

Sauf mention spéciale, tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

Question 1 . Pour étudier d'éventuelles conséquences de la consommation de tabac sur le rythme cardiaque, on a interrogé 133 personnes inscrites à une école de santé publique et mesuré leur pouls au repos. Le tableau suivant donne des résultats concernant le pouls (x), séparément chez les fumeurs et les non-fumeurs :

	Fumeurs	Non-Fumeurs	Total
n	39	94	133
Σx	2 836	6 443	9 279
Σx^2	210 397	448 484	658 881

Question 1.a Consommation de tabac et pouls sont-ils liés ?

Correction : (12 pts) La question posée revient à se demander si le pouls dépend du fait qu'on fume ou pas, autrement dit, s'il est le même chez les fumeurs et les non-fumeurs.

H0 : Le pouls est le même chez les fumeurs et les non-fumeurs

H1 : Le pouls est différent chez les fumeurs et les non-fumeurs (Test bilatéral)

Nous allons effectuer un test de Student de comparaison de 2 moyennes expérimentales, dans le cas de grands échantillons ($n > 30$), en supposant la distribution des données normale.

Soit m_F , la moyenne observée du pouls chez les fumeurs : $m_F = \frac{\Sigma x}{n} = 72,7$

Soit m_{NF} , la moyenne observée du pouls chez les non-fumeurs : $m_{NF} = 68,5$

Soit s_F^2 , l'estimateur de la variance du pouls dans la population des fumeurs : $s_F^2 = \frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1} = 109,7$

Soit s_{NF}^2 , l'estimateur de la variance du pouls dans la population des non-fumeurs : $s_{NF}^2 = 73,8$

La statistique t du test est dans ce cas : $t = \frac{m_F - m_{NF}}{\sqrt{\left(\frac{s_F^2}{n_F} + \frac{s_{NF}^2}{n_{NF}}\right)}} = 2,20$ (car grands échantillons)

A comparer avec la valeur lue dans la table de la loi Normale pour $\alpha = 5\%$, soit 1,96. $t > 1,96$ d'où rejet de H0 au risque $\alpha = 5\%$. Le pouls est différent chez les fumeurs et les non-fumeurs.

Question 1.b

Comparer les variances du pouls chez les fumeurs et les non-fumeurs.

Pourquoi ce test n'est-il pas nécessaire pour répondre à la première question ?

Correction : (8 pts)

H0 : La variance du pouls est la même chez les fumeurs et les non-fumeurs

H1: La variance du pouls est différente chez les fumeurs et les non-fumeurs

Nous allons effectuer un test de Fisher de comparaison de 2 variances expérimentales.

La statistique du test est : $F_{exp} = \frac{s_F^2}{s_{NF}^2} = 1,49 (> 1)$

A comparer avec F(Loi F; 2,5% ; nddl les plus proches de 38 et 93) : on trouve un F sur la table compris environ entre 1,5 et 1,7 : dans tous les cas supérieur à F_{exp} (même si en limite de Zone d'acceptation mais comme les échantillons sont grands, le résultat reste robuste).

D'où non rejet de H_0 au risque $\alpha = 5\%$. Les 2 variances sont égales.

Ce test est inutile pour la question 1, car les 2 échantillons sont grands; il n'est donc pas nécessaire de vérifier l'égalité des variances puis de calculer une variance commune.

Question 2 : Une étude a cherché à mesurer l'efficacité de l'hypnose pour réduire la douleur. Une échelle croissante de douleur est utilisée (du moins douloureux au plus douloureux). Les valeurs du tableau suivant concernent des mesures avant et après hypnose.

Sujet	A	B	C	D	E	F	G	H
avant	6,6	6,5	9,0	10,3	11,3	8,1	6,3	11,6
après	6,8	2,4	7,4	8,5	8,1	6,1	3,4	2,0

a- Estimez l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne des différences avant/après.

Correction (10 pts)

Mise en place de la nouvelle variable aléatoire $d = \text{Avant} - \text{Après}$ [on peut très bien effectuer $\text{Après} - \text{Avant}$]

Avant- Après	-0,2	4,1	1,6	1,8	3,2	2	2,9	9,6
-----------------	------	-----	-----	-----	-----	---	-----	-----

$m_d = 3,125$

$s_d = 2,91$

L'intervalle de confiance à 95 % de la moyenne de d est donné par :

$\left[m_d \pm t(\text{Student}, 7ddl, 5\%, bi) \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right]$ avec $t(\text{Student}) = 2,365$

D'où l'intervalle de confiance cherché : [0,691 ; 5,559]

b- L'hypnose semble-t-elle un bon traitement pour réduire la douleur ?

Correction (10 pts)

Les 2 séries Avant et Après étant mesurées sur les mêmes sujets, on ne peut pas effectuer de test de comparaison de moyennes entre 2 séries indépendantes : il faut faire un test en séries appariées

[On ne pouvait pas utiliser la question précédente en observant que la valeur 0 n'appartenait pas à l'intervalle de confiance – car, il existe une différence entre un test unilatéral et l'exploitation d'un intervalle de confiance bilatéral...]

H_0 : la différence des scores entre Avant et Après est nulle

H_1 : la différence des scores entre Avant et Après est en faveur de l'hypnose (après < avant) – le test est unilatéral

Test de Student effectué au risque de 5 % - Condition de validité supposé satisfaite : normalité de la différence d

$t_{obs} = \frac{m_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = 3,035$ à comparer avec $t_{lim}(\text{Student}, 5\%, 7ddl, \text{unilatéral}) = 1,895$

Conclusion : Rejet de H_0 au risque de 5% : l'hypnose semble un bon traitement pour réduire la douleur.