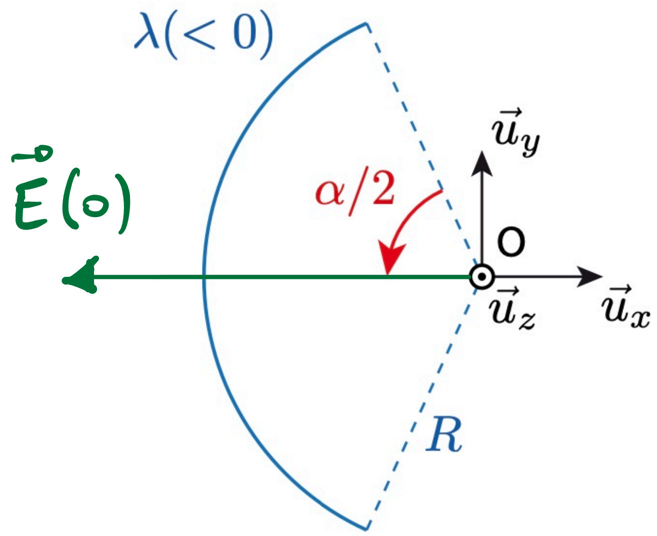
On considère un arc de cercle de centre O, de rayon R, d'angle au sommet α, contenu dans le plan $(x0y)$ et portant la densité de charge $\lambda < 0$ (linéique et uniforme). L'axe (Ox) est la bissectrice du secteur angulaire (cf. figure ci-dessous).



Question 9 Lister **tous** les éléments de symétrie et d'invariance de cette distribution de charge. En déduire le sens et la direction du champ électrique $\vec{E}(\mathrm{O})$ créé au point O par cette distribution de charge. Représentez $\vec{E}(\mathrm{O})$ sur le schéma ci-dessus.

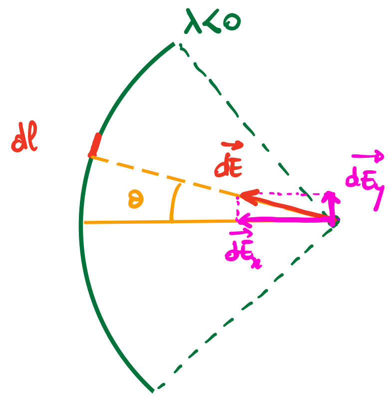
- Plans de symétrie : $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$
- Axes de symétrie : $(O, \vec{u}_x)$
- Aucun centre de symétrie, ni plan d'anti-symétrie

Le point $O \in (O, \vec{u}_x) \Rightarrow \vec{E}(O) \,//\, \vec{u}_x$

λ étant négative, $\vec{E}(O)$ est opposé à $\vec{u}_x$

Question 10 Déterminez l'expression vectorielle du champ électrique $\vec{E}(\mathrm{O})$ au point O.

Le champ total $\vec{E}(O)$ se calcule à partir des contributions de chaque élément d'arc de longueur dl



$$\vec{E}(O) = \int_{arc} \vec{dE}_{(O)}$$

$$= \int_{arc} dE_x \cdot \vec{u_x} + \underbrace{\int_{arc} dE_y \cdot \vec{u_y}}_{\text{Somme nulle}}$$

⚠ dE_x et dE_y sont du signe de λ

$$= \int_{arc} \left(K \frac{dq}{R^2} \cdot \cos\theta\right) \cdot \vec{u_x} = \frac{K}{R^2} \left[2 \int_0^{\alpha/2} \lambda . \overbrace{R\, d\theta}^{dl} . \cos\theta \right] \cdot \vec{u_x}$$

$$= \frac{2K\lambda}{R} \left[\sin\theta\right]_0^{\alpha/2} \cdot \vec{u_x} = \frac{2K\lambda \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{R} \cdot \vec{u_x}$$

Question 11 Calculer le potentiel électrique $V(\mathrm{O})$ au point O (on prendra comme référence un potentiel nul à l'infini).

$$V(0) = \int_{arc} dV(0) = \int_{arc} \frac{K\, dq}{R} = \frac{K}{R} \int_{arc} \lambda R\, d\theta$$

$$= K\lambda \int_0^{\alpha} d\theta = K\lambda \left[\theta\right]_0^{\alpha} = K\lambda\alpha$$

$$V(0) = \frac{\lambda\alpha}{4\pi\varepsilon_0}$$

Question 12 En déduire les expressions du champ électrique et du potentiel électrique créés par une distribution de charge circulaire (cercle de rayon R portant la densité linéique de charge λ) en son centre.

$$\alpha \to 2\pi$$

$$\begin{cases} \vec{E}(0) = \vec{0} \\ V(0) = \dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0} \end{cases}$$