Correction

module b1c2-2 électricité et magnétisme :
examen partiel d'électrostatique **01/12/2016**

1 Questions de cours

Question 1 Expliquer pour quelle(s) raison(s) un peigne chargé positivement peut attirer un petit morceau de papier non chargé.
Vu en cours... et ré-expliqué en séance de révision (réponse aux questions des étudiants)

Question 2 Un matériau conducteur, non chargé, est placé dans un champ électrique uniforme et constant. Expliquer ce qui se passe et déterminez l'expression du champ électrique à l'intérieur du conducteur à l'équilibre. Justifier vos réponses. Faites un schéma.
Vu en cours...

2 Plan(s) chargé(s)

On considère un plan infini $x\mathrm{O}z$ portant la densité surfacique de charge $\sigma > 0$.

Question 3 Déterminer exhaustivement les éléments de symétrie de cette distribution de charge.

- Le plan $x\mathrm{O}z$ est un plan de symétrie de la distribution de charge,
- tous les plans orthogonaux au plan $x\mathrm{O}z$ (il y en a une infinité) sont des plans de symétrie de la distribution de charge,
- il n'y a pas de plans d'anti-symétrie,
- toutes les droites du plan $x\mathrm{O}z$ sont des axes de symétrie,
- toutes les droites orthogonales au plan $x\mathrm{O}z$ sont des axes de symétrie,
- tous les points du plan $x\mathrm{O}z$ sont des centres d'inversion.

Question 4 Déterminer exhaustivement les opérations sur les coordonnées d'espace qui laissent invariante cette distribution de charge.

- La translation de coordonnée x laisse invariante la distribution de charge,
- la translation de coordonnée z laisse invariante la distribution de charge.

Question 5 Quel système de coordonnées choisir pour simplifier l'expression générale des composantes du champ électrique $\vec{E}$ en un point quelconque de l'espace ? Déterminer l'expression vectorielle ainsi simplifiée du champ électrique $\vec{E}$.
Pour utiliser les deux invariances, il faut décrire le champ électrique dans le système de coordonnées cartésiennes x, y, z.
Tout point $\mathrm{M}(x, y, z)$ de l'espace appartient à un axe de symétrie de la distribution de charge qui est orthogonal au plan chargé, donc porté par le vecteur $\vec{u}_y$. Le champ électrique en tout point d'un axe de symétrie appartient à cet axe : le champ s'écrit donc $\vec{E} = E(x, y, z) \cdot \vec{u}_y$.
En tenant compte des deux invariances, il vient :

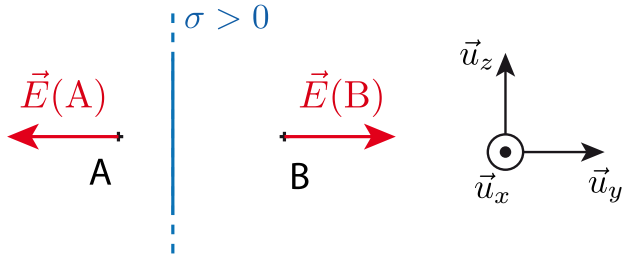
$$\vec{E} = E(y) \cdot \vec{u}_y$$

où y représente la distance du point $\mathrm{M}(x, y, z)$ au plan chargé.

Question 6 Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace en fonction de σ.
vu en TD (question 2.8 du TD2) :

$$\text{si} \quad y > 0 : \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_o}\vec{u}_y$$
$$\text{si} \quad y < 0 : \quad \vec{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_o}\vec{u}_y$$

Question 7 Tracer sur le schéma ci-après le vecteur $\vec{E}$ aux points A et B qui sont situés de part et d'autre du plan $x\text{O}z$ (le plan chargé infini $x\text{O}z$ est représenté en bleu par sa trace dans le plan de la feuille $y\text{O}z$).
Le schéma doit respecter $\vec{E}(\text{A}) = -\vec{E}(\text{B})$ (vecteurs opposés, || à $\vec{u}_y$, de même longueur)



