

# TD 1. Vecteurs - Forces - Moments

Lorsque plusieurs affirmations sont proposées, indiquer lesquelles sont bonnes (il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour une même affirmation). JUSTIFIER toutes les réponses lorsque cela est nécessaire !

1 Un vecteur est défini par ...

2 Un vecteur unitaire est un vecteur :

- a) d'intensité égale à 1
- b) de norme ou de module égal à 1
- c) unique devant rester seul

3 Un scalaire est :

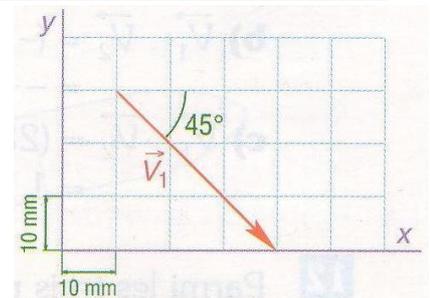
- a) un nombre arithmétique ou algébrique représentant une quantité
- b) un vecteur particulier
- c) un poisson plat du Brésil

4 Parmi les trois sommes suivantes, lesquelles sont justes ? (a et b scalaires)

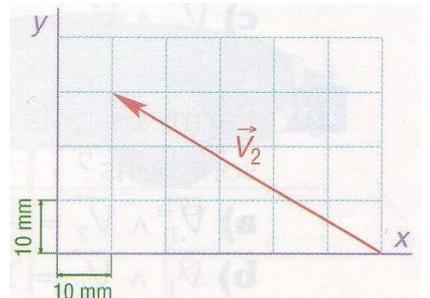
- a)  $a(\vec{V}_1 + b\vec{V}_2) = a\vec{V}_1 + b\vec{V}_2$
- b)  $a(\vec{V}_1 + b\vec{V}_2) = a\vec{V}_1 + ab\vec{V}_2$
- c)  $a(\vec{V}_1 + b\vec{V}_2) = ba\vec{V}_2 + a\vec{V}_1$

5 Des trois projections de  $\vec{V}_1$  sur x et y, lesquelles sont justes ?

- a)  $V_{1x} = -30 \quad V_{1y} = 30 \quad V_1 = 42,42$
- b)  $V_{1x} = 30 \quad V_{1y} = -30 \quad V_1 = -42,42$
- c)  $V_{1x} = 30 \quad V_{1y} = -30 \quad V_1 = 42,42$

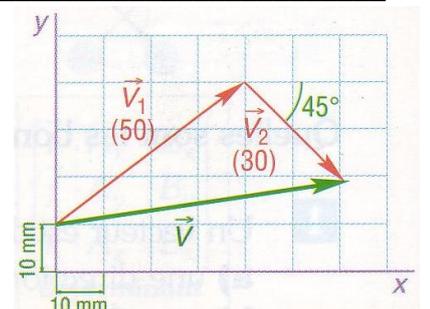


6 Donner les projections  $V_{2x}$  et  $V_{2y}$  de  $\vec{V}_2$  sur x et y, ainsi que la valeur de son module  $V_2$ .

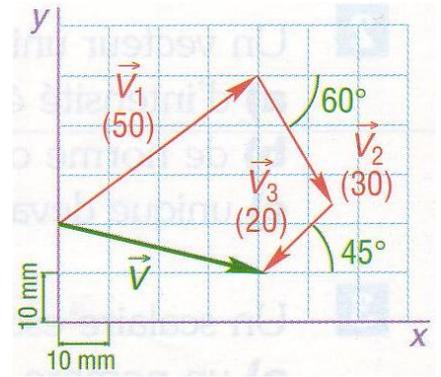


7  $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$  avec  $V_1 = 50$  et  $V_2 = 30$ . Quelles sont les bonnes projections ?

- a)  $V_x = -61,21 \quad V_y = -8,79 \quad V = -60,58$
- b)  $V_x = 61,21 \quad V_y = 8,79 \quad V = 61,84$
- c)  $V_x = 61,21 \quad V_y = 8,79 \quad V = 60,58$



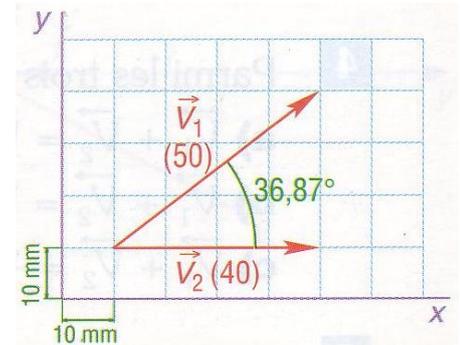
- 8]  $V_1 = 50$ ,  $V_2 = 30$ ,  $V_3 = 20$ . Donner (littéralement puis numériquement) les valeurs des projections  $V_{ix}$  et  $V_{iy}$  de chacun de ces trois vecteurs ( $i \in \{1,2,3\}$ ).



