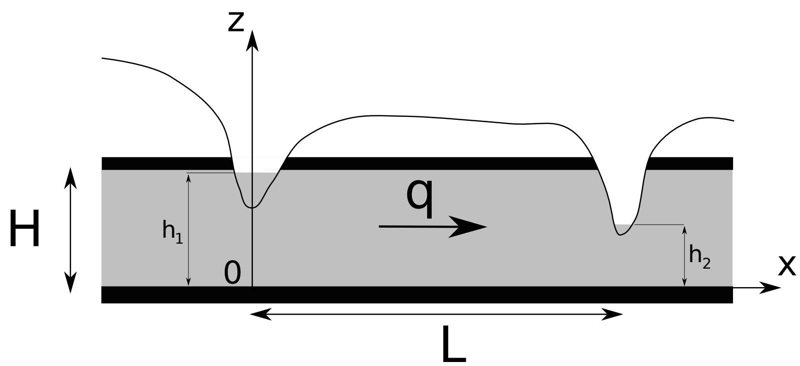
Travaux Dirigés
Écoulement et transport en milieux poreux
Écoulements monophasiques

Exercice 1 : Aquifère confiné



On considère un aquifère saturé en eau de perméabilité k et de porosité Φ confiné par deux strates imperméables horizontales séparées de H. L'aquifère est en contact avec deux rivières distantes de L et dont le niveau d'eau sont h_1 et h_2.

1 − En utilisant l'approximation de Dupuit-Forchheimer, $u_z = 0$, établir que la pression peut se mettre sous la forme :

$$P = -\rho g z + C(x),$$

où $C(x)$ est la pression à $z = 0$. Montrer que le champ de vitesse est indépendant de z.

2 − Établir l'équation différentielle obéit par $C(x)$.

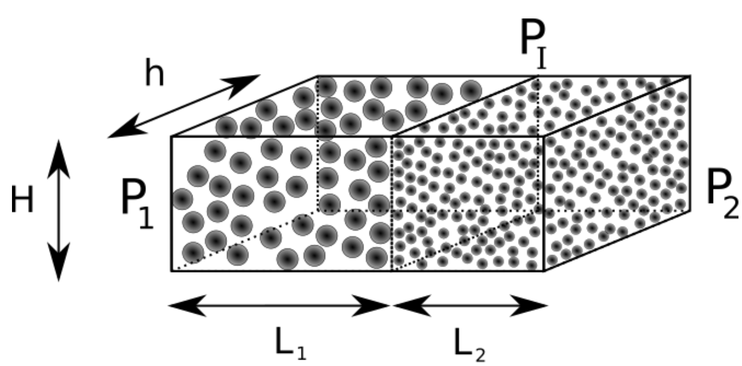
3 − Résoudre et déterminer le débit d'eau q_x traversant une section $x = cte$ par unité de longueur dy en fonction de h_1 et h_2.

4 − Application numérique:

$k = 1$ mDarcy; $\eta = 10^{-3}$ Pa.s;

$h_1 = 200\ m$; $h_2 = 100\ m$; $H = 250\ m$; $L = 2$ km

Exercice 2 : Milieux granulaires juxtaposés



On juxtapose deux blocs de milieu granulaire constitués de grains de diamètres différents $d_1 = 2\ mm$ et $d_2 = 1\ mm$. Les blocs ont la même hauteur $H = 2\ cm$ et la même profondeur $h = 2\ cm$, les longueurs sont $L_1 = 5\ cm$ et $L_2 = 3\ cm$. Les porosités sont $\phi_1 = 0,3$ et $\phi_2 = 0,2$.

On rappelle la loi de Carman-Kozeny:

$$k = \frac{d^2}{150} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}.$$

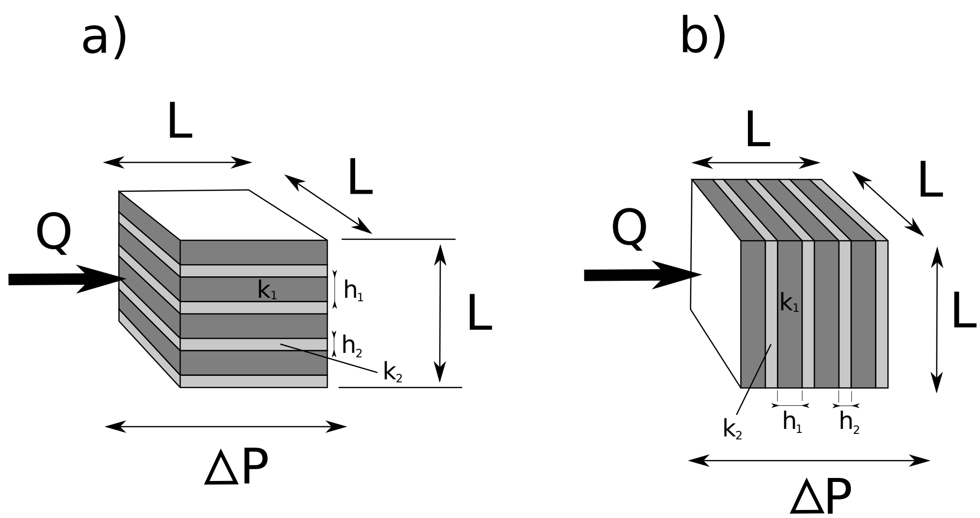
1 − Calculer la perméabilité des milieux 1 et 2.

On applique une pression P_1 et P_2 respectivement à l'entrée et à la sortie des blocs.

2 − En introduisant la pression intermédiaire P_I entre les deux blocs, exprimer la loi de Darcy dans les milieux 1 et 2.
3 − En déduire le débit Q traversant le bloc lorsqu'on applique une différence de pression $\Delta P = P_1 - P_2 = 2\ Pa$.

Donnée numérique:
Viscosité de l'eau : $\mu = 10^{-3}\ Pa.s$

Exercice 3 : Milieux poreux stratifiés



Dans cet exercice, on s'intéresse aux milieux poreux composites comprenant des parties de perméabilité k_1 et des parties de perméabilité k_2. On suppose tous les pores du milieu saturés complètement d'un même fluide de viscosité μ. On cherche dans cet exercice à évaluer leurs propriétés macroscopiques, c'est-à-dire définies par des mesures à une échelle de longueur grande devant la taille caractéristique des structures locales.

On suppose le poreux formé d'un empilement alterné de couches poreuses parallèles de perméabilité k_1 et d'épaisseur individuelle h_1 et de couches de perméabilité k_2 et d'épaisseur individuelle h_2. On prend un empilement de contour cubique avec une des directions de faces parallèles aux couches et de côté $L \gg h_1$ et $L \gg h_2$.

1 – On suppose qu'on applique un gradient $\Delta P/L$ de pression d'orientation parallèle aux couches (cas a). Montrer que la perméabilité $k_\parallel$ équivalente du milieu pour un écoulement dans cette direction vérifie ;

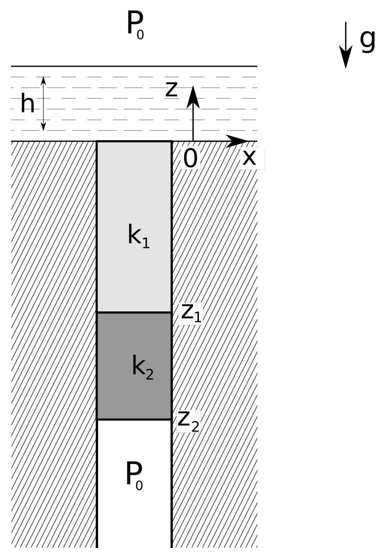
$$k_\parallel = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2}{h_1 + h_2}$$

2 – On suppose qu'on applique un gradient de pression $\Delta P/L$ perpendiculaire aux couches (cas b). Montrer que la perméabilité $k_\perp$ équivalente du milieu correspondant à ce type d'écoulement vérifie

$$k_\perp = \frac{h1 + h2}{h1/k1 + h2/k2}.$$

3 – Comparer $k_\parallel$ et $k_\perp$. Que deviennent les perméabilités $k_\parallel$ et $k_\perp$ lorsqu'une des perméabilités k_1 ou k_2 devient nulle ou infinie ?

Exercice 4 : Fracture au fond d'un lac



On considère un lac de profondeur h situé sur une roche imperméable. La roche présente une fracture verticale qui a été bouchée par deux types de sables. Ceux-ci forment ainsi deux couches de perméabilité différentes, k_1 et k_2. En dessous de ces couches, l'eau s'évacue très rapidement. On supposera que la fracture est vide en dessous de z_2 avec une pression égale à la pression atmosphérique P_0.

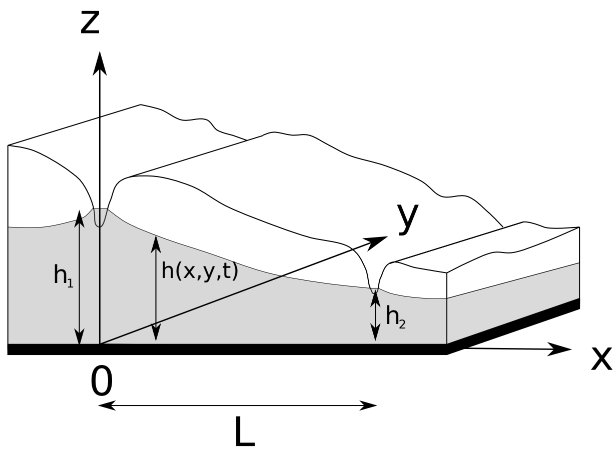
1 – Quelle est la pression à l'entrée de la fracture $P(z = 0)$?

2 – En appliquant la loi de Darcy dans le milieu 1 et 2, déterminer la pression $P(z_1)$ de deux manières différentes en fonction de la vitesse moyenne d'écoulement u_z et des autres données du problème.

3 – En déduire u_z en fonction de z_1 et z_2

4 – Faire l'application numérique : $z_1 = -1$ m; $z_2 = -3$ m; $h = 10$ m; $k_1 = 0.1$ Darcy; $k_2 = 10$ mDarcy; $\mu_{eau} = 10^{-3}$ Pa.s

Exercice 5 : Aquifère non-confiné



On considère un auqifère non confiné de perméabilité k et de porosité ϕ au dessus d'un couche imperméable. Le milieu est supposé saturé en eau jusqu'à une hauteur d'eau $h(x, y)$ (nappe phréatique).

1 – En supposant l'approximation de Dupuit-Forchheimer $u_z = 0$, donner l'expression de la pression $P(x, y, z)$ en fonction de $h(x, y, t)$.

2 – En déduire l'expression du champ de vitesse en fonction de $h(x, y, t)$ et le vecteur débit linéique $\vec{q} = (q_x; q_y)$, où q_x (resp. q_y) est le débit s'écoulant sur toute la hauteur par unité de longueur dy (resp. dx).

3 – En faisant un bilan de volume sur une colonne de hauteur $h(x, y, t)$ et de section $dx\ dy$, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $h(x, y, t)$:

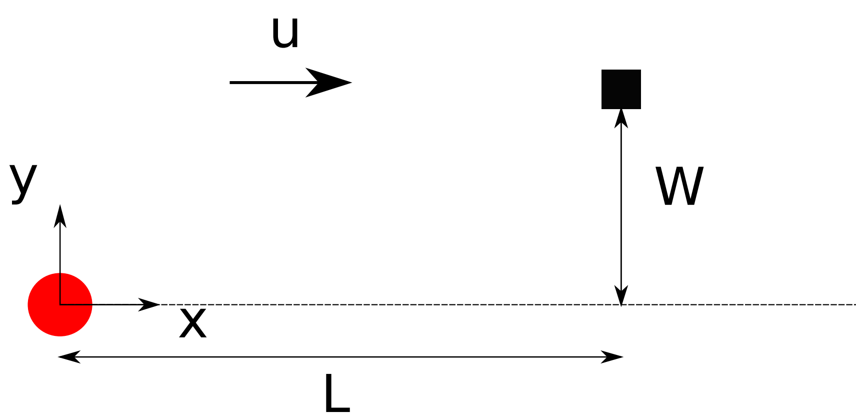
$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k\rho g}{2\eta\phi}\Delta h^2 \tag{1}$$

Écoulement entre deux rivières On considère un aquifère dans lequel se trouve deux rivières distantes de L, dont le niveau d'eau est à h_1 et h_2, respectivement.

4 – En régime stationnaire, résoudre le profil de hauteur $h(x)$ et le débit $q_x(x)$ en fonction de h_1 et h_2.

Transport en milieu poreux

Exercice 6 : Pollution dispersion transverse



A un temps $t = 0$, une entreprise rejette des déchets industriels dans un puit abandonné qui se retrouvent dans l'aquifère. L'aquifère a une perméabilité $k = 10$ mDarcy, une porosité $\phi = 0.2$, et une dispersivité transverse $\alpha_T = 5\ mm$. La vitesse d'écoulement est de $u = 1\ mm.jour^{-1}$. Une zone habitée se trouve à la position $(L, W) = (2\ km, 5\ m)$ par rapport au puit. On néglige la diffusion moléculaire.

1 − Estimer si la pollution va atteindre la zone habitée.

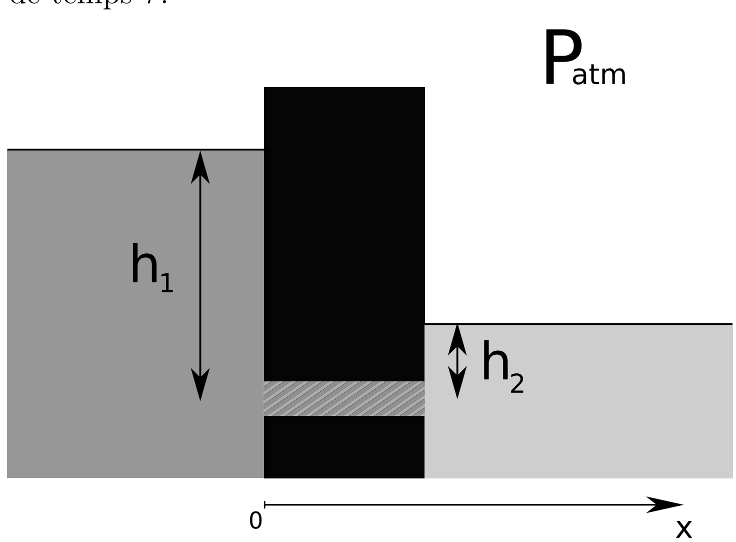
Exercice 7 : Digue d'un lac pollué

Une digue présentant un défaut d'étanchéité sépare un lac pollué d'une rivière. Le défaut est assimilé à un milieu poreux de perméabilité k et de porosité ϕ, de longueur L et de section S.

1 − Calculer la vitesse moyenne u dans le milieu poreux en fonction des hauteurs d'eau, h_1 et h_2?

2 − En supposant un concentration $C = C_0$ dans le lac et $C = 0$ dans la rivière, calculer le profil de concentration $c(x)$ en régime stationnaire. On notera D le coefficient de dispersion du milieu (supposé constant).

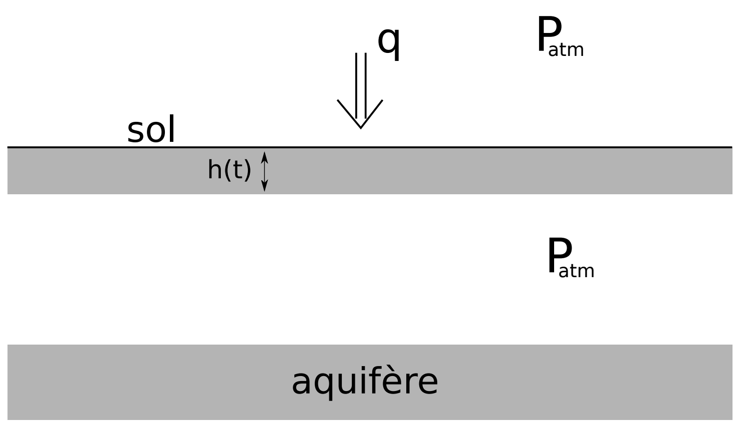
3 − Calculer le profil de concentration si le polluant se dégrade avec un cinétique d'ordre 1 et de constante de temps τ.



Exercice 8 : Recharge et pollution d'un aquifère

En période de pluie, la partie supérieure du sol se sature en eau sur une épasseur $h(t)$. La partie du sol non-saturée reste cependant à la pression atmosphérique. On note q le débit de pluie par unité de surface. On suppose que l'excédent de pluie ruissèle de manière à ce que l'épaisseur d'eau sur le sol soit négligeable. Le sol a une perméabilité $k = 5$ mDarcy et une porosité $\phi = 0.2$. On supposera un écoulement vertical dans le sol.
1 − A partir de l'équation de Darcy, déterminer la distribution de la pression dans le fluide?
2 − En déduire que l'écoulement ne dépend pas de $h(t)$ et calculer le débit maximal par unité de surface q_{max} de l'aquifère sur une journée?

La pluviométrie en région parisienne est d'environ 63 cm/an. On compte environ 170 jours de pluie par an. Dans la région de Nice, la pluviométrie est de 87 cm/an avec 89 jours de pluie par an.
3 − En déduire le taux de recharge par an dans les deux régions.
4 − On répand sur un champ en région parisienne du glyphosate avec la concentration $C = 6.10^{-3}$ mol.l^{-1} . En négligeant la dispersion, à quelle profondeur se trouve le glyphosate après une année? Combien d'années sont nécessaires pour que celui-ci atteigne la nappe phréatique située à 10 m de profondeur?
5 − Le glyphosate se dégrade avec une cinétique d'ordre 1 et un taux de dégradation $k = 2.10^{-7} s^{-1}$. Calculer la concentration atteignant la nappe.



Exercice 9 : Adsorption du cuivre

Une eau polluée riche en cuivre a été jetée dans un puit connectée à un aquifère de porosité $\phi = 0.2$. Le cuivre s'adsorbe dans le sol avec une relation d'équilibre linéaire. L'analyse d'un échantillon donne:
Concentration du cuivre dans l'eau : $C_{cu}^{fluide} = 10^{-6}\ mol.l^{-1}$
Concentration effective [1] de cuivre adsorbée : $C_{cu}^{solid} = 10^{-3}\ mol.l^{-1}$

1 − La vitesse d'écoulement dans l'aquifère est de 10 $m.an^{-1}$. En supposant un relation d'équilibre linéaire, déduire la vitesse de propagation effective du cuivre.

[1] nombre de molécules adsorbées par volume de fluide