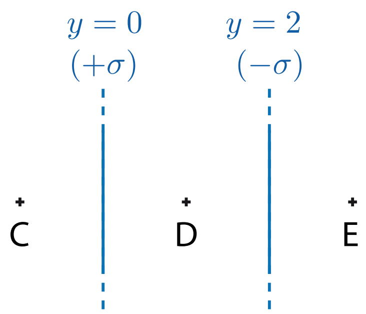
Question 8 En déduire l'expression du potentiel électrique créé par le plan infini chargé.
vu en TD (question 2.7 du TD2) :

$$V(y) = -\int E(y)\text{d}y = -\frac{\sigma}{2\epsilon_o}|y| + \text{constante}$$

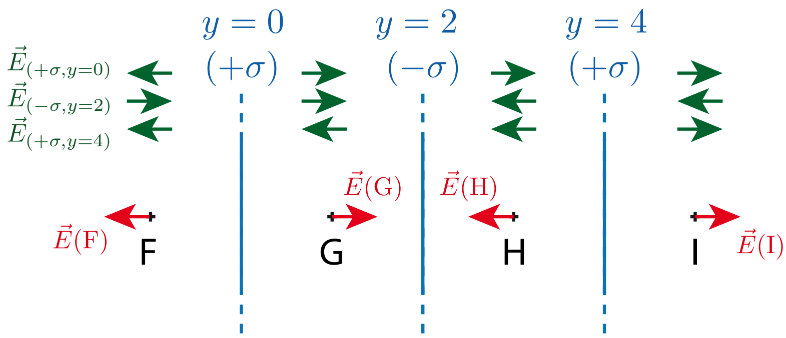
On peut choisir $V(0) = \text{constante} = 0$.

Question 9 On ajoute un second plan infini, parallèle au premier, d'équation $y = 2$ et portant la densité surfacique de charge $(-\sigma)$. (schéma ci-après, les vecteurs unitaires sont les mêmes qu'à la figure précédente). Déterminez par le calcul le champ électrique total (expression vectorielle) aux points C, D et E.

$$\vec{E}(\text{C}) = -\frac{(+\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y - \frac{(-\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y = \vec{0}$$
$$\vec{E}(\text{D}) = +\frac{(+\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y - \frac{(-\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y = \frac{(+\sigma)}{\epsilon_o}\vec{u}_y$$
$$\vec{E}(\text{E}) = +\frac{(+\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y + \frac{(-\sigma)}{2\epsilon_o}\vec{u}_y = \vec{0}$$



Question 10 On ajoute un troisième plan infini d'équation $y = 4$ et portant la densité surfacique de charge $(+\sigma)$. Placer sur la figure suivante le vecteur champ électrique aux points F, G, H, et I.



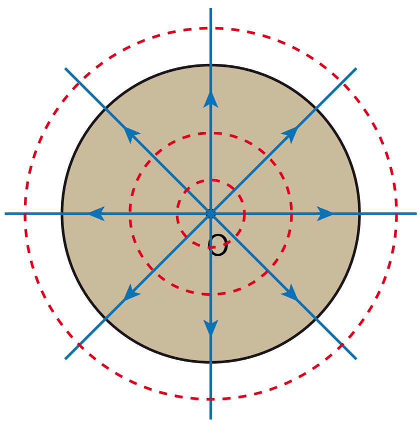
3 Sphère diélectrique chargée

Une sphère diélectrique, de centre O, de rayon R, est uniformément chargée en volume avec la densité volumique de charge $\rho > 0$.

Question 11 Analyser les éléments de symétrie et les invariances de cette distribution de charge. Montrez qu'en choisissant un système de coordonnées on peut mettre en évidence que le champ est radial. vu en TD (question 1.2 du TD3).

Question 12 Tracer schématiquement sur la figure suivante 8 lignes de champ (en traits pleins) et 3 équipotentielles (en pointillés) dans le plan de la feuille qui coupe la sphère chargée en deux hémisphères.

Les lignes de champ sont des rayons de la sphère, dirigée vers r croissant ($\sigma > 0$). Les équipotentielles sont des cercles concentriques. Dans le plan de la feuille, les angles entre deux lignes de champ successives doivent être égaux (le champ électrique est constant sur une sphère de rayon



Question 13 Déterminez le champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.
vu en TD (question 1.3 du TD3).

Question 14 Déterminez le potentiel électrique V en tout point de l'espace.
vu en TD (question 1.4 du TD3).

Question 15 Tracez $E(r)$ et $V(r)$. vu en TD (question 1.3 et 1.4 du TD3).