Nathan LONEAC

Devoir maison de mécanique statique

Spécialité matériaux

23/11/17

20/20

Exercice 1:

6/6

1. Torseurs des actions mécaniques en C et D:

L'opérateur applique une action mécanique en C notée $\vec{F_C}$ et avec un module de 150 N.

$$T_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 150 & 0 \end{Bmatrix}_C$$

L'opérateur applique également une action mécanique en D notée $-F_D$

$$T_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -Z_D & 0 \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -150 & 0 \end{Bmatrix}_D$$

2. Changements de points (C → A et D → A)

$$M(A, \vec{F_C}) = M(C, \vec{F_C}) + \vec{AC} \wedge \vec{F_C}$$

$$= 0 + \begin{pmatrix} 0 \\ 200 \cos 30 \\ 200 \sin 30 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \cos 30 \times 150 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= 25{,}98 \text{ N.m} \quad (x)$$

$$M(A, \vec{F_D}) = M(D, \vec{F_D}) + \vec{AD} \wedge -\vec{F_D}$$

$$= 0 + \begin{pmatrix} 0 \\ -200 \cos 30 \\ -200 \sin 30 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -150 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \cos 30 \times 150 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= 25{,}98 \text{ N.m} \quad (x)$$

Torseur résultant:

$$T_R = \begin{Bmatrix} 0 & 2 \times 25{,}98 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 51{,}96 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

Precise que tu l'exprimes en kN! Bien

On obtient un couple car les deux forces sont de directions parallèles, de sens opposés et de même intensité.

$$C = \begin{cases} \vec{0} \\ \Sigma \vec{M}(A, \vec{F}) \end{cases}$$

3. Calcul du torseur résultant en B :

en A : $T_R = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 51{,}9\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_A$

Donc le changement de point en B :

$\mathcal{M}(B, \vec{R}) = \mathcal{M}(A, \vec{R}) + \vec{AB} \wedge \vec{R}$

$= \begin{pmatrix} 51{,}9\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -200 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Donc :

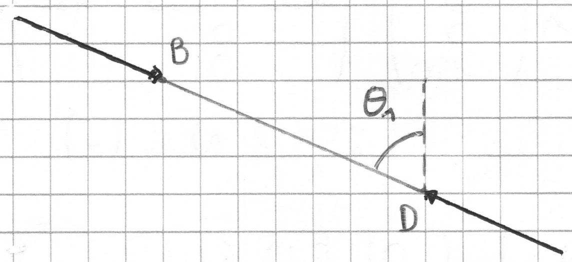
$T_R = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 51{,}9\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_B$

Etant donné que A et B sont sur le même support (axe x), le torseur résultant est le même. Donc la distance AB n'influe pas sur le moment transmis à la vis. Torseur couple, pas besoin de definir le point d'application.

Exercice 2 :

14/14

1. On isole BD :

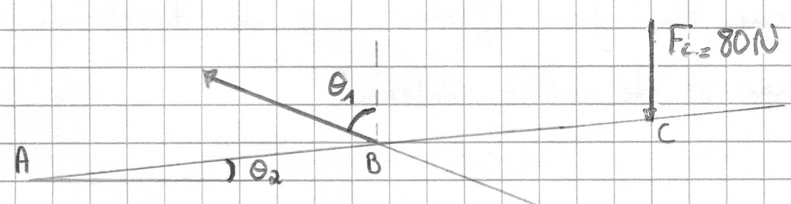


$\theta_1 = \arctan\left(\frac{opp}{adj}\right) = \arctan\left(\frac{50}{21{,}25}\right) = 67°$

$T_D = \left\{ \begin{matrix} -D\cos\theta \\ D\sin\theta \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}$

$T_B = \left\{ \begin{matrix} B\sin\theta \\ -B\cos\theta \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}$

2. On isole ABC :



$$T_A = \left\{ \begin{matrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \qquad T_B = \left\{ \begin{matrix} -B\sin\theta_1 \\ B\cos\theta_1 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \qquad T_C = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -80 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}$$

PFS :

$\rightarrow \Sigma F = 0$:

en x : $X_a - B\sin\theta_1 = 0$ (1)

en y : $Y_a + B\cos\theta_1 - 80 = 0$ (2)

$\rightarrow \Sigma M = 0$:

$$M(A, \vec{F_B}) = M(B, \vec{F_B}) + \vec{AB} \wedge \vec{F_B}$$

$$= 0 + \begin{pmatrix} 62{,}5 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -B\sin\theta_1 \\ B\cos\theta_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 62{,}5\,B\cos\theta_1 + 15\,B\sin\theta_1$$

$$M(A, \vec{F_C}) = M(C, \vec{F_C}) + \vec{AC} \wedge \vec{F_C}$$

$$= 0 + \begin{pmatrix} 112{,}5 \\ 27{,}8 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -80 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -9000 \end{pmatrix}$$

Donc :

$$-9000 + 62{,}5\,B\cos\theta_1 + 15\,B\sin\theta_1 = 0 \quad (3)$$

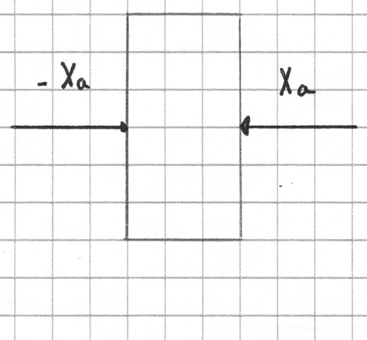
alors $B = \dfrac{9000}{62{,}5\cos 67 + 15\sin 67} = \underline{\underline{235{,}4\ N}}$ Bien

Alors avec (1) : $X_a = B\sin\theta_1 = 235{,}4 \times \sin 67 = 216{,}7\ N$

avec (2) : $Y_a = 80 - B\cos\theta_1 = 80 - 235{,}4 \times \cos 67 = -12\ N$

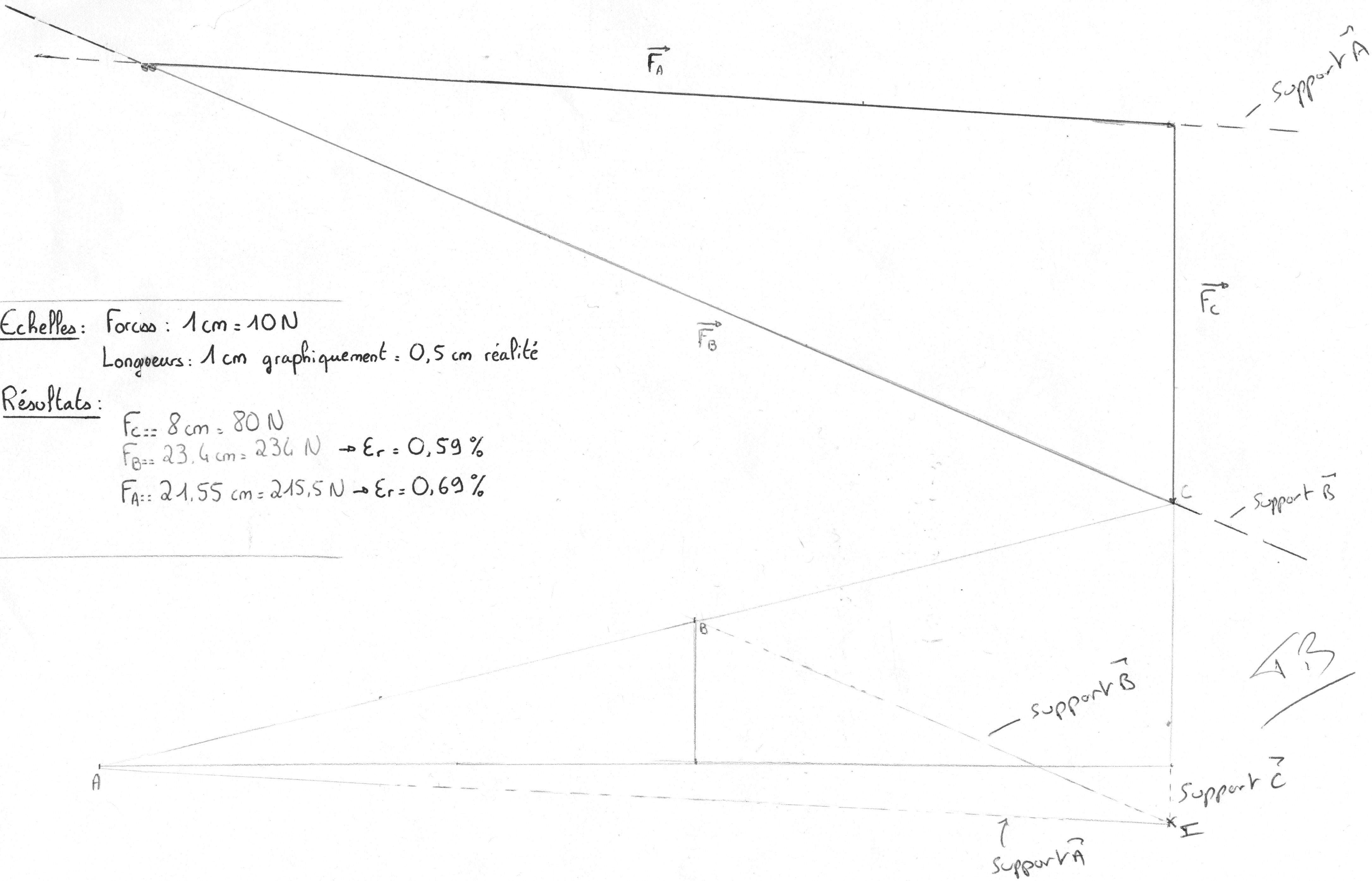
DONC $A = \sqrt{(-12)^2 + (216{,}7)^2} = \underline{\underline{217\ N}}$ Bien

On isole l'oeillet :



$P = X_a$

Nathan LOHEAC



<u>Echelles</u> : Forces : 1 cm = 10 N

Longueurs : 1 cm graphiquement = 0,5 cm réalité

<u>Résultats</u> :

F_C := 8 cm = 80 N

F_B := 23,4 cm = 234 N → $\varepsilon_r = 0,59\ \%$

F_A := 21,55 cm = 215,5 N → $\varepsilon_r = 0,69\ \%$