

.....



TP Mécanique de la rupture et de l'endommagement APP5 et ET5 MTX

Edition du 12/01/2023

Auteurs : beaucoup de mains sont passées par ici ! sandry.wallon@ijclab.in2p3.fr jeanne.le_soudeer@ens-paris-saclay.fr

Sommaire

TP 1. RESILIENCE : TRANSITION DUCTILE-FRAGILE DES ACIERS

TP 2. MATERIAUX FRAGILES : APPROCHE STATISTIQUE DE LA RUPTURE FRAGILE

TP 3. FRACTOGRAPHIE

TP 4. TORSION

TP 5. FATIGUE

TP 6. (APP5 seulement) MÉCANIQUE ÉLASTIQUE LINÉAIRE DE LA RUPTURE MESURE DE LA TÉNACITÉ EN MODE I : KIC

RESILIENCE : TRANSITION DUCTILE-FRAGILE DES ACIERS

Introduction

L'essai de résilience a pour but de caractériser la fragilisation d'un matériau sous l'action d'un choc. Cet essai combine les facteurs fragilisants suivants :

- la triaxialité des contraintes : une entaille est introduite dans l'éprouvette pour induire une concentration des contraintes en cette région ;
- de basses températures.

On étudiera dans ce TP un acier ferrito-perlitique de teneur en carbone égale à 0,48 % en poids.

<u>Objectif</u>

A l'issu du TP, vous serez en mesure de :

- Déterminer la température de transition ductile-fragile d'un acier.
- Observer les différences sur les faciès de rupture.

Mode opératoire

- Dès votre arrivée, introduisez 6 éprouvettes dans le bain cryostat en vous équipant de lunettes et gants. Placez également 3 éprouvettes dans l'étuve qui est à 100 °C.
- Attention, les essais sont dangereux, soyez vigilants! Notamment, utilisez vos deux mains pour remonter le balancier et assurez vous d'enclencher la sécurité en position haute.
- Avant de déclencher l'essai, assurez-vous qu'il n'y a aucun obstacle entre le mouton pendule et l'éprouvette. Fermez les vitres pour éviter toute projection.
- Positionnez correctement l'éprouvette, l'entaille à l'opposé du mouton pendule et servez-vous du guide/doigt mobile pour centrer votre éprouvette. N'hésitez pas à utiliser l'éprouvette à température ambiante pour vous entraîner.
- Utilisez les courbes présentant l'évolution de la température des éprouvettes en fonction du temps pour déterminer la température de votre éprouvette lors de l'essai. Pensez donc à déclencher un chronomètre dès la sortie du bain ou du four de vos éprouvettes.
- Rq : une campagne menée sur des éprouvettes à température ambiante a montré que deux nuances d'acier ont été utilisées et que ces deux populations ont été mélangées. Vous pourrez donc être amenés, lors de ce TP, à discriminer vos résultats, c'est-à-dire à rejeter des mesures qui ont été menées sur des échantillons « polluants ». Vous devrez prendre des initiatives, justifier votre analyse qui vous a amené à rejeter une mesure dont vous avez classé l'éprouvette dans la catégorie « éprouvette polluante » (faciès de rupture, micrographie...).



Figure 1 : Histogramme de l'energie de rupture

La transition ductile-fragile

Objectif : Déterminer la température de transition ductile-fragile. Différencier un faciès de rupture.

<u>Théorie</u>: L'essai consiste à rompre, en un seul coup du pendule, une éprouvette entaillée en son milieu et reposant sur deux appuis. On détermine l'énergie *W* absorbée au cours du choc dont on déduit la résilience. La résilience est donc l'énergie exprimée en $J.cm^{-2}$ nécessaire pour produire la rupture de l'éprouvette :

 $Résilience = \frac{énergie absorbée par la rupture (J)}{section au droit de l'entaille (cm×cm)}$

Le mouton-pendule utilise un couteau dont l'énergie initiale W_i^0 est égale à **50 J**. L'énergie finale W_f^0 , lue sur l'appareil, correspond à l'énergie résiduelle après le choc contre l'éprouvette. L'énergie absorbée par la rupture est donc égale à la différence entre ces deux termes.

La valeur de la résilience (*KCV* pour une entaille en V comme pour ce TP) dépend essentiellement de la température pour les aciers au carbone :

• à basse température, le matériau casse facilement lors du choc et la rupture est dite fragile. La valeur de *KCV* est faible, dans ce cas ;

• à haute température, le matériau casse plus difficilement. La rupture devient ductile et la valeur de *KCV* est élevée, dans ce cas.



Figure 2 : Représentation schématique de l'évolution de KCV en fonction de la température

Expériences et exploitations :

- 1. Réalisez une expérience à vide, c'est-à-dire sans éprouvette.
- 2. Proposez une explication physique pour cette valeur non nulle.
- 3. Mesurez la section au niveau de l'entaille.
- 4. Réalisez une succession d'expériences en balayant les températures de -90 à + 100 °C.
- 5. Tracez la courbe KCV = f(T) et éliminez les résultats qui vous semblent aberrants.
- 6. Déduisez la température de transition ductile-fragile.
- 7. Observez et mettez en évidence les différences sur les faciès de rupture entre une rupture fragile et ductile.

MATERIAUX FRAGILES : APPROCHE STATISTIQUE DE LA RUPTURE FRAGILE

INTRODUCTION

A température modérée, la rupture des matériaux céramiques est de type fragile (elle a lieu brutalement, sans déformation plastique préalable). Elle se déclenche pour des valeurs de la contrainte appliquée (σ) de l'ordre du 1/10 de la contrainte théorique de rupture (\cong 0,1 module d'élasticité). Toutefois, la très grande dispersion des résultats observés expérimentalement fait que la contrainte de rupture (σ_R) est *a priori* impossible à prévoir avec précision (contrairement aux matériaux ductiles).

Dans les matériaux "fragiles", la rupture s'initie à partir de défauts préexistants, dont la présence favorise la concentration des contraintes en des points particuliers où, *localement*, σ atteint σ_R (modèle de Griffith et Orowan). La présence de ces défauts tient aux caractéristiques intrinsèques du matériau, aux méthodes d'élaboration, et aux techniques employées pour leur mise en forme. Ainsi, pour une céramique obtenue par frittage d'une poudre, les impuretés, les imperfections de compactage ou même les réactions lors du traitement thermique généreront des défauts en volume tels que pores et inclusions. La mise en forme finale de la pièce apportera de surcroît son lot de défauts d'usinage superficiels (écaillage, micro fissures, stries, rugosité...).

La localisation des défauts, leur taille, leur forme, leur orientation, etc... peut varier considérablement. Toutefois, la présence de défauts critiques susceptibles de provoquer une rupture fragile inopinée ne revêt pas toujours la même importance : ainsi la rupture de 3 des 10 bâtons d'une boîte de 10 craies (probabilité de rupture $P_R = 0,3$) est acceptable. Pour un outil de coupe céramisé une probabilité de 0,01 pourrait s'avérer satisfaisant si le remplacement de l'outil est rapide, car le surcoût économique lié à l'arrêt temporaire de la chaîne de fabrication est compensé par le faible coût de cet outil comparé à celui du même outil garanti avec une probabilité de rupture plus faible (0,001 par ex). Par contre, dans le cas d'un hublot d'enceinte sous vide, dont la rupture peut provoquer des blessures, on sera amené à viser une valeur de P_R de l'ordre de 10⁻⁶. *A fortiori* pour une tuile de protection thermique de navette spatiale, dont la rupture d'une sur 10000 peut être fatale, P_R doit être de l'ordre de 10⁻⁸.

La détermination de la probabilité de rupture d'un matériau fragile, sous une contrainte donnée, est donc un paramètre essentiel qui doit, pour certaines applications, être connu avec précision. Compte tenu de la dispersion de la résistance mécanique des matériaux céramiques, une approche statistique de la rupture est nécessaire pour définir, à un risque près, les limites d'utilisation du matériau.

C'est l'analyse semi-empirique de Weibull qui est le plus souvent utilisé pour les matériaux céramiques.



Fig. 1 : montage de flexion, effort tranchant et moment fléchissant dans la poutre

I DESCRIPTION DE L'ESSAI DE FLEXION

Les essais seront conduits sur des échantillons parallélépipédiques en verre.

Cette lame de verre à tester est montée sur un appareillage permettant d'exécuter l'essai de flexion. Le chargement central F (en N) impose un effort tranchant constant égal en valeur absolue dans les deux parties de la plaquette.

Le moment fléchissant maximum est atteint au milieu de la plaquette au niveau du chargement F et peut s'écrire :

$$M_{\rm max} = \frac{FL}{4}$$

où L est la distance entre les appuis.

La face opposée au point d'application de la charge est en tension et il est aisé, connaissant le moment fléchissant maximum, de calculer la contrainte induite à la surface de la lame de verre :

$$\sigma = \frac{M_{max}}{\frac{l}{y}} = \frac{FLy}{4l} \operatorname{avec} y = \frac{e}{2} \operatorname{et} I = \frac{be^3}{12},$$

où y est la distance par rapport à la fibre neutre de la poutre et I le moment d'inertie d'une poutre d'épaisseur e et de largeur b.

