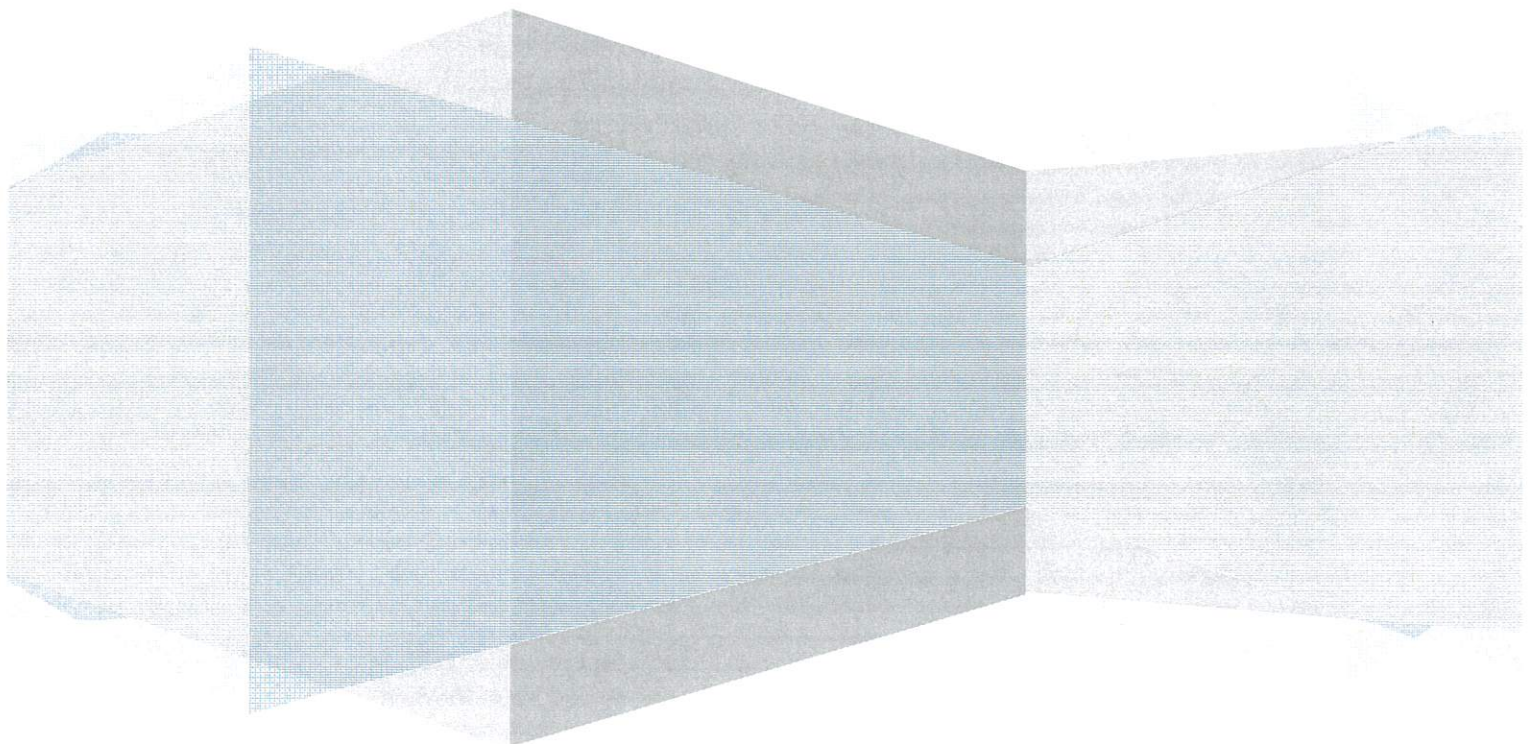


# **ANSYS : code de calculs par éléments finis**

**A.L. Helbert et D. Solas**



## INTRODUCTION

Ce polycopié est un recueil de projets réalisables à l'aide du code de calculs par éléments finis ANSYS et destiné aux élèves de troisième année de l'IFIPS inscrits dans la filière « matériaux ».