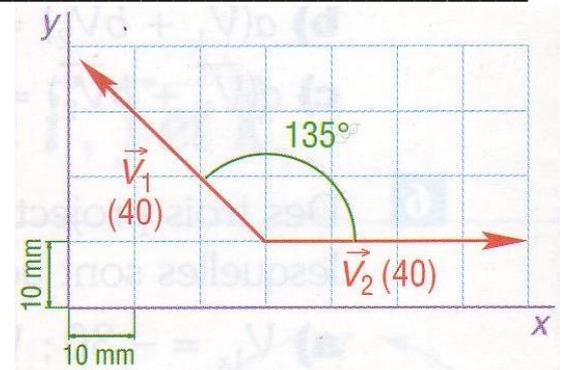
En déduire les projections  $V_x$  et  $V_y$  de leur somme  $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$ , ainsi que son module  $V$ .

- 9] Parmi les trois produits scalaires suivants, lesquels sont justes ?

- a)  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (50) \cdot (40) \cdot \cos(36,87^\circ) = 1600$   
 b)  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (40) \cdot (40) + (30) \cdot (0) = 1600$   
 c)  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (40) \cdot (40) + (30) \cdot (0) = 1600 \vec{i}$



- 10] Calculer le produit scalaire  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ .

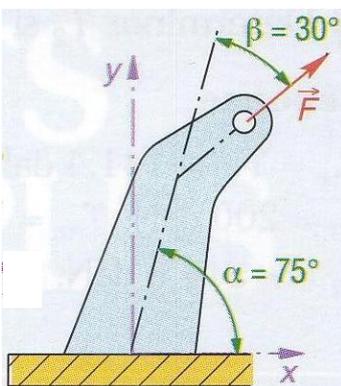
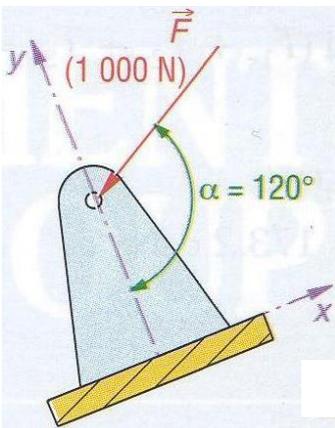
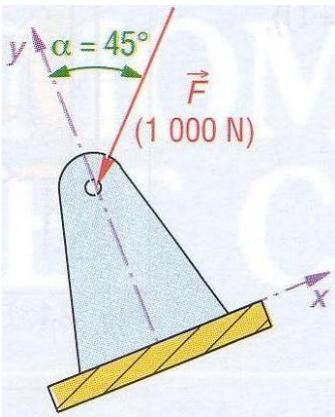
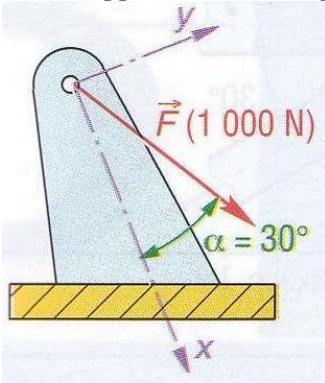


- 11] Parmi les produits vectoriels suivants effectués avec les vecteurs de l'exercice 9, lesquels sont justes ?

- a)  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = 1200 \vec{k}$   
 b)  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -1200 \vec{k}$   
 c)  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -1200 \vec{j}$

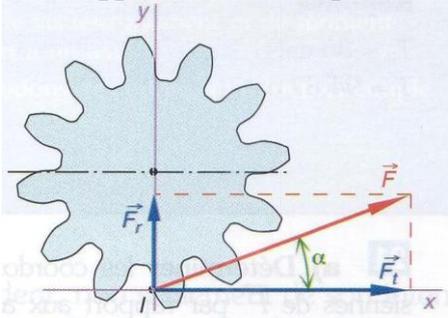
- 12] Calculer le produit vectoriel  $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  des vecteurs de l'exercice 10.