A la rupture, pour une charge à la rupture F_R , l'expression précédente devient : $\sigma_r = \frac{3}{2} * \frac{F_r L}{b e^2}$

II. STATISTIQUE DE WEIBULL

Lors d'essais effectués sur un grand nombre d'éprouvettes d'un échantillon homogène, il est possible d'associer à chaque contrainte de rupture σ_{R} d'une éprouvette de l'échantillon étudié une fréquence de rupture. On obtient ainsi une fonction de distribution expérimentale assez proche d'une distribution normale, mais asymétrique (fig.1). La méthode statistique semi-empirique de Weibull propose alors d'une part une expression analytique de la fonction de distribution de la fréquence de rupture en fonction de σ , et d'autre part des indicateurs caractérisant la dispersion de la distribution.



Fig.1 : Distribution asymétrique de Weibull, avec ou sans seuil

II.1. Théorie du maillon le plus faible et hypothèses principales

L'éprouvette est divisée en n éléments finis indépendants (équivalent aux maillons d'une chaîne pour un milieu à une dimension). Chaque élément ayant sa propre contrainte à la rupture, **la rupture de l'élément le plus faible entraîne la ruine du solide tout entier**. Le développement du modèle est alors basé sur 3 hypothèses principales :

- Le champ de contraintes présente un gradient suffisamment faible pour que chaque élément de volume puisse être considéré dans un **état de contrainte uniforme** (parfois supposé uniaxial comme dans le cas de l'essai de traction).

- La résistance à la rupture de chaque élément de volume est supposée être une variable aléatoire (au sens statistique du terme). On suppose donc qu'il n'y a **pas d'interaction entre les défauts**.

- Tous les éléments de volume possèdent la même probabilité de rupture lorsqu'ils sont soumis à

la même contrainte σ : en d'autres termes, le matériau est supposé isotrope et homogène vis-à-vis des défauts qu'il contient.

II.2. Lois de distribution

Soit $P_{R}(\sigma)$ la probabilité de rupture sous la contrainte σ et $P_{s}(\sigma)$ la probabilité de survie sous la

contrainte σ : $P_s(\sigma) = 1 - P_R(\sigma)$

Si l'on considère un solide constitué uniquement de deux maillons de volume V_1 et V_2 mis en série. Pour une contrainte donnée σ , si le milieu est homogène et isotrope :

$$\mathsf{P}_{\mathsf{S}}(\sigma,\mathsf{V}) = \mathsf{P}_{\mathsf{S}}(\sigma,\mathsf{V}_1).\mathsf{P}_{\mathsf{S}}(\sigma,\mathsf{V}_2)$$

En généralisant, pour une éprouvette homogène et isotrope constituée de n maillons mis en série de volume $V_1, V_2, ..., V_n$ et soumise à une contrainte donnée σ , on écrit :

$$P_{S}(\sigma, V) = P_{S}(\sigma, V_{1}) \cdot P_{S}(\sigma, V_{2}) \cdot \cdot \cdot P_{S}(\sigma, V_{n})$$

La fonction probabilité de survie $P_{s}(\sigma, V) = f(\sigma, V)$. Elle doit être positive, continue, et décroissante lorsque la contrainte croît, avec $\lim_{\sigma \to 0} P_{s} = 1$ (car alors toutes les éprouvettes de l'échantillon survivent), et $\lim_{\sigma \to \infty} P_{s} = 0$ (car alors toutes les éprouvettes cassent). Elle doit également décroître quand V croît (pour tenir compte du fait que la probabilité de rencontrer un défaut critique augmente avec le volume utile des éprouvettes). Weibull a montré empiriquement qu'on rend compte de manière satisfaisante de l'influence de σ et V sur $P_{s}(\sigma)$ avec une fonction de la forme :

$$P_{s}(\sigma, V) = \exp[-V.\Phi(\sigma)]$$

où $\Phi(\sigma)$ est une fonction positive, continue et croissante de la forme :

$$\Phi = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^m \text{ si } \sigma \ge \sigma_s \text{ et } \Phi = 0 \text{ si } \sigma < \sigma_s$$

La fonction $\exp[-\Phi(\sigma)]$ est bornée et répond bien aux conditions ci-dessus.

Dans cette expression :

- V est le volume du matériau soumis à une contrainte de traction : on néglige le risque de rupture associé à une compression lorsqu'au moins une partie de l'éprouvette est en traction.

- V₀, le "volume unitaire", est de l'ordre de grandeur du volume occupé par un défaut.

 $-\sigma_0$, la "contrainte caractéristique" du matériau ou "facteur d'échelle", est un paramètre ajusté pour rendre compte au mieux de la fonction de distribution. Ce paramètre correspond à la contrainte à la rupture pour un m grand.

- os est une contrainte seuil en deçà de laquelle la probabilité de rupture est nulle. Pour les céramiques

on considère souvent en première approximation $\sigma_s \cong 0$).

- **m est le module de Weibull du matériau**. Il caractérise la dispersion de la distribution de la contrainte de rupture :

- m faible (2-20) : grande dispersion (céramiques)
- m grand (>20) : faible dispersion (métaux)
- $m \rightarrow \infty$: pour une fonction créneau

L'allure générale de la fonction de distribution "probabilité de survie" est représentée sur la figure 2, la constante m représentant la rapidité avec laquelle la résistance chute lorsqu'on s'approche de σ_0 .



Fig.2 : Allure générale de la probabilité de survie en fonction de la contrainte pour plusieurs valeurs de m.

a) Champs de contrainte uniforme

(cas de l'essai de traction uniaxiale sur une éprouvette de volume utile V soumise à une contrainte σ) La probabilité de survie $P_{S}(\sigma, V)$ s'écrit :

$$\mathsf{P}_{\mathsf{S}}(\sigma,\mathsf{V}) = \exp[-\mathsf{V}.\Phi] = \exp\left[-\frac{\mathsf{V}}{\mathsf{V}_{\mathsf{0}}} \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_{\mathsf{s}}}{\sigma_{\mathsf{0}}}\right)^{\mathsf{m}}\right]$$

Dans le cas où ce sont des défauts de surface qui sont responsables de la rupture, le "maillon" n'est plus un élément de volume mais un élément de surface et si A est la surface utile de l'éprouvette :

$$\mathsf{P}_{\mathsf{S}}(\sigma,\mathsf{A}) = \exp[-\mathsf{A}.\Phi] = \exp\left[-\frac{\mathsf{A}}{\mathsf{A}_{0}} \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_{\mathsf{S}}}{\sigma_{0}}\right)^{\mathsf{m}}\right]$$

où A est la surface utile de l'éprouvette.

b) Champs de contrainte non uniforme

Il est possible d'étendre la théorie précédente sous réserve que le gradient de contraintes reste limité. Dans le cas de l'essai de flexion 3 points, par exemple, on observe une variation linéaire de la contrainte de part et d'autre de la ligne de chargement (ligne MN, fig.3). La rupture se produira dans la partie de l'éprouvette en tension (parallélogramme ACDFGLTI, fig.3). Comme, à l'intérieur de ce volume, la contrainte est variable, il est nécessaire de l'intégrer sur le volume (ou sur la surface A en cas de défauts surfaciques). L'expression de la probabilité de survie devient alors :

$$P_{S}(\sigma, V) = \exp\left[-\frac{1}{V_{0}} \int_{V} \left(\frac{\sigma - \sigma_{s}}{\sigma_{0}}\right)^{m} dV\right] \text{ (volume) } ou P_{S}(\sigma, A) = \exp\left[-\frac{1}{A_{0}} \int_{S} \left(\frac{\sigma - \sigma_{s}}{\sigma_{0}}\right)^{m} dS\right] \text{ (surface)}$$

En faisant intervenir la contrainte maximale σ_{M} atteinte lors de l'essai et en posant :

$$V_{e} = \int_{v} \left(\frac{\sigma - \sigma_{s}}{\sigma_{M} - \sigma_{s}} \right)^{m} dV$$

il vient :
$$P_{S}(\sigma) = 1 - P_{R}(\sigma) = \exp \left[-\frac{V_{e}}{V_{0}} \left(\frac{\sigma - \sigma_{s}}{\sigma_{0}} \right)^{m} \right] \text{ ou encore}$$
$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - P_{r}(\sigma_{R})} \right) \right] = \ln \left[\frac{V_{e}}{V_{0}} \left(\frac{\sigma_{R} - \sigma_{s}}{\sigma_{0}} \right)^{m} \right] = \ln \left(\frac{V_{e}}{V_{0}\sigma_{0}^{m}} \right) + m.\ln(\sigma_{R} - \sigma_{s})$$
[2]

c) Volume effectif (V_e)

 V_e dépend du volume de la pièce considérée ainsi que du régime de contraintes à l'intérieur de celle-ci. Il représente le volume qu'aurait une éprouvette de traction équivalente qui, soumise à un champ de contrainte uniforme σ_M , aurait la même probabilité de rupture que l'éprouvette de flexion.

 V_e est facilement calculable si on néglige σ_s .

Dans ce cas, par définition
$$V_e = \int_{v} \left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^m dV$$

Fig.3 : Echantillon en flexion 3 points. MN : ligne de chargement. LG et TI : lignes d'appui. Le volume utile correspond au parallélogramme AFDCTLGI.

Dans ABEFGHKL (origine des coordonnées en A): $\sigma = \sigma_M \frac{2x}{L} \frac{2z}{D}$ et σ est à son maximum pour

$$x = \frac{L}{2}$$
 et $z = \frac{D}{2}$

De plus, la distribution des contraintes est symétrique dans BCDEHIJKL. Donc :

$$V_{e} = 2 \left[\int_{0}^{L/2} \int_{0}^{B} \int_{0}^{D/2} \left(\frac{2x}{L} \frac{2z}{D} \right)^{m} dx \, dy \, dz \right] = 2 \left[\frac{4^{m}}{(LD)^{m}} B \left(\frac{D}{2} \right)^{m+1} \frac{1}{m+1} \left(\frac{L}{2} \right)^{m+1} \frac{1}{m+1} \right]$$
$$V_{e} = \frac{BDL}{2(m+1)^{2}}$$
[3]

10

De la même manière, il est possible de calculer la surface effective Se.

Dans la face GHKL :

$$\sigma = \sigma_{M} \frac{2x}{L}$$
Dans la face ABKL :

$$\sigma = \sigma_{M} \frac{2x}{L} \frac{2z}{D}$$

$$S_{e} = \int_{S} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{M}}\right)^{m} = 2 \left[\int_{0}^{L/2} \int_{0}^{B} \left(\frac{2x}{L}\right)^{m} dx dy\right] + 4 \left[\int_{0}^{L/2D} \int_{0}^{2} \left(\frac{2x}{L} \frac{2z}{D}\right)^{m} dx dz\right]$$

II.3. Exploitation pratique

Soit un lot de N éprouvettes constituant un échantillon. Lors des essais, la valeur des contraintes σ_R est consignée pour chaque éprouvette de l'échantillon, puis classée <u>par ordre croissant</u>. La probabilité de rupture PR associée à une contrainte donnée σ_R est définie par le rapport du nombre i d'éprouvettes qui cassent pour une contrainte donnée au nombre total d'éprouvettes dans l'échantillon augmenté d'une unité, soit N+1^{1*}.

$$P_{R}(\sigma_{R}) = \frac{\text{nombre d'eprouvettes rompues}}{\text{nombre total d'eprouvettes } + 1} = \frac{i}{N+1}$$

$$P_{R}(\sigma_{R}) = \frac{i-0.5}{N}$$

On trouve aussi dans la littérature l'expression suivante équivalente :

Dans le cas de matériaux fragiles, σ_s est proche de 0 et l'expression [2] se réduit en première approximation à :

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1-P_{r}(\sigma_{R})}\right)\right] = \ln\left(\frac{V_{e}}{V_{0}\sigma_{0}^{m}}\right) + m.\ln(\sigma_{R})$$
[5]

II.4. Influence de la longueur d'appui sur la contrainte à rupture moyenne

Si l'on appelle $\overline{\sigma}_{R}$ la contrainte moyenne à rupture d'une série d'éprouvettes identiques du même matériau, on peut montrer que :

$\overline{\sigma}_{R} - \sigma_{s} = \sigma_{0} \left(\frac{V_{0}}{V_{e}} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right)$	$\overline{\sigma}_{R} - \sigma_{s} = \sigma_{0} \left(\frac{S_{0}}{S_{e}} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) $ [6]
pour les défauts en volume	pour les défauts en surface

où Γ est une fonction définie par : $\Gamma(z) = \int_0^{z^{-1}} e^{-x} dx$

Si l'on considère deux séries d'éprouvettes testées à 2 longueurs L_1 et L_2 , donc de volume effectif Vel et Ve2 (et respectivement de surface effective Sel et Se2), les expressions précédentes deviennent :

^{1*} On introduit N+1 au dénominateur (et non N) pour tenir compte du fait que la probabilité 1 n'existe pas. $P_R=1$ se traduit par ailleurs par un résultat aberrant dans l'équation.

$$\frac{\overline{\sigma}_{R_1} - \sigma_s}{\overline{\sigma}_{R_2} - \sigma_s} = \left(\frac{V_{e_2}}{V_{e_1}}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad \qquad \frac{\overline{\sigma}_{R_1} - \sigma_s}{\overline{\sigma}_{R_2} - \sigma_s} = \left(\frac{S_{e_2}}{S_{e_1}}\right)^{\frac{1}{m}}$$
[7]

En d'autres termes, la contrainte moyenne à rupture du volume effectif Ve2 du matériau peut être déterminée à partir de la contrainte moyenne à rupture d'un volume effectif Vel du même matériau pourvu que m soit connu pour ce matériau.

III. MANIPULATION : ESSAI DE FLEXION A TROIS POINTS D'APPUI

Vous constituerez une base de données en réalisant l'essai de flexion sur une série de 50 lames de verre.

Travail préliminaire :

- Mesurer la largeur B de chaque éprouvette (on prendra une épaisseur D constante de 1 mm).

- Vérifier la position d'équilibre du balancier ; ajuster si nécessaire à l'aide du contrepoids pour que le cylindre du balancier (pièce qui va appuyer sur la lamelle pendant l'essai) appuie très légèrement sur la lamelle (bouger la lamelle pour sentir l'apparition de frottements).

Déroulement de l'essai :

- 1. Verrouiller le balancier en position haute et disposer la plaque de verre sur les deux appuis en la centrant correctement sous le couteau, et en veillant au parallélisme de la lame et de l'axe du balancier.
- 2. Débloquer **lentement** le balancier pour que le couteau vienne prendre appui sur la plaque de verre.
- 3. (Il faudra <u>éviter impérativement</u> tout choc du balancier qui provoquerait un départ de fissure et introduirait une erreur dans les essais).
- 4. Appliquer une charge croissante à vitesse constante jusqu'à rupture ; pour cela, mettre sur ON le disjoncteur de l'électrovanne, ouvrir le robinet et attendre la coupure automatique débit d'eau lors de la rupture de la plaque.
- 5. Fermer le robinet d'eau et mesurer le volume d'eau dont on déduira la charge appliquée FR.
- 6. A l'issue de la série d'essais, étudier la rupture en flexion de quelques lames dont la surface aura été abrasée par un papier de polissage, afin d'identifier et de comparer les types de rupture rencontrés (feuilleté, en morceaux, ...).

Instructions importantes :

Toutes les valeurs (dimensions et charge à la rupture) seront consignées sur ordinateur dans un dossier ouvert au nom du binôme, dans le dossier de la formation (POPS4 ...).

L'intégralité des calculs seront réalisés sont excel ou google sheet (il est fortement conseillé de pas pomper les tableaux et mesures sur d'autres camarades ; les données inconsistantes, ou des données issues sur d'un jeu de données qu'on modifie, ca se voit, ou ça peut se voir – voir loi de Benford)

IV. RESULTATS ET COMPTE-RENDU

IV.1. Résultats expérimentaux

- Schématiser le montage (à l'échelle pour ce qui est du bras de levier) et expliquer brièvement le principe de l'essai. Représenter les vecteurs forces aux points d'applications (on appellera F la force exercée par l'eau).

- Détailler le calcul de la charge à la rupture et de la contrainte à la rupture.

- Dresser les tableaux suivants sur excel ou google sheet et les intégrer à votre CR (mais **pas** sous la forme d'une image).

- Ajouter à votre CR le fichier excel (format natif ou pdf) ou y intégrer un lien vers votre google sheet (droit d'accès en lecture à accorder)

Index	N° éprouv ou N° essai	e (mm)	b (mm)	L (mm)	Volume eau (dm ³)	Poids du vol d'eau (N)	Coeff amplifica tion de l'effort	Fr (N)	σr (MPa)	N/A	N/A	N/A
1	1											
$\begin{bmatrix} 2\\ 3 \end{bmatrix}$	23											
 N	 N											

Tableau 1 : exemple de tableau de mesures et calculs (données non classées)

Index	N° éprouv ou N° essai	e (mm)	b (mm)	L (mm)	Volume eau (dm ³)	Poids du vol d'eau (N)	Coeff amplifica tion de l'effort	Fr (N)	σr (MPa) Tri ascendant	Ln (o r)	Pr (o r)	$Ln Ln \frac{1}{1 - P_r(\sigma_R)}$
1 2 3 N	???????????????????????????????????????											

Tableau 2 : exemple de tableau de mesures et calculs (données classées)

avec F_r : charge à rupture (N) σ_r : contrainte en tension à rupture (MPa) $P_r(\sigma)$: probabilité de rupture pour la contrainte σ

Soit un lot de *N* éprouvettes constituant un échantillon. Lors des essais, la valeur des contraintes σ_R est consignée pour chaque éprouvette de l'échantillon, puis classée <u>par ordre croissant</u>. La probabilité de rupture *P*_r est associée à une contrainte donnée σ_r .

• Tracer la fonction de répartition $P_r(\sigma_R)$.

IV.2. Exploitation en statistique de Weibull

• Tracer la courbe $Ln Ln \frac{1}{1-P_r(\sigma_R)} = f(Ln \sigma_R)$ en négligeant σ_s (équation 5).

- Améliorer si nécessaire la linéarité de la courbe en ajustant la contrainte seuil prise initialement à 0 (équation 2 et annexe 1).
- Que représentent le coefficient de Weibull (m) et la contrainte σ_s ?
- Dans l'industrie on utilise couramment l'abaque de l'annexe 2 pour déterminer rapidement la probabilité de survie du matériau sous une contrainte donnée (à noter que $\beta = \frac{\sigma}{\sigma}$).
 - i. Utilisez cet abaque pour déterminer la probabilité de survie du matériau étudié à la contrainte maximale à la rupture
 - ii. à la contrainte de rupture moyenne
 - iii. à la contrainte σ_s observée sur votre échantillon
- Calculer le volume effectif dans ce type d'essai.
- Montrer que les céramiques sont plus résistantes en flexion qu'en traction, que les défauts soient volumiques ou surfaciques. (On utilisera les équations 6 pour les valeurs de contraintes qui donnent la même probabilité de rupture en traction et en flexion).
- Prévoir $\overline{\sigma_R}$ pour la valeur de L (40 mm ou 60 mm) différente de celle que vous étudiez.

IV.3. Discussion

- Le modèle de Weibull permet-il de prévoir la nature des défauts responsables de la rupture ? (On comparera à cet effet les équations 7).

- Commenter l'effet de la préparation de surface sur les faciès de rupture (schémas).
- Quelles sont les limites de ce traitement statistique?
- Concluez.

ANNEXE 1 : ajustement de la contrainte seuil



314 lames de verre (sans préparation de la surface)





ANNEXE 2 : probabilité de survie en fonction de m

Fractographie

I) INTRODUCTION

Il est important de connaître, pour chaque matériau, les conditions dans lesquelles la rupture peut se produire et les aspects physiques qui entraînent cette rupture. Dans certains cas, l'analyse des essais mécaniques est insuffisante et l'étude de la rupture devient un aspect important.

Le but de la fractographie est donc d'identifier les causes d'une rupture par l'examen des surfaces de rupture. Cet examen passe par l'emploi de diverses techniques qui permettent l'observation des surfaces à diverses échelles : l'oeil, la loupe, le microscope optique, le microscope électronique à balayage (MEB) et en transmission (MET).

II) ASPECT MACROSCOPIQUE DES SURFACES DE RUPTURE

II.1) Ruptures statiques

Nous allons examiner le cas des surfaces de rupture obtenues sous sollicitations simples et plus particulièrement l'orientation de ces surfaces par rapport à la direction de sollicitation. Plusieurs orientations de la surface de rupture peuvent être obtenues sous une même sollicitation selon que le matériau est ductile ou fragile. En effet, dans le cas des matériaux fragiles c'est la plus grande contrainte principale qui « pilote » la rupture. En conséquence, la surface de rupture sera orientée perpendiculairement à la direction de la plus grande contrainte principale. Dans le cas des ruptures ductiles, la rupture est liée à l'orientation de la plus grande contrainte de cisaillement aussi la surface de rupture dans le plus fort cisaillement.

Sur les faciès de rupture statique on peut souvent distinguer trois zones (figure 1) :

- *la zone fibreuse* : qui correspond à de faibles vitesses de propagation de la fissure. Cette zone, qui est située à proximité du site d'amorçage, se caractérise par son aspect mat et fibreux.

-la zone à marques radiales : qui correspond aux fortes vitesses de fissuration (propagation instable). La taille de ces marques dépend de la microstructure, mais des marques très fines sont caractéristiques d'une rupture obtenue soit par clivage soit intergranulaire. Notons que ces marques convergent vers le point d'amorçage de la rupture.

-la zone à lèvres de cisaillement : qui est située sur les bords de la pièce et correspond à la zone ou l'état de contrainte est plan.

La présence, la taille et la position des différentes zones dépendent du sens de propagation de la fissure, de la taille de la pièce et de la fragilité ou de la ductilité du matériau.



aux arrêts de la fissure entre deux phases de propagation

stable de celle-ci. Ces lignes qui se rencontrent aussi sur les faciès de rupture par corrosion sous contrainte, sont souvent présentes sur les pièces réelles et plus rarement sur les éprouvettes de laboratoire à cause de la régularité de leurs chargements.

II.3) Ruptures en fatigue

Ces faciès se caractérisent par trois zones (figure 2):

- *la zone d'amorçage* : généralement située sur un défaut

- *la zone de propagation stable* : marquée par des lignes d'arrêt correspondant à un arrêt momentané de la fissuration et par des lignes radiales correspondant à un changement de plan de fissuration.

- *la zone de rupture finale* : qui est une zone correspondant à une rupture brutale et quasi-statique de la pièce.



Figure 2 : Rupture en fatigue

III) ASPECT MICROSCOPIQUE DES FACIES DANS LES METAUX

Dans les métaux, certaines ruptures sont très caractéristiques, on peut citer les principales :

- ruptures transgranulaires ou transcristallines:
 - ruptures fragiles (par clivage)
 - ruptures ductiles
 - ruptures par fatigue
- ruptures intergranulaires :
 - ruptures aux joints de grains

Dans le cas d'expertises de pièces rompues en service, les conditions de la rupture sont souvent inconnues. Par comparaison avec des faciès-types dont les conditions d'obtention sont connues, on peut émettre des hypothèses sur la nature des causes et des circonstances de la rupture.

III.1) Les ruptures transgranulaires ou transcristallines III.1.a) Ruptures par clivage

Ces ruptures se produisent le plus souvent après une faible déformation plastique du métal. Dans ce cas, la fissure se propage en suivant des plans cristallographiques bien déterminés (plan (100) dans les cc et (0001) dans certains hc). On peut remarquer que dans les métaux de structures cfc, sans doute en raison du nombre important de systèmes de glissement, ce mode de rupture n'intervient pas.

Lorsque la fissure rencontre un joint de grains, pour franchir ce défaut, elle doit adapter son parcours à la désorientation de son plan de propagation. Cela se traduit par la formation de marches sur la surface de clivage. Elles ont tendance à converger dans les directions de propagation.

III.1.b) Ruptures ductiles

Le faciès le plus caractéristique correspond à une rupture par coalescence de cavitès. Cela est lié à la présence d'inclusions ou de précipités dans le métal. Les fissures s'amorcent sur ces précipités, soit par décohésion de l'interface, soit par rupture des inclusions elles-mêmes. Le faciès obtenu est ainsi constitué de trous appelés cupules (figure 3).



<u>Figure 3</u>: Faciès de rupture ductile à cupules caractérisé par microscopie électronique à balayage (MEB)

III.1.c) Ruptures par fatigue

Souvent l'œil et la loupe sont suffisants pour identifier une rupture par fatigue. On peut distinguer un faciès d'aspect soyeux avec parfois des lignes d'arrêt qui correspondent au caractère progressif de la propagation. A une échelle plus fine, on peut distinguer des stries parallèles. Chaque strie correspond à un cycle de fatigue. Pourtant, dans certains cas (les aciers trempés), les faciès de rupture des pièces rompues sous sollicitations cycliques ne présentent pas de stries.

III.1.d) Ruptures intergranulaires

Il s'agit de ruptures provoquées par la propagation de fissures aux joints de grains (ou aux interfaces entre deux phases). Les joints de grains peuvent perdre leur cohésion soit par la présence d'impuretés qui les fragilisent soit parce qu'ils sont tout simplement l'élément le plus faible du matériau. Ces ruptures peuvent tout aussi bien être fragiles ou ductiles.

IV) TRAVAIL EXPERIMENTALE IV.1) Quelques exemples de rupture

Vous disposez de plusieurs pièces ou éprouvettes rompues. Il vous appartient de déterminer les causes de la rupture en examinant les faciès.

1) Ruptures en traction

Vous disposez de plusieurs échantillons soumis en traction. Observez et dessinez les faciès de rupture du laiton, de l'aluminium, de l'inconel, du PMMA et de l'acier. Commentez ces faciès de rupture et conclure quant à la nature fragile ou ductile. Vous expliquerez également pourquoi le comportement ductile (et fragile) varie d'un matériau à l'autre.

2) Ruptures en torsion

Vous disposez de plusieurs échantillons soumis en torsion. Observez et dessinez les faciès de rupture de la craie, d'un acier, du laiton et de l'aluminium. Commentez ces faciès de rupture et conclure quant à la nature fragile ou ductile du matériau.

Vous disposez également d'un ressort en acier soumis à de la fatigue. Observez et dessinez le facies de rupture. D'après vous, qu'elle est la cause de cette rupture?

3) Rupture du magnésium

Vous disposez de deux échantillons en magnésium. Observez, dessinez et expliquez ce que vous voyez. Expliquez les causes du changement du comportement à la traction pour ce même matériau.

Torsion

I) INTRODUCTION





Le système que nous vous proposons d'étudier est un banc de torsion, permettant de faire des essais à la rupture sur des éprouvettes standard.



Dans ce TP, vous allez réaliser un essai à la rupture de l'éprouvette. Il est donc <u>indispensable</u> de mettre en place le carter de protection autour de

l'éprouvette lors de l'utilisation de la machine.

En plus du banc de torsion lui-même, vous disposerez d'un torsiomètre (dispositif mécanique intégrant un comparateur) qui permet de mesurer précisément l'angle torsion (angle de rotation différentielle) entre deux sections distantes de 50 mm (la distance de 50 mm est fixée par le dispositif). Il est représenté Figure 2.

NB. Le torsiomètre est à utiliser **uniquement** dans le domaine élastique.

Lorsque la mesure est affichée en pouces, le déplacement linéaire indiqué correspond à la valeur de l'angle de torsion (rotation) en radian. Ainsi, lire 0.001 " (le symbole « " » représente l'unité de longueur « pouce »

du système impérial [Anglo-Saxon]) signifie que le déplacement angulaire (rotation due à la torsion) est de 0.001 radian.



Figure 2 : Le torsiomètre (avant montage / après montage)

Les éprouvettes à dispositions sont faites des matériaux suivants :

- « acier au carbone » d'usage général, caractérisé par une faible teneur en carbone (0.15%), ce qui influence grandement ses propriétés dans le domaine plastique ;
- laiton (C'est un alliage de cuivre. L'addition de zinc, jusqu'à 42% diminue le prix de base, favorise l'emboutissage et facilite le moulage).



Figure 3 : Dimensions des éprouvettes de torsions

Consignes de sécurité

Comme indiqué précédemment, nous allons au cours de ce TP amener une éprouvette de torsion à la rupture. La rupture étant un phénomène par nature brutal, il est indispensable de respecter certaines mesures de sécurité.

Nous distinguerons pour ce faire deux parties du TP :

- Dans la première partie, vous utiliserez le torsiomètre et resterez exclusivement dans le domaine élastique du matériau. Dans cette partie, les risques sont très limités, et des mesures de protection ne seront pas nécessaires.
- Dans la seconde partie, vous cesserez d'utiliser le torsiomètre et amènerez l'échantillon à la rupture.
 Dans cette partie il sera indispensable de refermer le capot de protection avant toute manipulation, et de porter des lunettes de protections durant ces dernières.

En résumé, lorsque le torsiomètre n'est pas monté sur l'échantillon, toute manipulation se fait capot de protection fermé et lunettes de protection portées.

La torsion élastique

Le module de cisaillement

Dans le domaine élastique, le matériau est caractérisé en torsion par son module de cisaillement G. Il s'agit comme pour le module d'Young d'un rapport entre contrainte et déformation.

On a en cisaillement pure T=G γ (c'est le pendant de σ =E ϵ en traction pure)

Dans le cas de la torsion, cette relation n'est pas valable car γ n'est pas constant dans la section



Figure 4 : Torsion d'une barre circulaire pleine

Le moment quadratique (dit également d'inertie polaire)

$I_0 = \frac{\pi D^4}{32}$ (propriété géométrique de la section considérée)

Cisaillement

En torsion, il est aisé de constater que la valeur du cisaillement varie selon l'endroit où l'on se situe dans la section de poutre. Ainsi, plus on est éloigné de l'axe de torsion, plus les déformations seront importantes, et plus le cisaillement sera également important. Le cisaillement que nous considèrerons est ainsi le cisaillement maximal situé à la surface du cylindre, qui peut être exprimé en fonction de Mt, le moment de torsion appliqué sur le cylindre :

$$\tau = \frac{M_t}{I_0/R}$$

Déformation de cisaillement

Comme dans le cas de la traction, la déformation de cisaillement est définie comme le rapport entre le

déplacement r α conséquence du la chargement appliqué et

la longueur L de la structure ayant subi cette contrainte et sur laquelle le déplacement a été mesuré. Le cisaillement considéré étant celui à la surface de l'éprouvette (r=R), c'est aussi la déformation de cisaillement de la matière en surface que nous devons considérer.

γ=Rα/L

Couple de torsion

En recombinant toutes les équations précédentes, on peut en déduire une nouvelle expression de G valable dans le cas de la poutre cylindrique, ne mettant maintenant en jeu que des variables macroscopiques.

Mt=G.I₀. α /L (équation que l'on a coutume d'écrire sous la forme Mt=G. I₀. θ où θ est en rad/m ou rad /mm)

NB. L est la distance entre les deux sections pour lesquelles on mesure la rotation (relative) de S2 par S1. Dans la figure ci-dessus (qui est un schéma de principe), S1 est la section au droit de l'encastrement, et S2 la section du bout de la poutre.

- 1. Manipulations avec le torsiomètre et le Digital Angle Meter [afficheur angulaire LCD de table] (appelé DAM dans la suite du TP)
 - a) Prémonter le torsiomètre sur l'échantillon (Figure 2). Serrer fermement mais en tenant la clé Allen avec son coté court la vis M4 du support de comparateur ;





Serrer l'écrou (rondelle) moleté jusqu'au contact, puis desserrer d'un quart de tour (utile pour la suite) ; Mettre en contact l'entretoise (cylindre creux) avec les pièces adjacentes (pour ce faire, rapprocher la partie gauche du montage de la partie droite serrant l'ensemble entre vos doigts) ;

Serrer fermement la 2e vis M4 fermement (**mais en tenant la clé Allen avec son coté court**) ; Régler la position du bras de mesure pour que la distance entre au le méplat du bras de mesure et la pointe de touche du comparateur soit d'environ 3mm (Figure 5).

Serrer l'écrou (rondelle) moleté ;

Montez ensuite l'échantillon sur le banc de torsion en faisant glisser l'arbre de sortie du réducteur le long de son axe.



Figure 5 : Montage du torsiomètre

b) Après avoir installée la poutre, rattrapez les jeux mécaniques en mettant légèrement en précontrainte le banc de torsion ; mettre à zéro les 2 instruments de mesures angulaires ;

En tournant le volant, réaliser un cycle (un cycle = une montée + une descente) 0 rad 🛛 30 mrad 🖓 0 rad

de la façon suivante :

Augmentez progressivement le déplacement angulaire (<u>mesuré sur le torsiomètre</u>) par pas de 0.005 rad, jusqu'à une valeur de 0.030 rad, puis effectuer une descente (diminution du déplacement angulaire) jusqu'à atteindre un **déplacement angulaire nul**.

Vous relèverez, à chaque incrément et décrément, le couple exercé, ainsi que les angles mesurés à la fois par le torsiomètre (indications en radian) et par le Digital Angle Meter (DAM) (indications en degré). Les mesures sont à reporter - judicieusement - dans un tableau Excel.

Exemple de tableau (mais ça ne reste qu'un exemple) :

					DAM (digital angle meter)	Comparateur (torsiomètre)
C [Nm]	C [Nmm]	α_arbre lu sur DAM [deg]	α DAM [mrad]	α "lu" sur comparateur [rad]	Io*α,	/L [mm3]

c) Sur un même graphe, tracer les courbes Mt en fonction de $\alpha_{torsiomètre}$ et Mt en fonction de α_{DAM} , les angles étant à exprimer en radians.

d) Sur un même graphe, tracer les courbes Mt en fonction de $I_0.\alpha_{\text{torsiomètre}}/L$ et Mt en fonction de $I_0.\alpha_{\text{DAM}}/L$.

Grace à des courbes de tendances générées par Excel, et représentées sur le graphe, déterminez le module de cisaillement G, pour un cycle « montée + descente », dans le cas de la mesure avec torsiomètre **et** dans le cas de la mesure avec DAM. Vous porterez une attention particulière au choix de la longueur L rentrant dans le calcul de G.

- e) Comparez les modules de cisaillement obtenus les deux mesures d'angles. Que peut-on dire de la précision des différents appareils ? Dans quelles limites permettent-ils de retrouver les mêmes résultats?
- f) Les mesures avec le torsiomètre permettent elles d'affirmer que le matériau adopte bien un comportement élastique. Justifiez.
- g) Même question mais avec le DAM. Justifiez.
- 2. Manipulations <u>sans torsiomètre</u>, avec Digital Angle Meter (DAM) seul Après avoir retiré le torsiomètre de l'échantillon, vous veillerez à fermer le capot de protection et à vous équiper de vos lunettes de protection pour toute manipulation ultérieure.
 - a) Similairement à ce qui a été fait en 1, réalisez par incréments d'un degré 2 cycles montée-descente

 $0^{\circ} \rightarrow 8^{\circ} \rightarrow 0^{\circ}$, avec un incrément de 1°.

- b) Utilisez vos mesures pour recalculer une nouvelle valeur de G.
- c) Comparez vos résultats à ceux de la question 1. Se trouve-t-on toujours dans le domaine élastique ?
- d) Effectuez une montée jusqu'à un angle de 30° par incrément de 1°.
- e) Que constatez-vous ?
- f) Calculez la valeur de la contrainte de cisaillement à la limite du domaine élastique.
- g) Par incréments de 3°, effectuez un retour jusqu'à une **charge nulle**, puis revenez à un couple équivalent au couple précédent.
- h) Le comportement du matériau a-t-il changé ? Si oui, de quelle manière ?
- i) En utilisant des incréments d'angle de plus en plus important, poursuivez la montée en charge jusqu'à la rupture de l'échantillon.
- j) Examinez le faciès de rupture de l'échantillon. Que pouvez-vous constater ?
- k) En mesurant la section du matériau au point de rupture, calculez la valeur de la contrainte de cisaillement à la rupture.

Fatigue (flexion rotative)

Edition du 11/01/2021 (SW)

I) INTRODUCTION

Les ingénieurs en conception savent que les pièces soumises à des contraintes supérieures à leur contrainte limite d'élasticité cassent habituellement ou alors se déforment de manière plastique (les rendant inutilisable dans le cadre de leur application). Cependant, de nombreuses pièces sollicitées **au-dessous** de leur contrainte limite d'élasticité à plusieurs reprises sur de longues périodes casseront également, en raison de *la fatigue*. De nombreuses pièces d'un produit doivent plier ou se tordre de manière répétitive, pour fonctionner correctement (par exemple - les ressorts) ou encore fléchissent à plusieurs reprises en fonctionnement (par exemple - les ailes d'un avion).

Des vies humaines dépendent d'une conception correcte et des durées de vie connues de nombreux produits. Donc les ingénieurs ont besoin de savoir combien de temps les pièces importantes de leur conception peuvent encaisser une contrainte connue et répétée avant qu'elles ne cassent.

Au dix-neuvième siècle, un ingénieur allemand (August Wohler) a créé le premier essai standardisé pour mettre en évidence la rupture par la fatigue d'un matériau. Il a créé également la courbe d'essai standard S/N (contrainte en fonction du nombre de cycles à rupture ou 'contrainte-durée de vie') utilisée dans l'industrie pour comparer des résultats. Basé sur l'essai de Wohler, la Machine d'essai de fatigue par flexion rotative de TecQuipment (SM1090) soumet de manière répétitive une éprouvette à une flexion-rotative pendant un nombre connu de cycles. L'objectif de ce TP est de comprendre la rupture par fatigue et comment utiliser les méthodes de Wohler pour comparer des matériaux entre eux.

II) EPROUVETTES de type Cantilever

Attention, un peu de vocabulaire : Cantilever beam = poutre en porte à faux (poutre encastrée à une seule de ses extrémités)



Figure 4 Détails de l'éprouvette

III) MATERIAUX

Vous disposez des alliages suivants :

Code	Description
RF1010	Acier doux BS 970 230M07 Résistance à la traction 460 MPa Limite d'élasticité 310 MPa
RF1020 Alliage d'aluminium 2011 T6 Résistance à la traction 395 MPa Limite d'élasticité minimum 220 M	
RF1030	Alliage de laiton CZ121 Résistance à la traction 410 MPa Limite d'élasticité 160 MPa

IV) THEORIE



La Machine de Fatigue par **flexion rotative** fixe l'éprouvette de manière à réaliser une configuration de poutre cantilever (voir la figure 7). La charge appliquée sur son extrémité libre soumet la moitié supérieure de l'éprouvette à de la traction et la moitié inférieure à de la compression. Cependant, du fait que celle-ci tourne, elle est soumise de manière alternée à une contrainte de compression et de traction sur toute la longueur qui n'est pas en appuis de l'éprouvette d'essai.

La figure 8 montre l'évolution de la section transversale de l'éprouvette lorsqu'elle tourne. N'importe quel point fixe situé sur la longueur qui n'est pas en appuis de l'éprouvette (le schéma montre un point situé à l'extérieur de son diamètre) se déplace sur un *cycle* de compression et de traction. Dans chaque cycle, la contrainte à ce point se déplace d'un point de contrainte nulle (à l'axe neutre) vers un point de *traction maximum (+o)*, revient ensuite vers une contrainte nulle, puis vers un point de *compression maximum (-o)*. Il revient ensuite vers une contrainte nulle et répète le cycle. Comme la contrainte est complètement inversée (d'une contrainte positive à négative ou d'une contrainte négative à positive), on l'appelle *inversion. Chaque cycle possède deux inversions.*



Contrainte (o)

C'est la force appliquée au matériau sur une surface connue, indiquée par l'équation 1.

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{1}$$

La contrainte de compression correspond à l'endroit où le matériau est en compression. Elle a une valeur négative.

La contrainte de traction correspond à l'endroit où le matériau est en traction. Elle a une valeur positive.

Le moment d'inertie pour n'importe lequel des axes d'une poutre de section transversale circulaire symétrique est :

$$I_x = \frac{\pi D^2}{64} = I_y$$
Figure 9 Poutre Cantilever
Axe neutre

Pour une poutre de cantilever (poutre encastrée d'un coté et en appuis simple de l'autre coté), le moment fléchissant est:



Figure 10 : Moment fléchissant à une distance I de la charge appliquée

A partir de la théorie sur les poutres en flexion, la contrainte théorique à n'importe quel point le long d'une poutre cantilever de section transversale uniforme (en flexion élastique) est exprimée par la relation :

$$\sigma = \frac{My}{I_x} \tag{3}$$

Où y est dans ce cas-là égal à D/2



-

Figure 11 Schémas de contrainte et de distance pour des poutres cantilevers uniformes et non-uniformes

Le schéma supérieur la figure 11 indique que pour une poutre cantilever de section transversale uniforme avec une charge à son extrémité, la contrainte maximum se situe au niveau de l'extrémité encastrée. Elle se cassera probablement à ce point.

Le schéma inférieur de la figure 11 indique que pour une poutre cantilever de section transversale non-uniforme, le point de contrainte maximum se situe quelque-part ailleurs sur la poutre. L'éprouvette standard possède un point de contrainte maximum à mi-chemin le long de la section la plus mince (son 'col') et elle devrait casser vers ce point.

Contrainte dans l'éprouvette

Les équations standard relatives à la flexion des poutres appliquées à une éprouvette cantilever de section transversale circulaire peuvent se combiner pour donner :

$$\sigma = \frac{lF \times 32}{\pi D^3}$$
(4)

Cette équation permet de calculer la contrainte pour un diamètre donné et à une distance par rapport à une charge donnée. Pour l'éprouvette standard, la distance est de 28 mm (voir la figure 12).



Figure 12 Distance par rapport à la charge dans une éprouvette standard

A l'aide de l'équation 4 et du diamètre mesuré de la partie la plus mince ('le col') de l'éprouvette, vous pouvez déterminer la contrainte pour n'importe quelle charge donnée.

Par exemple, une charge de 50 N sur une éprouvette avec un col de diamètre de 4 mm donne :

$$\sigma = \frac{0.028 \times 50 \times 32}{3.142 \times 0.004^3} = \frac{44.8}{0.2 \times 10^{-6}} = 222.9$$
 MPa

La machine de fatigue par flexion rotative produit une contrainte maximum d'environ 360 MPa pour correspondre à la contrainte limite d'élasticité des éprouvettes standard les plus rigides (acier) fournies par TecQuipment. Cela permet également d'avoir une gamme de contrainte d'essai suffisamment large pour tester les éprouvettes en aluminium standard aussi bien sur des cycles de fatigue courts que des cycles de fatigue longs.



N'essayez pas d'augmenter la contrainte sur l'éprouvette en ajoutant des poids morts supplémentaires. Cela est dangereux et pourrait endommager l'équipement. Si vous avez besoin d'avoir des contraintes plus élevées, vous devez utiliser des éprouvettes avec un col plus mince, ou ajouter une 'entaille' au niveau au niveau du col pour provoquer une concentration de contrainte locale.

Cycle de fatigue court et long

Un essai de fatigue normal 'cycle long' utilise des forces qui contraignent l'éprouvette dans son domaine élastique (au-dessous de sa limite d'élasticité). Celui-ci nécessite de nombreuses inversions de contrainte (et donc des cycles) avant que l'éprouvette ne casse. Du fait du nombre élevé de cycles nécessaire pour casser l'éprouvette, on appel ce type d'essai de fatigue un 'essai de fatigue long'. Des cycles de fatigue longs s'étalent habituellement sur au moins 100000 cycles.

Un autre type d'essai utile et également utilisé est l'essai de fatigue court, qui fait appel à des forces plus importantes que l'essai de fatigue long et contraint l'éprouvette dans son domaine *plastique* (au-dessus de la limite d'élasticité). Les essais de fatigue à cycles courts s'étalent habituellement sur 100 et 10000 cycles.

Courbes de fatigue S-N à 50% de survie (courbes de Wöhler)





La figure 13 montre des courbes de fatigue S-N typiques (contrainte - nombre de cycles) pour des essais à cycle long pour des pièces identiques réalisées à partir de différents métaux. Les courbes aident les ingénieurs à comparer différents matériaux pour choisir celui le plus adapté à une application.



Figure 14 Courbe S-N d'un matériau présentant une limite de fatigue (asymptote également appelée limite d'endurance)

Information importante tirée des courbes S-N à cycle long

Les figures 13 et 14 mettent en évidence une propriété spécifique des aciers : ils possèdent une *limite de fatigue* (on parle aussi de limite d'endurance). Cela signifie qu'en-dessous d'une certaine contrainte appliquée, l'acier ne cassera pas par fatigue (domaine d'endurance illimitée). Les ingénieurs en conception s'assureront donc au préalable que toute pièce réalisée en acier ne soit pas sollicitée avec une contrainte appliquée de manière répétée au-dessus de sa limite de fatigue.

En revanche, l'aluminium cassera en raison de la fatigue même à des niveaux de contrainte répétés faibles car il **possède une limite de fatigue nulle**. Donc si les ingénieurs en conception utilisent de l'aluminium et que la pièce est sollicitée par une contrainte répétée, ils peuvent utiliser les courbes pour déterminer *l'endurance* pour une contrainte appliquée donnée (sa résistance à la fatigue).

Du fait que certains métaux (comme l'aluminium) n'ont aucune limite de fatigue, les spécifications pour ces métaux indiquent *la résistance à la fatigue*. C'est la contrainte maximum que vous pouvez utiliser pour un nombre donné de cycles. La droite en pointillé sous la courbe de l'aluminium dans la figure 13 indique cela. La bibliographie et d'autres sources de spécifications techniques indiquent normalement la résistance à la fatigue basée sur un nombre donné de cycles (par exemple - 5×10^7 ou 5×10^8 cycles).

Les ingénieurs utilisent souvent *le rapport de fatigue* (Endurance Ratio en anglais) pour comparer des matériaux. C'est le rapport de la limite de fatigue sur la résistance à la traction du matériau.

Rapport de fatigue = <u>Limite de fatigue</u> Résistance à la traction

Le rapport de fatigue est normalement d'environ 0.5 pour la plupart des métaux ferreux, car leur limite de fatigue est généralement égale à environ la moitié de leur résistance à la traction.

Métaux	Grade	Résistance à la fatigue 10 ⁷ Cycles (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Rapport de fatigue
Acier au carbone	BS970 grade 070M20	193	400-430	0.45-0.48
Titane	Grade 1	193	345	0.56
	Grade 9	373	740	0.50
Laiton	ISO CuZn30	105	365	0.28

Les tableaux et 1 et 2 fournissent des spécifications typiques pour quelques métaux communs.

Tableau 1 Spécifications typiques pour l'Acier, le Titane et le Laiton (10⁷ Cycles)

Métal	Grade	Résistance à la fatigue à 5 x 10 ⁷ Cycles (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Rapport de fatigue
-------	-------	------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------	-----------------------

Aluminium	N3	48	110	0.44 [attention à la signification (*)]
corroyé	H9	80	155	0.52 [attention à la signification (*)]

Tableau 2 Spécifications typiques pour l'Aluminium (5 x 10⁷ Cycles)

(*) Attention, ces indications relatives aux rapports de fatigue pour les aluminiums corroyés (extrait de la notice du fabricant de la machine de fatigue) sont « discutables » : comme rappelé précédemment, « **certains métaux** (comme l'aluminium) n'ont aucune limite de fatigue ». « On définit alors une limite conventionnelle d'endurance comme la valeur de la contrainte maximale qui ne conduit pas à la rupture avant un nombre de cycles fixé » (extrait de la norme NF A 03-400/401/402 sur les essais de fatigue).

V) Expérience

Objectif

Construire une courbe S/N et l'analyser.

Note utile - Temps d'essai

Le Tableau 3 indique les temps approximatifs nécessaires pour réaliser les essais sur un nombre de cycle donné à la fréquence recommandé de 60 Hz. Il indique 1 x 10⁸ pour référence uniquement - TecQuipment recommande de réaliser des essais jusqu'à un nombre de cycles maximum de 10⁷.

Nombre de cycles	1 x 10 ³	1 x 10⁴	1 x 10⁵	1 x 10 ⁶	1 x 10 ⁷	1 x 10 ⁸
Temps approximatif nécessaire (à une fréquence de 60 Hz)	17 secondes	2 minutes 45 secondes	28 minutes	4 heures 40 minutes	46 heures 18 minutes	19 jours 7 heures

Tableau 3 Temps approximatif pour un nombre de cycles à une fréquence de 60 Hz

Procédure

1. Choisissez une éprouvette d'essai et vérifiez qu'elle est droite et non endommagée. Vous pouvez le vérifier en roulant l'éprouvette le long d'une surface plate. Commencez à remplir le tableau d'essai suivant :

Table	au des mesures	Essai 1	Essai 2
	Туре		
	Matériau		
Eprouvette	Limite d'élasticité		
	Résistance à la traction		
	Diamètre au col		
	Charge d'essai (N)		
	Contrainte d'essai (MPa)		
	Fréquence d'alternance de la contrainte (Hz)		
Mesures	Temps au début de l'essai		
	Temps à la fin de l'essai		
	Nombre cycles de fatigue jusqu'à la rupture		
	Temps écoulé jusqu'à la rupture		

Tableau 4 Tableau de résultats vierge

- 2. Montez une éprouvette en aluminium sur la machine comme indiqué dans la **Procédure Normale** à la page 21, en vous assurant que le poids mort est en position adéquate pour ne pas solliciter l'éprouvette.
- 3. Réglez le poids mort à la position la plus éloignée vers la droite sur le bras de chargement pour obtenir le niveau de contrainte admissible maximum.
- 4. Allumez le boitier et démarrez le moteur comme indiqué dans la Procédure Normale de la page 21.
- 5. Relevez le nombre de cycles à rupture lorsque l'éprouvette se casse.
- 6. Répétez l'essai pour encore au moins quatre niveaux de contrainte, en déplaçant le poids mort vers la gauche de cinq encoches pour chaque contrainte.

Analyse de vos résultats

Question 1 : Tracer une courbe S/N et analyser les résultats.

En utilisant vos résultats ci-dessous et jusqu'à 10⁵ cycles, créez un graphique représentatif de la contrainte (l'axe vertical) en fonction du nombre de cycles (l'axe horizontal logarithmique).

Faites des observations sur vos résultats. Croyez-vous que les résultats des cycles courts (à partir des contraintes supérieures à la contrainte limite d'élasticité) sont des données réalistes et utiles pour vous aider à concevoir des pièces ? Sinon, expliquez pourquoi.

Tracez une droite verticale sur votre graphique à 10⁵ cycles et estimez où elle devrait traverser la courbe obtenue à partir de vos résultats (en prolongeant vos résultats si nécessaire). Utilisez ce résultat pour prédire la contrainte à 10⁵ cycles et faites des observations sur la fiabilité de votre estimation.

Complétez la courbe que vous avez tracée avec données suivantes obtenues pour un alliage d'aluminium 2011 T6 (voir complément ci-après... à manipuler en comprenant le type de données en jeu)

N (cycles)	σa (MPa)
2.00E+05	230
7.00E+05	200
3.00E+06	175
1.00E+07	155

Tableau 5 Données issues d'une courbe de Wohler du 2011 T6

Commentez vos résultats.

Comparez les propriétés en fatigue de cet alliage avec les matériaux des tableaux 1 et 2 en termes de résistance à la fatigue, rapport de fatigue etc...

VI) Etude de courbes de fatigue

Effet du chromage sur le comportement en fatigue d'un acier au chrome molybdène



Figure 15 : S-N comparative curves of the base metal, accelerated and conventional hard chromium electroplating submitted to rotating bending fatigue tests.

source : https://www.researchgate.net/figure/S-N-comparative-curves-of-the-base-metal-accelerated-and-conventional-ha rd-chromium_fig7_223284861 Note :

L'acier AISI 4340 (36CrNiMo4 ou encore 1.6511), à teneur moyenne en carbone, est un acier faiblement allié connu pour sa dureté et sa résistance. A l'état recuit, sa résistance à la rupture est de 745 MPa (source <u>www.azom.com</u>), 792 MPa (source <u>www.neonickel.com</u>).

Les mesures « BM+CONVENT. HARD CHROMIUM (160 µm) » sont relative à des éprouvettes de base « BASE METAL – AISI 4340 STEEL » sur lesquelles un chromage par un procédé conventionnel a été fait sur une

épaisseur de 160 µm

L'opération de chromage consiste à recouvrir une pièce en métal de chrome, d'une épaisseur plus ou moins grande, de 0.5 µm (chrome décoratif) à 1/10 mm rectifié (chromage dur).

On distingue habituellement deux sortes de chromage, les qualités demandées à la couche superficielle n'étant pas les mêmes selon les applications envisagées.

- le chromage décoratif a pour but de donner aux pièces l'aspect brillant caractéristique des surfaces de chrome polies. On l'utilise par exemple pour des pare-chocs et des poignées de porte.
- le chromage dur est utilisé dans les applications mécaniques où les conditions de frottement sont sévères comme revêtement anti-usure. On l'utilise par exemple pour des trains d'atterrissage, des systèmes de portes d'avions, etc.

Question 2 :

Les courbes de la figure 15 admettent-elles une limite de fatigue ? Si oui, pourquoi, et estimer la ou les limites de fatigue.

En vous appuyant sur votre réflexion et la littérature, estimez la limite de rupture (Rm, résistance à la rupture) des 3 types d'éprouvettes. A votre avis... et en vous justifiant, quel est l'état métallurgique de l'acier AISI 4340 utilisé pour ces essais ?

Calculer le rapport de fatigue pour ces 3 types d'éprouvettes.

Quel est l'effet du chromage sur la limite de fatigue ? Une idée du pourquoi ?

Question 3 :

Sur le figure 15, la courbe « BM+CONVENT. HARD CHROMIUM (160 µm) », deux éprouvettes ont rompu à un

même niveau de contrainte de 620 MPa (la raison est simple : la charge appliquée était la même) mais les nombres de cycles sont différents... d'un facteur 2 ! En science, on aime souvent à répéter que les mêmes causes (ici la charge) produisent les mêmes effets (ici le nombre de cycles à la rupture). Ce n'est manifestement pas le cas. Pourquoi, pourquoi, pourquoi ?

Effet du shot peening (grenaillage) sur le comportement en fatigue d'un acier au chrome molybdène revêtu d'un chromage dur



Figure 16 : S–N comparative curves of the base metal and accelerated (100 μm) hard chromium electroplated specimens with and without shot peening pre treatment and submitted to rotating bending fatigue tests.

Question 4 :

Quel est l'effet du grenaillage sur la limite de fatigue ? Pourquoi / comment ?

VII) Application du diagramme de Goodman

Quelques infos utiles sur la « Fatigue des structures - Paramètres influençant la durée de vie en fatigue » : https://www.simulationmateriaux.com/Fatigue/fatigue_des_structures-parametres_influencant_la_duree_de_vie_en_fatigue.php



Figure 17 : Diagramme de Goodman

Equation de la droite de Goodman :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_{mean}}{\sigma_{UTS}} = 1$$

- σ_a : amplitude de la contrainte alternée
- σ_D: limite d'endurance (limite de fatigue) à un nombre de cycle fixé... ou infini – pour une contrainte moyenne nulle
- σ_{mean}: contrainte moyenne
- σ_{UTS} : résistance à la rupture

Question 5 :

Quelle forme prend la loi de Goodman dans le cadre de vos mesures effectuées avec la machine de fatigue ? Le résultat – une loi simplifiée – obtenu vous semble-t-il cohérent ?

D'après la figure 15, la limite de fatigue du AISI 4340 (<u>dans son état métallurgique non spécifié</u>) est de 650 MPa. En vous appuyant sur la règle de Goodman, calculer la limite d'endurance qu'aurait ce matériau dans le cas d'une sollicitation en traction répétée (pour les puristes, vous pouvez vous aider du site web pour introduire un facteur correction prenant en compte la différence de « comportement » lors d'un essai de fatigue en flexion rotative et un essai de fatigue en traction).



Question 6 :

A votre avis, et sans faire de calcul, c'est-à-dire juste avec des considérations physiques, quelle pourrait être la limite d'endurance en compression répétée ?

Mécanique élastique linéaire de la rupture mesure de la ténacité en mode I : K_{IC}

I) INTRODUCTION

Aux propriétés fondamentales des matériaux, rigidité, résistance, ductilité, il faut ajouter la ténacité. Elle caractérise la résistance du matériau à la propagation brutale d'une fissure. Grâce à la connaissance de cette propriété, il est possible de prévoir les dimensions critiques des défauts qui, sous des conditions de contraintes données, pourraient provoquer la rupture brutale.

II) LES MODES DE RUPTURE

En considérant une fissure dans un milieu plan, selon la direction de chargement par rapport à celle de la propagation de cette fissure, on distingue trois cinématiques du déplacement relatif des lèvres de la fissure.

On définit trois modes (figure 1) :

-mode I : ouverture en traction (les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une à l'autre)

-mode II : cisaillement plan ou glissement droit (les surfaces de rupture se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de la fissure)

-mode III : cisaillement antiplan ou torsion ou glissement vis (les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de la fissure)



Figure 1 : Les trois modes de sollicitation d'une fissure

Dans le cas de rupture en mode I, le faciès de rupture est plat. Une surface de rupture inclinée correspond à une superposition des modes II et III. En général, les ruptures en modes I sont les plus dangereuses, c'est pourquoi la plupart des études de mécanique de la rupture ont surtout porté sur ce mode.

En général, on trouve sur une éprouvette large fissurée rompue en traction, une rupture plate au centre de l'éprouvette et une rupture inclinée sur les bords (environ à 45° du plan principal de propagation) (figure 2).



Figure 2 : Profils de rupture en mode I

Cette différence s'explique par une triaxialité des contraintes importante au centre de l'éprouvette (on se trouve en déformations planes). En revanche, sur les bords de l'éprouvette, on se trouve dans un état de contraintes planes.

Ces deux états sont caractérisés par :

- **Déformations planes** : $\varepsilon_z = 0$ et $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$ (effet de largeur).

Les contraintes principales sont alors pour $\theta = 0$:

 σ_{1} ; $\sigma_{2} = \sigma_{1}$; $\sigma_{3} = 2 \vee \sigma_{1}$

- Contraintes planes : $\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$ (surfaces libres).

Les trois contraintes principales sont alors pour $\theta = 0$:

 σ_{1} ; $\sigma_{2} = \sigma_{1}$; $\sigma_{3} = 0$

III) ANALYSES DES CONTRAINTES ET DE DEFORMATIONS EN TETE DE FISSURE

Nous allons rappeler l'expression des déplacements et des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure (mode I et chargement monotone). Nous allons, pour l'instant, ne pas considérer les géométries de la fissure, de la pièce et du chargement, pour ne considérer que la zone situées dans le voisinage immédiat du défaut. A cette échelle, on peut se ramener à un problème plan, soit en contrainte plane (plaque mince) soit en déformation plane (plaque épaisse) (figure 3).



Figure 3

Il a été montré que les déplacements u (selon l'axe x) et v (selon l'axe y) d'un point situé à une distance r du fond de la fissure et orienté d'un angle θ par rapport à la direction de propagation de cette fissure peuvent s'exprimer comme suit :

$$u = \frac{K_{I}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2} (\tau - 1 + 2\sin^{2}\frac{\theta}{2})$$
$$u = \frac{K_{I}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2} (\tau - 1 + 2\cos\frac{\theta}{2})$$

- G est le module de cisaillement ;
- T = 3-4v en déformation et $t = \frac{3-v}{1+v}$;

Le tenseur des contraintes s'exprime alors par :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$
$$\sigma_{yy} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$
$$\sigma_{zz} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

Dans ces expressions, apparaît une grandeur K_I, fonction de σ_{∞} et de a. Cette grandeur est appelée facteur d'intensité de contrainte et s'exprime en MPa \sqrt{m} . On remarque qu'en tête de fissure les contraintes son singulières en r^{-1/2}.

 K_1 est une constante indépendante de r et θ . Il dépend uniquement de la répartition des contraintes et de la géométrie de la fissure. Par exemple, pour une plaque infinie contenant une fissure de longueur 2a soumise à une contrainte perpendiculaire à cette fissure σ_{α} , on montre que :

 $K_I = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}$. Dans le cas plus général d'éprouvettes de dimensions finies on a $K_I = \alpha \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}$ (α étant fonction de la géométrie de l'éprouvette, de celle du chargement et de la longueur de la fissure).

IV) DETERMINATION DE K_{IC}

Lorsqu'une pièce est soumise à un chargement en mode I, la rupture se produit lorsque K_I atteint une valeur critique K_{IC} appelée ténacité du matériau. Cette grandeur caractérise la capacité du matériau à résister à la propagation brutale d'une fissure en mode I et dans un état de déformations planes. Cette propriété n'a de sens que si le comportement reste globalement élastique linéaire.

En tête de fissure, les valeurs élevées des contraintes développent une zone plastifiée confinée de rayon :

- en contraintes planes :
$$r_y = \frac{K_l^2}{2\pi\sigma_y^2}$$

- en déformations planes : $r_y = \frac{\kappa_l^2}{2\pi\sigma_y^2} (1-2V)^2$

- σ_v étant la limite d'élasticité
- Il existe donc une variation du rayon de zone plastique le long du front de fissure. Pour mesurer K_{IC} , il est donc nécessaire d'utiliser des éprouvettes pour lesquelles la zone plastique est suffisamment confinée. Ces éprouvettes doivent remplir deux conditions :

l^{ère} condition : pour respecter l'état de déformation plane, l'épaisseur B doit être suffisante.

2^{nde} condition : afin d'exclure toute possibilité de relaxation des contraintes par déformation plastique globale, l'éprouvette doit être suffisamment longue.

Ces deux conditions sont prises en compte dans une norme (A03-180) régissant les essais de ténacité. Souvent la ténacité est mesurée à partir d'éprouvettes de flexion trois point entaillées et fissurées en fatigue.

V) TRAVAIL EXPERIMENTAL

Vous disposez de trois éprouvettes d'aluminium d'épaisseur différentes fissurées par fatigue. L'essai de ténacité a été réalisé à une vitesse de 0,5 mm/min.

Commentez la forme des trois courbes F- Δ l mis à votre disposition qui ont été obtenues lors de

l'essai de ténacité. Exploitez ces trois courbes F- Δ l en appliquant les instructions de la norme.

A partir de ce seul critère, les éprouvettes fournies sont-elles conformes pour évaluer K_{IC} pour ce matériau, si oui lesquelles ?

Tracez sur un graphe l'évolution de K_I en fonction de l'épaisseur des éprouvettes. Commentez l'évolution observée.

Calculez le rayon de la zone plastique en fond de fissure en déformations planes, en contraintes planes, commentez.

Dessinez le faciès de rupture des trois éprouvettes, commentez. Indiquez sur les dessins la zone correspondant à un état de déformations planes et contraintes planes. Quantifiez le rapport entre ces deux types de suface. A partir de ce seul critère, les éprouvettes fournies sont-elles conformes pour évaluer K_{IC} pour ce matériau, si oui lesquelles ?

A partir des courbes ainsi que de mesures sur les faciès de rupture, établir un tableau bilan des critères nécessaires à la détermination du K_{IC} . Existe-t-il une éprouvette conforme ?

Considérons l'éprouvette la plus large. On se place pour une ouverture de fissure correspondant à 50% de l'ouverture à partir de laquelle la fissure s'est propagée brutalement. Calculez le facteur d'intensité de contrainte K_I correspondant.

Tracez l'évolution de σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} dans les deux cas suivant :

 1^{er} cas : $\theta = 0$ et 0 < r < 25 mm

 $2^{\text{ème}}$ cas : $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ et r = 5 mm

Commentez les évolutions de ces trois contraintes.