10 demi-journées en salle informatique sont spécifiquement dédiées à cette formation au cours desquelles les enseignants guideront les élèves. Du travail personnel hors encadrement est nécessaire pour le bon avancement des projets.

Au préalable, les élèves travailleront les exercices de « **prise en mains** » du logiciel ANSYS, encadrés par leurs enseignants, à l'aide des tutoriaux et du sujet suivants :

- Structural tutorial (chapitre 2)
- Projet 1 : Poutre sollicitée en flexion
- Contact tutorial (chapitre 8)

Ensuite, les **projets** devront être travaillés et rédigés en **binômes** en vu d'une évaluation.

Chaque binôme devra choisir **un projet académique** pour lequel un document de synthèse sera rédigé. Ensuite, chaque binôme choisira **un sujet libre** dont il présentera la synthèse lors de la dernière séance.

### Projet Académique :

- Projet 2 : Composite : Inclusion sphérique SiC dans une matrice d'aluminium
- Projet 3 : Modes propres de vibration d'une cloche
- Projet 4 : Compression à chaud, viscoplasticité

### Projet libre :

- Monter un cahier des charges
- Simuler, commenter

## METHODE DES ELEMENTS FINIS

En analyse numérique, la **méthode des éléments finis** est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.).

Concrètement, cela permet par exemple de calculer *numériquement* le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire : mouvement d'une corde secouée par l'un de ses bouts, comportement d'un fluide arrivant à grande vitesse sur un obstacle, déformation d'une structure métallique, etc.

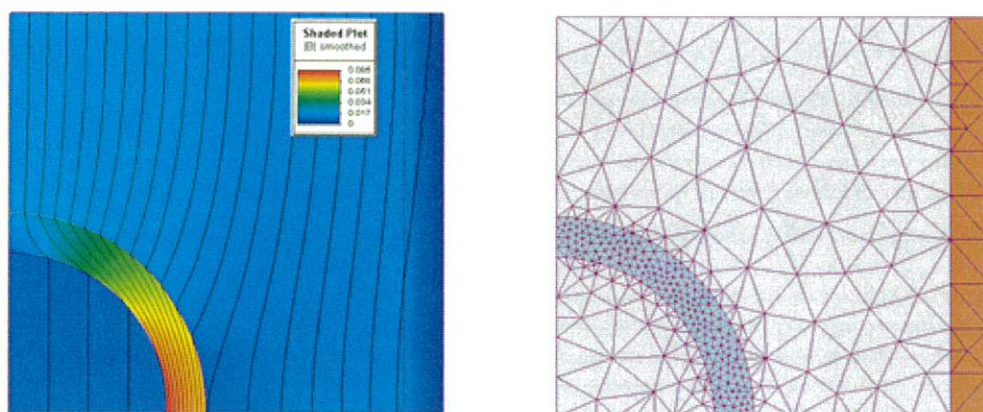


Figure 1 : Solution bidimensionnelle d'une équation magnétostatique obtenue par éléments finis (les lignes donnent la direction du champ et la couleur son intensité). Maillage utilisé pour l'image de gauche (le maillage est plus resserré autour de la zone d'intérêt)

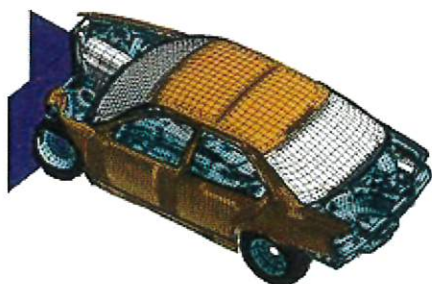


Figure 2 : Simulation numérique d'un essai de choc sur une voiture: les cellules utilisées pour le maillage sont visibles sur la surface du véhicule.