- 13 Écrire les **expressions littérales** des coordonnées cartésiennes  $F_x$  et  $F_y$  des forces  $\vec{F}$  indiquées sur chaque schéma, en fonction de l'intensité (ou module)  $F$  de cette force et des angles  $\alpha$  et  $\beta$ . Faire ENSUITE l'application numérique avec  $F = 1000 \text{ N}$  dans les quatre cas.

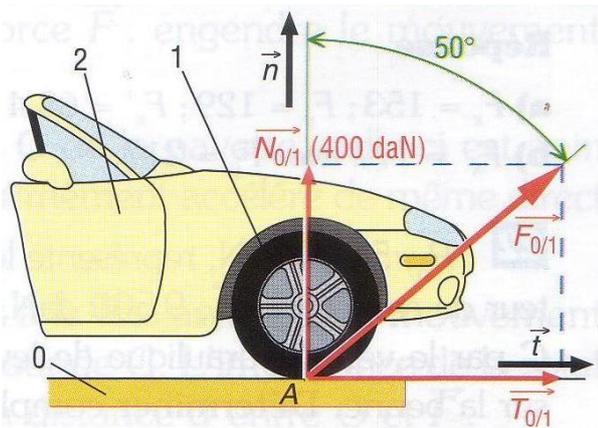


- 14) Déterminer en fonction de  $F$  et  $\alpha$  les expressions littérales des composantes radiale  $F_R$  et tangentielle  $F_T$  de l'action  $\vec{F}$  exercée en I sur une dent de la roue.

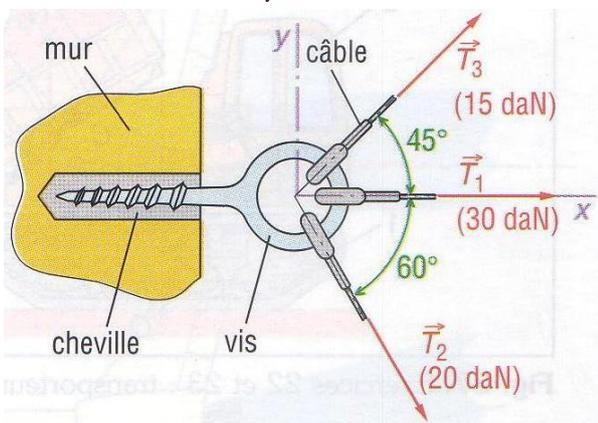
**Application numérique** avec  $F = 1000 \text{ N}$  et l'angle de pression  $\alpha = 20^\circ$ .



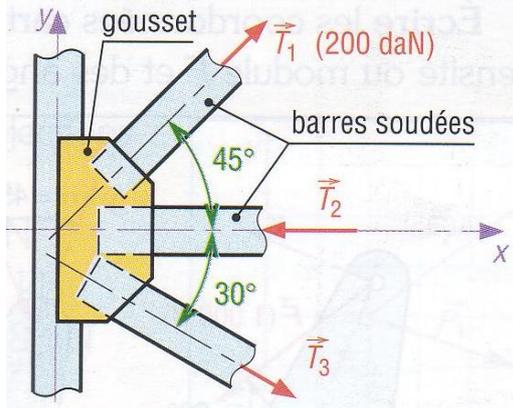
- 15) L'action exercée en A par la route (0) sur la roue motrice (1) du véhicule (2) est schématisée par la force  $\vec{F}_{0/1}$ . Si l'effort normal  $\vec{N}_{0/1}$  suivant la normale  $\vec{n}$  à la route a pour valeur  $4000 \text{ N}$ , déterminer les valeurs de la force  $\vec{F}_{0/1}$  et de l'effort tangentiel  $\vec{T}_{0/1}$  suivant la direction  $\vec{t}$  parallèle à la route, sachant que  $\vec{F}_{0/1} = \vec{N}_{0/1} + \vec{T}_{0/1}$ .



- 16)  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  et  $\vec{T}_3$  représentent les actions (tensions) exercées par les trois câbles sur la vis. Déterminer les valeurs de  $S_x$ ,  $S_y$  et  $S$  de la somme de ces trois actions :  $\vec{S} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3$ .



