

Tous les tests seront effectués au **risque α de 5%**.

La Statistique annuelle des établissements de santé (SAE), établie par la Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (DREES), a donné les résultats suivants.

| | 2009 | 2016 |
|--------|--------|--------|
| Public | 19 941 | 28 362 |
| Privé | 1 164 | 2 267 |

Tableau 1. Nombres d'internes (médecins, biologistes, odontologistes, pharmaciens) en 2009 et 2016 dans les établissements de santé publics et privés.

Question 1 : La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, dépend-elle du type d'établissement de santé ?

Correction (14 points)

Les hypothèses (3 pts)

H_0 : La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, **ne dépend pas** du type d'établissement de santé

H_1 : Elle en dépend.

Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)

On effectue un **Test d'indépendance de Khi^2** dont la seule condition d'application est : toutes les fréquences théoriques doivent être supérieures ou égales à 5.

Calcul de la statistique (3 pts)

Tableau des effectifs théoriques sous H_0

| | 2009 | 2016 |
|--------|--------|--------|
| Public | 19 705 | 28 598 |
| Privé | 1 400 | 2 031 |

$$\text{Khi}^2_{\text{exp}} = 71,79$$

$$n_{\text{ddl}} = (2-1) \times (2-1) = 1$$

$$\text{Khi}^2_{\text{table}, 5\%, 1\text{ddl}} = 3,841$$

Conclusions (3 pts)

$\text{Khi}^2_{\text{exp}} > \text{Khi}^2_{\text{table}}$ donc **rejet de H_0 au risque 5%**. La variation du nombre d'internes, entre les deux années 2009 et 2016, dépend donc bien du type d'établissement de santé.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

En 2016, on comptait 98 579 personnels de santé des établissements de santé publics (dont 4 385 pharmaciens) et 58 566 personnels de santé des établissements de santé privés (dont 2 390 pharmaciens) – Source : Ordre national des pharmaciens et Drees.

Question 2 : Donner le **pourcentage commun** de **pharmaciens** parmi le personnel de santé dans les établissements publics et privés. Quel est son **intervalle de confiance** à **95%** ?

Correction (12 points)

Calcul du pourcentage commun (4 pts)

Soit p_1 le pourcentage de pharmaciens parmi les personnels de santé des établissements publics :

$$p_1 = 4\,385 / 98\,579 = 4,45 \%$$

Soit p_2 le pourcentage de pharmaciens parmi les personnels de santé des établissements privés :

$$p_2 = 2\,390 / 58\,566 = 4,08 \%$$

Soit p_c le pourcentage commun de pharmaciens dans l'ensemble :

$$p_c = (4\,385 + 2\,390) / (98\,579 + 58\,566) = 4,31 \%$$

Calcul de l'intervalle de confiance (6 pts)

Intervalle de confiance à 95 % (noté Id_{C95}) d'un pourcentage p est donné par : $p \pm 1,96 * \sigma_p$

Soit σ_{p_c} l'écart-type de p_c :
$$\sigma_{p_c} = \sqrt{\frac{p_c(1-p_c)}{N_T}} = 0,05 \%$$

D'où pour p_c : $Id_{C95} = [4,21 ; 4,41]$ – On peut remarquer qu'aucun des pourcentages, p_1 ou p_2 n'appartient à cet intervalle.

Ne pas oublier de vérifier les conditions ($p(1-p) \geq 5$ pour tous les % manipulés) a posteriori.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

Question 3 : Y a-t-il **plus de pharmaciens** en **proportion** parmi les personnels de santé des établissements privés que parmi les personnels de santé des établissements publics ?

Correction (14 points)

On pouvait remarquer que la proportion observée de pharmaciens parmi les ES publics (p_2) était supérieur à p_1 : aucun test statistique ne pourra montrer le contraire.

Les hypothèses (3 pts)

H_0 : Il y a **autant de pharmaciens** en proportion parmi les personnels des établissements privés que publics : $\pi_1 = \pi_2$

H_1 : **$\pi_2 > \pi_1$** – **Test unilatéral**

Le test choisi et ses conditions d'application (3 pts)

Attention : pour comparer deux pourcentages, on peut utiliser indifféremment un test de χ^2 ou un test de comparaison de pourcentages à condition que le test soit bilatéral. Ici, le test est unilatéral, donc on ne peut pas utiliser un test de χ^2 . Obligation d'utiliser un test de Student de comparaison de 2 % expérimentaux. Conditions d'application : $p(1-p) \geq 5$ pour tous les % manipulés.

Calcul de la statistique (3 pts)

$$t_{\text{exp}} = \frac{p_2 - p_1}{\sqrt{p_c(1-p_c)\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}} = -3,47$$

A comparer avec $t(\text{Normale}, 5\%, \text{unilatéral}) = 1,645$

Conclusions (3 pts)

$t_{\text{exp}} < t_{\text{Normale}}$ donc non rejet de H_0 au risque 5%. Il n'y a pas plus de pharmaciens en proportion parmi les personnels de santé des établissements privés que publics. En revanche, en valeur absolue, $|t_{\text{exp}}| > t_{\text{Normale}}$ donc si la question inverse avait été posée, on aurait pu rejeter H_0 et affirmer qu'il y a plus de pharmaciens en proportion parmi les personnels de santé des établissements publics que privés.

Rédaction et soin apporté à la réponse (2 pts)

Notes au concours blanc