Figure 3 : Analyse structurale d'un ensemble de vertèbres humaines

### **Rappels sur la méthode des Eléments Finis**

Dans la méthode des Eléments finis, le domaine étudié  $\Omega$  est décomposé en sous-domaines géométriques de formes simples  $\Omega_e$  (triangulaire, hexaédrique, etc.), appelés éléments  $e$  :

$$\Omega = \sum_{e=1}^{N_e} \Omega_e$$

L'ensemble des éléments ainsi définis constitue le maillage. Sur chaque élément, le champ inconnu est approché par des fonctions polynomiales simples, dites fonctions d'interpolation, et de coefficients inconnus dits degrés de liberté (DDL). Ces DDL ont pour signification mécanique, par

exemple, la valeur du déplacement sur chaque nœud  $i$  des éléments de premier degré. Notons  $q_i$  le déplacement au nœud  $i$  et  $\Phi_i$  la fonction d'interpolation associée. L'approximation éléments finis  $u(x)$  sur l'élément  $\Omega$  s'écrit alors :

$$u^h(x) = \sum_i q_i \Phi_i(x)$$

Cette approximation permet de représenter tout mode rigide ou de déformation constante sur l'élément et ce pour tout type d'éléments. La continuité du champ d'approximation sur le domaine est obtenue en imposant que les DDL définies en un nœud ont la même valeur pour tous les éléments connectés en ce nœud. Le comportement mécanique de chaque élément est caractérisé par la matrice de raideur élémentaire qui relie les forces et déplacement nodaux. Le système d'équation global à résoudre impose l'équilibre de la structure, i.e. que la somme des forces nodales en chaque nœud doit être nulle.

Au bilan, il faut résoudre une équation du type :

$$K U = F$$

$K$  est la matrice de raideur qui dépend de la discrétisation, de la nature des éléments et de la loi de comportement

$U$  est la matrice des déplacements des nœuds

$F$  est la matrice des forces nodales.

Le problème est considéré comme linéaire dans le cas des petits déplacements et d'un comportement linéaire (élasticité linéaire). Dans le cas de la plasticité (loi de comportement non linéaire) et des grands déplacements (la forme des éléments évolue) il faut recourir à une résolution incrémentale (ou résolution pas à pas). C'est l'un des principaux apports du logiciel Ansys® par rapport au logiciel Acor®.

La méthode des EF s'est révélée très robuste pour la simulation numérique lors de nombreuses applications industrielles.

## ANSYS

**ANSYS, Inc.** est un développeur et fournisseur de logiciels de simulation numérique. L'entreprise a vu le jour en 1970 (Swanson Analysis Systems, Inc.), a son siège à Canonsburg en Pennsylvanie. Ses produits majeurs sont des logiciels qui mettent en œuvre la méthode des éléments finis, afin de résoudre des modèles discrétisés.

### **Principaux produits et capacités**

- **ANSYS Structural** : Ce produit permet d'effectuer des simulations mécaniques en calcul de structures. Ses principales capacités sont : (1) l'analyse statique, (2) l'analyse modale, (3) l'analyse harmonique (réponse forcée), (4) l'analyse temporelle et (5) la gestion de différentes situations non-linéaires (contacts, plasticité matériaux, grands déplacements ou grandes déformations).

### **Concurrents notables**

On peut citer les principaux concurrents suivants :

- La suite HyperWorks de la Société ALTAIR qui bénéficie d'une suite complète dont le solveur RADIOSS permettant des analyses implicites et explicites.
- Les produits distribués par la société MSC Software, dont en particulier Nastran et Patran.
- ABAQUS, distribué par Dassault Systèmes.

Pour résoudre par la méthode des éléments finis le comportement complexe d'une structure mécanique sous sollicitation, on peut avoir recours à des logiciels de « dessin » appelés aussi logiciels de CAO (conception assistée par ordinateur).

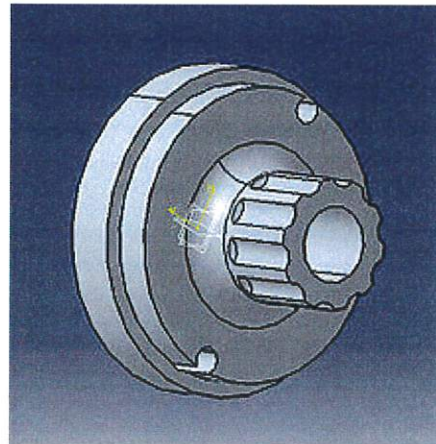
ANSYS supporte la plupart CAD systems: Autodesk® Inventor®, Autodesk Mechanical Desktop®, Autodesk Inventor Professional Stress, CATIA® v4 et v5, Pro/ENGINEER®, Solid Edge®, SolidWorks®, Unigraphics®, CoCREATE Modeling™ et SpaceClaim®.