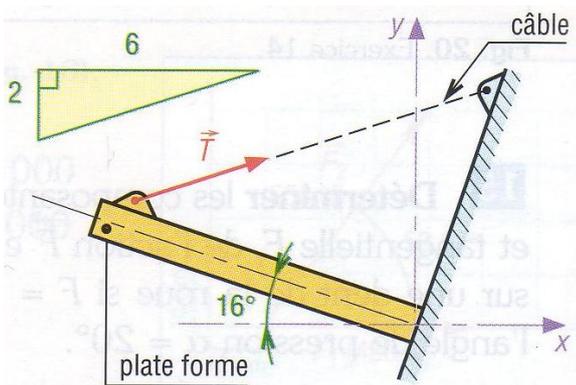
- 17 a) Déterminer les composantes  $T_{1x}$  et  $T_{1y}$  de la tension  $T_1$  de la barre (1)



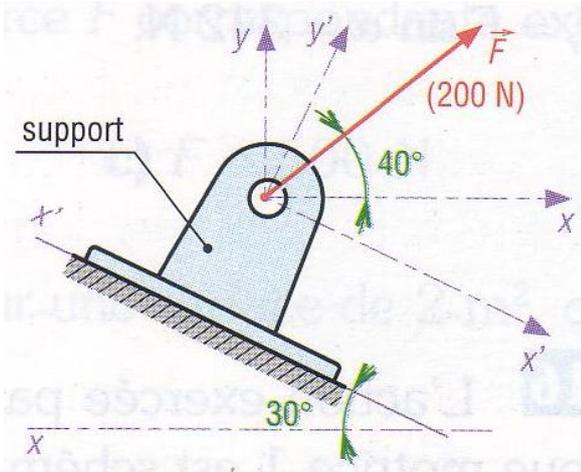
- b) Déterminer  $T_3$  et  $T_{3x}$  si  $|T_{3y}| = 100$  daN

- c) Déterminer  $T_2$  si  $(T_{1x} + T_{2x} + T_{3x}) = 0$

- 18 Sachant que la composante  $T_x$  de la tension  $\vec{T}$  du câble est de 90 daN, déterminer  $T_y$  et  $T$ .



19 a) Déterminer les coordonnées cartésiennes de  $\vec{F}$  par rapport aux axes (x,y).



b) Déterminer les coordonnées cartésiennes de  $\vec{F}$  par rapport aux axes (x',y').

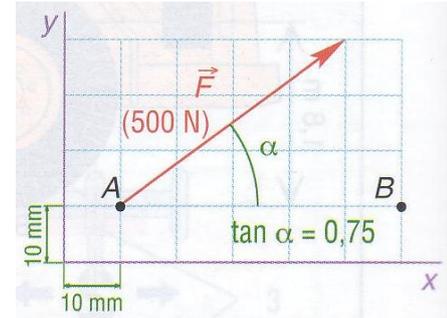
c) Déterminer les composantes de  $\vec{F}$  suivant les directions x' et y.

20 Dans l'expression  $M_A(\vec{F}) = F.d$  qui permet de calculer le moment en A de la force  $\vec{F}$ , que représente la quantité d ?

- a) le bras de levier entre A et  $\vec{F}$
- b) la plus courte distance entre A et la force  $\vec{F}$
- c) la longueur de la perpendiculaire menée entre A et la force  $\vec{F}$
- d) la longueur mesurée entre A et le point d'application de la force  $\vec{F}$

21 Le moment (scalaire) en B de la force  $\vec{F}$  appliquée en A vaut :

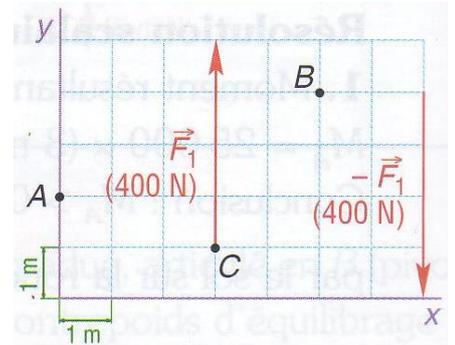
- a) 20 Nm
- b) 15 Nm
- c) -15 Nm



22 La valeur d'un couple (M) engendré par deux forces  $\vec{F}$  égales et opposées dépend :

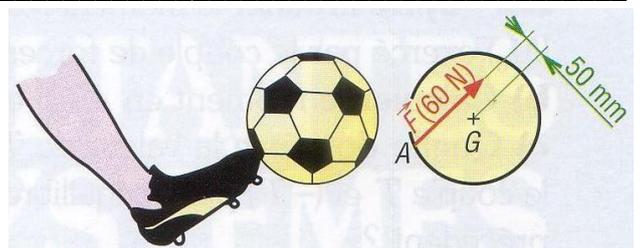
- a) du point choisi pour écrire le couple
- b) de l'intensité (F) des deux forces
- c) de la distance (d) entre les deux forces

23 Calculer d'abord au point A, puis au point B, le moment résultant (total) engendré par les deux forces  $\vec{F}_1$  et  $-\vec{F}_1$ . Conclusion ?



