Exercice

Tous les tests seront effectués au risque α de 5%.

Question 1 :

On a répété 6 fois un dosage et trouvé les 6 valeurs suivantes : 0.35, 0.38, 0.37, 0.36, 0.37, et 0.40 g/l.

Correction (16 points)

a) Donner les valeurs respectives de la moyenne, de l'écart-type d'une mesure et de l'écart-type de la moyenne pour ces 6 mesures.

Moyenne : m = 0,372 g/l ; s = 0,0172 g/l ; s(moyenne) = 0,007 g/l **(3 pts)**

b) On voudrait mesurer la moyenne avec une erreur absolue de 0.005 g/l. Combien d'observations devrait-on faire ?

L'erreur absolue sur la moyenne est s(moyenne) = s /√n

D'où n = [s/s(moyenne)]² . Avec s inchangé (l'erreur sur une mesure ne change pas en fonction du nombre de mesures, soit s = 0,0172) et s(moyenne) = 0,005, on trouve n = 11,87

On devrait donc faire 12 observations pour avoir une erreur absolue d'au plus 0,005. **(3 pts)**

c) Comparer la moyenne observée avec la valeur officielle de 0.34 g/l.

Les hypothèses (2 pts)
H0 : La moyenne observée est égale à la valeur officielle de 0,34 g/l
H1 : Elle est différente (Test bilatéral)

Le test choisi et ses conditions d'application (2 pts)
On privilégie le Test de Student de comparaison d'une moyenne expérimentale avec une moyenne théorique dont la seule condition d'application est ici la normalité des données (supposée respectée).

Calcul de la statistique (2 pts)

texp = (m-0,34)/s(moyenne) = 4,50

Conclusions (2 pts)
t_{exp}< t(Student, 5%, 5 ddl, bilatéral) = 2,571 donc rejet de H0 au risque 5%. La moyenne observée est différente de la moyenne attendue de 0,36 g/l.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

Question 2 :

Dans 63 cas sur 100, une laborantine donne un pourcentage de lymphocytes supérieur à celui donné par une autre. Ces deux laborantines « lisent » -elles les lames de la même façon ?

Correction (10 points)

Soit n le nombre de fois sur 100 où la laborantine 1 lit un % de lymphocytes supérieur à l'autre. Soit Π le pourcentage correspondant = n/100.

Les hypothèses (2 pts)
H0 : Oui, les deux laborantines lisent les lames de la même façon. Π = 50 %
H1 : Non (Test bilatéral)

Le test choisi et ses conditions d'application (2 pts)
On privilégie le Test de Student de comparaison d'un % expérimental à un % attendu dont la seule condition d'application est np, n(1-p) supérieurs à 5 avec p = 0,63 et n = 100. Vérifié.

Calcul de la statistique (2 pts)

texp = (p – Π)/racine [Π(1- Π)/n] = 2,6

Conclusions (2 pts)
texp > t(Normale, 5%, bilatéral) [ou t(Student, 99 ddl)] = 1,96 donc rejet de H0 au risque 5%. Les deux laborantines ne lisent pas les lames de la même façon.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

Question 3 :

Pour comparer 2 médicaments hypoglycémiants A et B, un médecin fait des observations sur 20 diabétiques d'un hôpital H1 et 20 diabétiques d'un hôpital H2.

Comparer les 2 médicaments sachant que les résultats suivants ont été trouvés :

$\sum x_A = 25$; $\sum x_A^2 = 32$; $\sum x_B = 26$; $\sum x_B^2 = 35$

Correction (14 points)

Les hypothèses (2 pts)
H0 : Les 2 médicaments sont comparables
H1 : Ils sont différents (Test bilatéral)

Le test choisi et ses conditions d'application (5 pts)
On privilégie le Test de Student de comparaison de 2 moyennes expérimentales dont les conditions d'application sont ici la normalité des données (supposée respectée) et l'égalité des variances.

H0 : Les variances sont égales
H1 : Elles sont différentes (Test bilatéral)

$sA^2 = (\sum x_A^2 - (\sum x_A)^2/n)/(n-1) = (32-25^2/20)/19 = 0{,}0395$
$sB^2 = 0{,}0632$

$F_{exp} = s_B^2/s_A^2 = 1{,}6$
$F_{exp} <$ F(Fisher ; 0,025 ; 19 ddl ; 15 ddl) = 2,509 et F(Fisher, alpha = 0,025, 19 ddl, 20 ddl) = 2,617 donc non rejet de H0 au risqué de 5 %. Les deux variances sont égales.

On peut donc calculer une variance commune : $s_c^2 = 0{,}0514$

Calcul de la statistique (3 pts)

$$t_{exp} = \left| (m_A - m_B)/\left[\text{racine}\left(s_c^2(1/n_A + 1/n_B)\right)\right] \right| = 0{,}70$$

avec $m_A = 1{,}25$; $m_B = 1{,}30$; $n_A = n_B = 20$

Conclusions (2 pts)

$t_{exp} <$ t(Student, 5%, bilatéral, 38 ddl) = 1,96 (compris entre 2,042 et 1,96) donc non rejet de H0 au risque 5%. Les deux médicaments sont comparables.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)