entre les plans chargés (point D).

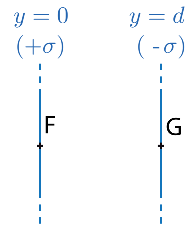
[réponse : $\vec{E}(\mathrm{D}) = \frac{\sigma}{\epsilon_o}\vec{u}_y$]

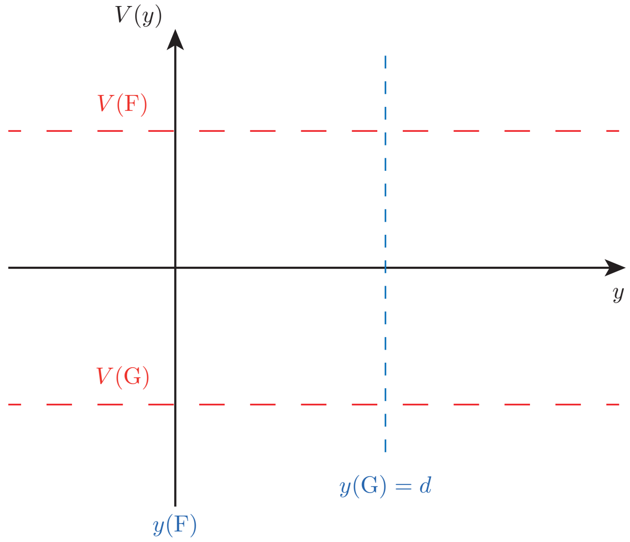


1.7 On s'intéresse au potentiel électrique entre les plans du condensateur. Montrer que la différence de potentiel entre ces plans vaut : $V(F) - V(G) = \frac{\sigma d}{\epsilon_o}$



1.8 Tracer le graphe du potentiel électrique $V(y)$ sur $(-\infty, +\infty)$.

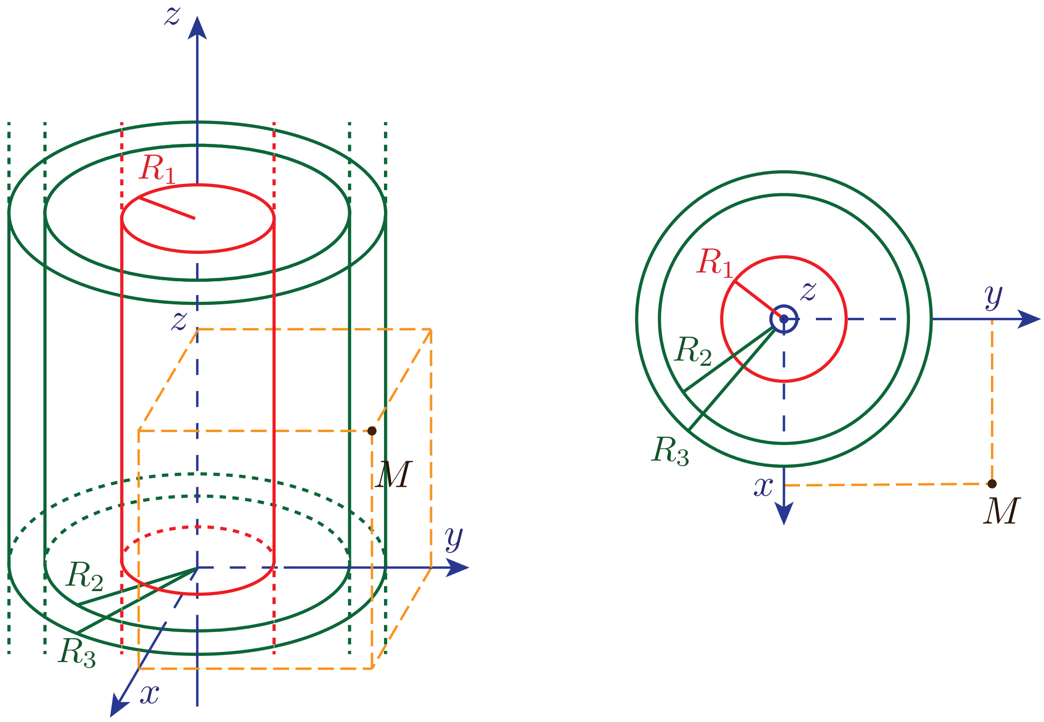




1.9 En considérant que les plans ont chacun une surface S (grande mais pas infinie), la charge $(\pm Q)$ portée par chaque plan est elle aussi finie. En déduire que la capacité électrique C du condensateur.
[réponse : $C = \frac{\epsilon_o S}{d}$]

