

Exercice 1

Tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

Question 1

Dans une étude clinique, on s'intéresse à l'effet d'un nouveau médicament sur la pression artérielle des patients hypertendus. Pour cela, la pression artérielle systolique de 10 patients a été mesurée avant et après le traitement par le médicament pendant 4 semaines. Les données sont les suivantes :

Patient	Pression artérielle avant (mm Hg)	Pression artérielle après (mm Hg)	$D = \text{Avant-Après}$
1	150	152	-2
2	160	155	5
3	155	150	5
4	145	142	3
5	170	165	5
6	155	160	-5
7	152	148	4
8	162	158	4
9	168	160	8
10	148	145	3

Le traitement est-il efficace ?

Correction avec rédaction complète : Comparaison de 2 moyennes expérimentales en séries appariées, 10 pts

(2 pts)

On cherche à savoir le traitement sur la pression artérielle de patients hypertendus est efficace, autrement dit si la pression artérielle est plus basse après traitement qu'avant.

Comme les mesures sont effectuées sur les mêmes patients avant et après traitement, il s'agit de séries appariées : nous allons travailler sur **la variable D, différence** entre la pression artérielle Avant – Après.

Notons μ_D , la moyenne exacte de la différence D ; m_D , sa moyenne estimée d'après les mesures observées ; σ_D , l'écart-type exact de la différence D ; s_D , son écart-type estimé d'après les mesures observées.

$m_D = 3$ mm Hg ; $s_D = 3,8$ mm Hg

La question est donc maintenant de savoir si la moyenne de la différence est strictement positive. Pour répondre à cette question, nous posons les hypothèses suivantes :

(2 pts)

H0: Le traitement n'est pas efficace, $\mu_D = 0$

H1 : Le traitement est efficace, $\mu_D > 0$ (le test est unilatéral)

Le risque α est de 5 %.

(2 pts) Les conditions du test de Student sont alors :

- ***Normalité de la différence D des mesures (que nous supposons vérifiée)***

(2 pts) Nous calculons notre statistique de Student :

$$t_{obs} = \frac{m_D}{s_D/\sqrt{n}} = 2,52$$

(2pts) Notre statistique de Student, en valeur absolue $|t_{obs}|$ est supérieure à la valeur seuil $t_{th} = 1,83$ lue sur la table de Student à 9 ddl pour un test unilatéral à 5%.

Nous pouvons en conclure à un rejet de H0 : le traitement est efficace.

Question 2

Dans une étude sur l'effet de deux traitements différents sur le temps de coagulation sanguine, les temps de coagulation de deux groupes de patients ont été mesurés. Les données sont les suivantes :

Groupe A (Traitement A) :

Temps de coagulation (en secondes) : 25, 30, 28, 32, 27, 31, 29

Groupe B (Traitement B) :

Temps de coagulation (en secondes) : 29, 31, 26, 33, 28, 30, 32

Un des deux traitements est-il meilleur que l'autre ?

Correction avec rédaction partielle : Comparaison de 2 moyennes expérimentales en séries indépendantes (petits échantillons) 10 pts

(2 pts)

H0: Aucun traitement n'est meilleur que l'autre, les 2 échantillons proviennent de la même population, $\mu_A = \mu_B$

H1 : Un des 2 traitements est meilleur que l'autre (autrement dit, les 2 traitements sont différents l'un de l'autre). Les 2 échantillons ne proviennent pas de la même population, $\mu_A \neq \mu_B$ (le test est bilatéral)

Le risque α est de 5 %.

(4 pts) Les conditions du test de Student sont:

- ***Normalité des 2 séries de mesures (que nous supposons vérifiée)***

- ***Égalité des variances que nous allons vérifier avec un test de Fisher***

$$F_{obs} = \frac{s_A^2}{s_B^2} = \frac{5,81}{5,81} = 1,0$$

$$F_{obs} < F_{th}(Fisher, 2, 5\%, 6ddl, 6ddl) = 5,820$$

Donc non rejet de H_0 : les 2 variances sont égales.

$$(2 \text{ pts}) : t_{obs} = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{s_{com}^2 \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = 0,45$$

$$(2 \text{ pts}) \quad t_{obs} < t_{th}(Student, 5\%, 12 \text{ ddl}) = 2,179$$

Nous pouvons en conclure à un non rejet de H_0 : Aucun traitement n'est meilleur que l'autre.

Question 3

Une étude a été menée pour évaluer si le type de régime alimentaire (normal, végétarien, végétalien) est associé à l'incidence de maladies cardiaques chez un échantillon de 200 personnes. Les résultats sont les suivants :

	Maladies cardiaques	Pas de maladies cardiaques
Normal	50	90
Végétarien	21	24
Végétalien	5	10

Le régime alimentaire est-il significativement associé à l'incidence de maladies cardiaques ?

Correction avec rédaction partielle : Test de χ^2 10 pts

(2 pts) : Tableau de contingence d'après les observations :

Observée	Maladies cardiaques	Pas de maladies cardiaques	Total
Normal	50	90	140
Végétarien	21	24	45
Végétalien	5	10	15
Total	76	124	200

(2 pts)

H_0 : Le régime alimentaire n'est pas associé à l'incidence de maladies cardiaques

H_1 : Le régime alimentaire est associé à l'incidence de maladies cardiaques

Le risque α est de 5 %.

(2 pts) Les conditions du test de χ^2 est que toutes les fréquences théoriques sont supérieures ou égales

à 5, ce qui est bien le cas :

Théorique	Maladies cardiaques	Pas de maladies cardiaques	Total
Normal	53,2	86,8	140
Végétarien	17,1	27,9	45
Végétalien	5,7	9,3	15
Total	76	124	200

(2 pts) : $\chi_{obs}^2 = 1,88$

$\chi_{obs}^2 < \chi_{th}^2(khi^2, 5\%, 2 ddl) = 5,991$

(2 pts) Nous pouvons en conclure à un non rejet de H_0 : Le régime alimentaire n'est pas associé à l'incidence de maladies cardiaques

Question 4

Une étude a été menée pour explorer la relation entre l'âge des patients et leur taux de cholestérol. Les données pour un échantillon de 15 patients sont les suivantes :

<i>Patient</i>	Âge (années)	Taux de cholestérol (mg/dL)
1	45	192
2	33	162
3	28	173
4	53	185
5	65	226
6	75	212
7	77	196
8	48	168
9	33	175
10	66	220
11	52	196
12	59	212
13	26	155
14	59	241
15	84	248

Qu'en pensez-vous ?

Correction : Test de corrélation 10 pts

(2 pts)

H_0 : Il n'existe pas de lien entre l'âge des patients et le taux de cholestérol, $\rho = 0$

H_1 : Il existe un lien entre l'âge des patients et le taux de cholestérol, $\rho \neq 0$ (le test est bilatéral)

Le risque α est de 5 %.

(2 pts) Les conditions du test de Student sont la binormalité de la série (âge, taux de cholestérol) (que nous supposons vérifiée)

(4 pts) : $t_{obs} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} = 5,10$ avec $r = 0,81$ et $n = 15$

(2 pts) $t_{obs} < t_{th}(\text{Student}, 5\%, 13 \text{ ddl}) = 2,16$

Nous pouvons en conclure à un rejet de H_0 : Il existe un lien entre l'âge des patients et le taux de cholestérol.