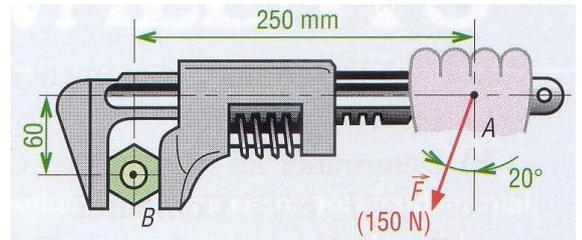
24 La force  $\vec{F}$  schématise l'action exercée par la chaussure sur le ballon au moment du tir.

- a) Calculer le moment en G de la force  $\vec{F}$

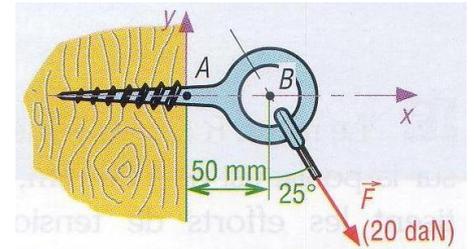


- b) Quel est le mouvement pris par le ballon ?

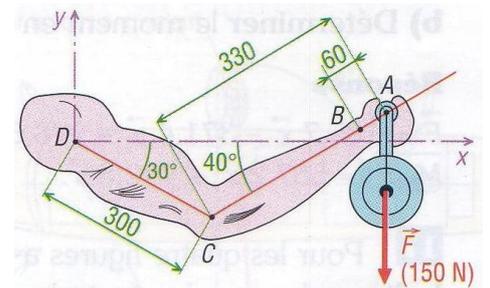
- 25] La force  $\vec{F}$  schématise l'action de serrage exercée par l'opérateur. Calculer le moment en B ("couple de serrage") de cette force.



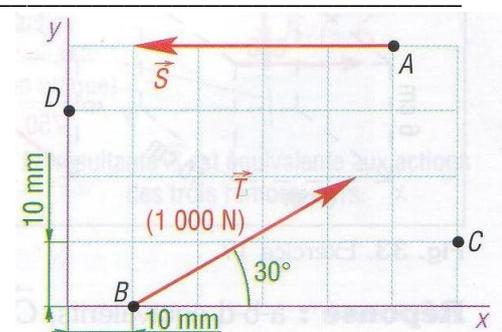
- 26] Calculer le moment en A (zone fragile de la vis, au début de la partie encastrée) de la force  $\vec{F}$  agissant sur l'anneau.



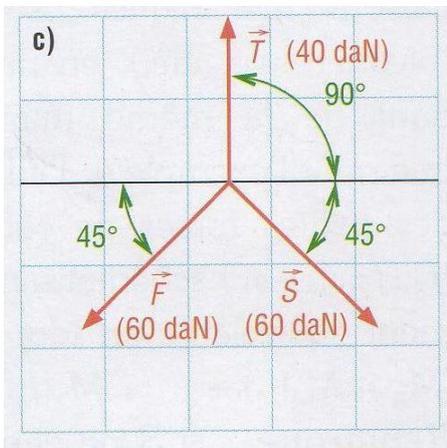
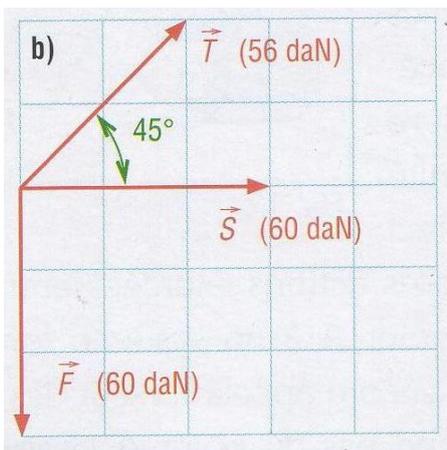
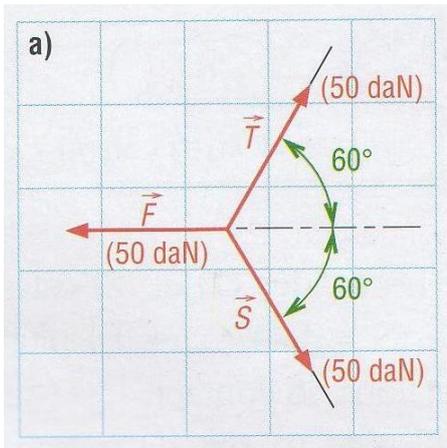
- 27] La force  $\vec{F}$  (passant par A, creux de la main) schématise le poids de l'haltère. Déterminer le moment exercé par la charge en B (poignet), en C (coude), et en D (épaule).



- 28] a) Calculer le moment en C de la force  $\vec{T}$  (1000 N).  
 b) Quelle doit être la valeur de la force  $\vec{S}$  pour que le moment résultant en C des deux forces soit nul ?  
 c) Mêmes questions avec le point D.



29) Dans les trois cas ci-dessous, déterminer la **résultante**  $\vec{R}$  des trois forces  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}$  et  $\vec{S}$ , d'abord (approximativement) **graphiquement**, puis retrouver le résultat par un **calcul (rigoureux)**.



## Réponses aux exercices du TD1

1/ une direction, un sens, une intensité

2/ réponses a et b

3/ réponses a et c (piège !)

4/ réponses b et c

5/ réponse c

6/  $V_{2x} = -50$   $V_{2y} = 30$   $V = 58,31$

7/ réponse b

8/  $V_{1x} = 40$   $V_{1y} = 30$  /  $V_{2x} = 15$   $V_{2y} = -25,98$  /  $V_{3x} = -14,14$   $V_{3y} = -14,14$  /  $V_x = 40,86$   $V_y = -10,12$  /  $V = 42,09$

9/ réponses a et b

10/ -1 131,37

11/ réponse b

12/ -1 131,37  $\vec{k}$

13/  $F_x = 866\text{N}$   $F_y = 500\text{N}$  /  $F_x = -707,1\text{N}$   $F_y = -707,1\text{N}$  /  $F_x = -866\text{N}$   $F_y = -500\text{N}$  /  $F_x = 707,1\text{N}$   $F_y = 707,1\text{N}$

14/  $F_R = 342\text{ N}$   $F_T = 939,7\text{ N}$

15/  $T = 4\,767\text{ N}$   $F = 6\,222,9\text{ N}$

16/  $S_x = 506,1\text{ N}$   $S_y = -67,1\text{ N}$   $S_z = 510,5\text{ N}$

17/  $T_{1x} = 1\,414,2\text{ N}$   $T_{1y} = 1\,414,2\text{ N}$  /  $T_3 = 2\,000\text{ N}$   $T_{3x} = 1\,732,1\text{ N}$  /  $T_2 = 3\,146,3\text{ N}$

18/  $T_y = 300\text{ N}$   $T = 948,7\text{ N}$

19/ a)  $F_x = 153,2\text{ N}$   $F_y = 128,6\text{ N}$  b)  $F_{x'} = 68,4\text{ N}$   $F_{y'} = 187,9\text{ N}$  c)  $F_{x'} = 176,9\text{ N}$   $F_{y'} = 217\text{ N}$

20/ réponses a b et c

21/ réponse c

22/ réponses b et c

23/  $C = -1\,600\text{ N}$

24/  $M_G(F) = -3\text{ Nm}$  / mouvement = translation + rotation sur lui-même dans le sens horaire (tir "brossé")

25/  $M_B(F) = -32,16\text{ Nm}$  (utiliser le théorème de Varignon)

26/  $M_A(F) = -9,06\text{ Nm}$

27/  $M_B = -6,89\text{ Nm}$   $M_C = -37,92\text{ Nm}$   $M_D = -76,89\text{ Nm}$

28/ a)  $M_C(T) = -16,34\text{ Nm}$  (utiliser Varignon) b)  $S = 544,66\text{ N}$  force dirigée selon  $-x$

c)  $M_D(T) = -30,98\text{ Nm}$   $S = 3\,098\text{ N}$  force dirigée selon  $+x$

29/ a)  $R_x = 0$   $R_y = 0$   $R = 0$  b)  $R_x = 100$   $R_y = -20$   $R = 102$  c)  $R_x = 0$   $R_y = -44,85$   $R = 44,85$  (échelle de T pas respectée pour F et S !)