2 : Condensateur cylindrique

On considère un condensateur cylindrique constitué de deux armatures coaxiales de forme cylindrique et de longueur infinie. L'armature interne est un cylindre conducteur de rayon R_1. L'armature externe est un conducteur en forme de nappe cylindrique comprise entre les rayons R_2 (intérieur) et R_3 (extérieur). Le conducteur interne est maintenu au potentiel V_1, le conducteur externe est maintenu au potentiel $V_2 > V_1$. Le conducteur interne porte une densité linéique de charge λ_1 (par unité de longueur du conducteur) répartie uniformément sur sa surface de rayon R_1. Le conducteur externe porte une densité de charge $\lambda_2 = -\lambda_1$ (toujours par unité de longueur du conducteur) répartie uniformément sur sa surface intérieure de rayon R_2



2.10 Définir un système de coordonnées cylindriques. Sur les schémas ci-dessus, représenter graphiquement les coordonnées cylindriques du point M et dessiner les vecteurs unitaires correspondants (au point M).
[réponse partielle : (ρ, θ, z)]

2.11 Définir, dans le système de coordonnées cylindrique choisi, l'axe de symétrie de la distribution de charge qui passe par le point M. Quelles conséquences sur les composantes du champ électrique $\vec{E}(M)$ en tout point M ? Déterminer les opérations sur les coordonnées d'espace qui laissent invariante cette distribution de charge. En déduire l'expression la plus simplifiée possible du champ électrique $\vec{E}(M)$.
[réponse : $\vec{E}(M) = E(\rho) \cdot \vec{u}_\rho$]

2.12 Dans les questions suivantes vous utiliserez le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace en fonction de q_v. Montrez que le flux Φ du champ électrique à travers une surface fermée cylindrique d'axe (Oz), de rayon ρ, de longueur h s'écrit :

$$\phi = E(\rho) \cdot S = \frac{Q_{\text{nette}}}{\epsilon_o} \tag{1}$$

où S = partie cylindrique de la surface fermée, et Q_{nette} = charge nette contenue dans le cylindre fermé.

2.13 En déduire la fonction $E(\rho)$:
lorsque $\rho < R_1$:[réponse : $E(\rho) = 0$]

lorsque $R_1 \leq \rho < R_2$:[réponse : $E(\rho) = \frac{\lambda_1 h}{2\pi\epsilon_o h\rho}$]

lorsque $R_2 \leq \rho < R_3$:

lorsque $R_3 \leq \rho$:

2.14 En déduire le potentiel $V(\rho)$:
lorsque $\rho < R_1$: [réponse : $V(\rho) = V_1$]

lorsque $R_1 \leq \rho < R_2$: [réponse : $V(\rho) = V_1 - \frac{\lambda_1 h}{2\pi\epsilon_o h\rho}\ln(\frac{\rho}{R_1})$]
(On calculera $V(\rho)$ en utilisant la relation $V(\rho) - V_1 = -\int_{\rho=R_1}^{\rho} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{M}$)

lorsque $R_2 \leq \rho < R_3$:[réponse : $V(\rho) = V_2$]

lorsque $R_3 \leq \rho$:[réponse : $V(\rho) = V_3$]

2.15 Par continuité en $\rho = R_2$ et $\rho = R_3$, montrer que :
lorsque $R_3 \leq \rho$: $V_3 = V_2$

lorsque $R_1 \leq \rho < R_2$:

$$V(\rho) = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \cdot \ln(\frac{\rho}{R_1}) \tag{2}$$

2.16 Tracer les fonctions $E(\rho)$ et $V(\rho)$: