

Dans le cadre d'une enquête sur la pollution de l'eau potable, on effectue différents contrôles de qualité. (Pour tous les tests choisir un **risque égal à 5 %**)

### Question 1

La concentration en ions ammonium de l'eau potable dans le monde a une moyenne de  $0,5 \text{ mg.L}^{-1}$  et une **variance exacte** de  $0,01 \text{ mg}^2. \text{L}^{-2}$ . À la suite d'une purification par un procédé chimique, un dosage des ions ammonium sur 10 prélèvements a donné pour moyenne  $m_1 = 0,459 \text{ mg. L}^{-1}$  et pour écart-type  $s_1 = 0,108 \text{ mg. L}^{-1}$

Le résultat obtenu après traitement est-il **inférieur en moyenne** à la teneur en ions ammonium dans le monde ?

### Correction (15 points)

#### Les hypothèses (3 pts)

$H_0$  : La teneur moyenne en ions ammonium après traitement est la même que celle dans le monde (**elle suit la loi normale exacte  $\mu = 0,5 ; \sigma = 0,1/\sqrt{10}$** )

$H_1$  : La teneur est inférieure (**test unilatéral**).

#### Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)

On suppose la normalité des données pour effectuer le test de Student – même si on sait que **la statistique suivra une loi normale centrée réduite** (même si le nombre d'observations est petit) **car la variance exacte est donnée dans l'énoncé**.

#### Calcul de la statistique (4 pts)

$$t_{\text{obs}} = (m_1 - \mu) / (\sigma / \text{racine}(10))$$

$$t_{\text{obs}} = 0,130 \text{ (en valeur absolue)}$$

#### Conclusions (3 pts)

$$Z_{\text{table}} \text{ (Normale, unilatéral, 5\%)} = 1,645$$

$t_{\text{obs}} < t_{\text{table}}$  donc **non rejet de  $H_0$  au risque 5%**. La teneur moyenne en ions ammonium après traitement n'est pas inférieure à celle dans le monde avant traitement.

#### Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

### Question 2

On effectue 200 prélèvements dans **trois zones différentes** et on dénombre le nombre de prélèvements pollués par des bactéries coliformes. La présence de ces bactéries étant indicatrice de contamination pouvant causer des maladies intestinales.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous :

	Zone 1	Zone 2	Zone 3
Présence de bactéries	6	16	10

<b>Absence de bactéries</b>	40	52	76
-----------------------------	----	----	----

Les 3 zones diffèrent-elles quant à la proportion de prélèvements pollués par les bactéries ?

### Correction (15 points)

#### Les hypothèses (3 pts)

H0 : Les 3 zones ne diffèrent pas

H1 : Elles diffèrent

#### Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)

On effectue un Test d'indépendance de  $\chi^2$  dont la seule condition d'application est : toutes les fréquences théoriques doivent être supérieures ou égales à 5.

#### Calcul de la statistique (4 pts)

Tableau des effectifs théoriques sous H0

	Zone 1	Zone 2	Zone 3	$\Sigma$
Présence de bactéries	7,36	10,88	13,76	32
Absence de bactéries	38,64	57,12	72,24	168
$\Sigma$	46	68	86	200

$$\chi^2_{\text{exp}} = 4,39$$

$$n_{\text{ddl}} = (3-1) * (2-1) = 2$$

$$\chi^2_{\text{table, 5\%, 2ddl}} = 5,99$$

#### Conclusions (3 pts)

$\chi^2_{\text{exp}} < \chi^2_{\text{table}}$  donc non rejet de H0 au risque 5%. Les 3 zones ne diffèrent pas quant à la proportion de prélèvements pollués par les bactéries.

#### Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

#### Question 3

On mesure la concentration (mg. L<sup>-1</sup>) en chlorures et en sulfates de 10 échantillons d'eau du robinet. Les résultats des analyses sont donnés ci-dessous :

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chlorures	100	126	51	48	122	85	64	72	168	26
Sulfates	50	67	128	86	163	136	65	156	203	61

La teneur en sulfates est-elle linéairement corrélée à celle en chlorures ?

### Correction (10 points)

#### Les hypothèses (2 pts)

H0 : Il n'existe pas de corrélation linéaire entre la teneur en sulfates et celle en chlorures ( $\rho=0$ )

H1 : Il existe une corrélation linéaire ( $\rho \neq 0$ ) – Test bilatéral

#### Le test choisi et ses conditions d'application (2 pts)

On effectue un Test de corrélation de Pearson dont la condition d'application est la bi-normalité des données (qu'on supposera satisfaite).

#### Calcul de la statistique (2 pts)

Calcul du coefficient de corrélation de Pearson (lu directement sur la calculatrice) :  $r = 0,492$  (= covariance / produit des écarts-type)

Calcul du  $t_{\text{exp}} = 1,598$

$t_{\text{Student, 5\%, 8 dll, bilatéral}} = 2,306$

#### Conclusions (2 pts)

$t_{\text{exp}}$  (en valeur absolue) <  $t_{\text{Student, 5\%, 8 dll, bilatéral}}$  donc non rejet de H0 au risque  $\alpha$  de 5%. Il n'existe pas de corrélation linéaire entre la teneur en sulfates et celle en chlorures.

#### Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)