## CATIA

**CATIA** (« Conception Assistée Tridimensionnelle Interactive Appliquée ») est un logiciel de conception assistée par ordinateur (CAO) créé au départ par la société Dassault Aviation pour ses propres besoins sous le nom de *CATI* (acronyme de conception assistée tridimensionnelle interactive). La compagnie Dassault Systèmes fut créée en 1981 pour en assurer le développement et la maintenance sous le nom de CATIA, IBM en assurant la commercialisation.

|                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| <b>Développeur</b>      | Dassault Systèmes         |
| <b>Dernière version</b> | V6 [+/-]                  |
| <b>Environnement</b>    | Unix/Windows              |
| <b>Type</b>             | Logiciel de CAO, 3D, CFAO |

Une pièce simple créée sous CATIA V5



Ses principaux concurrents sont :

- Solidworks de Dassault Systemes
- Pro/Engineer de PTC.
- NX (Unigraphics) de UGS
- Mechanical Desktop de Autodesk
- Inventor de Autodesk
- SpaceClaim de SpaceClaim
- TopSolid de Missler Software

## Projet 1 : Poutre sollicitée en flexion

On veut étudier le comportement d'une poutre épaisse encastrée. La poutre est en acier ( $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ ). Dimensions de la poutre 1 m x 0.50 m x 0.25 m

- 1 – Faire le bilan des symétries du problème et définir la géométrie optimale à mailler.
- 2 – Réaliser la géométrie : décrire 3 méthodes logicielles différentes pour définir la géométrie de la poutre

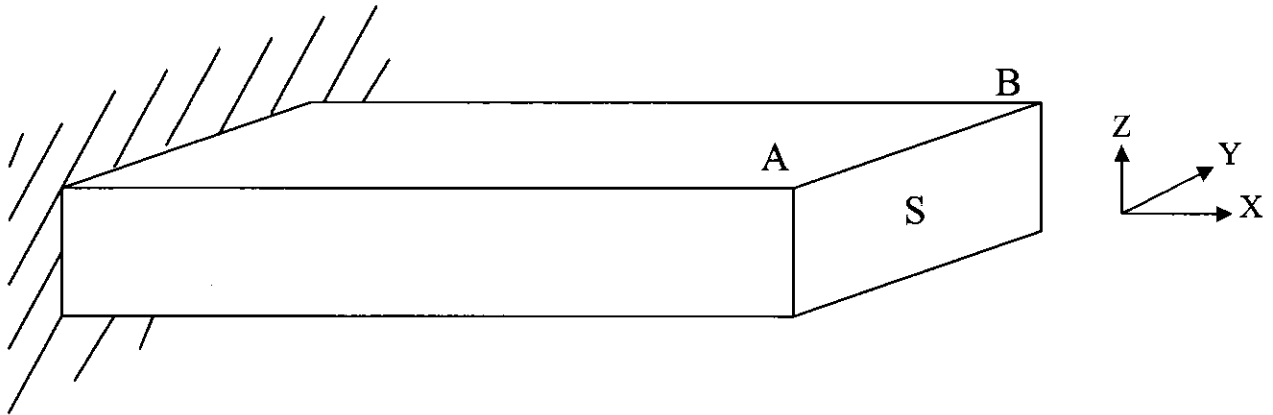
(Indiquer le nom des options et la valeur des paramètres)

- 3 – Mailler avec des hexaèdres
- 4 - Appliquer les conditions aux limites
- 5 - Appliquer les chargements :

Imposer les déplacements suivants

- |                      |                                               |
|----------------------|-----------------------------------------------|
| 1 <sup>er</sup> cas  | $w = -0.01$ mm sur le segment [AB]            |
| 2 <sup>eme</sup> cas | $u = 0$ et $w = -0.01$ mm sur le segment [AB] |
| 3 <sup>eme</sup> cas | $u = 0$ et $w = -0.01$ mm sur la surface S    |

- 6 - Comparer les résultats des trois cas de chargement



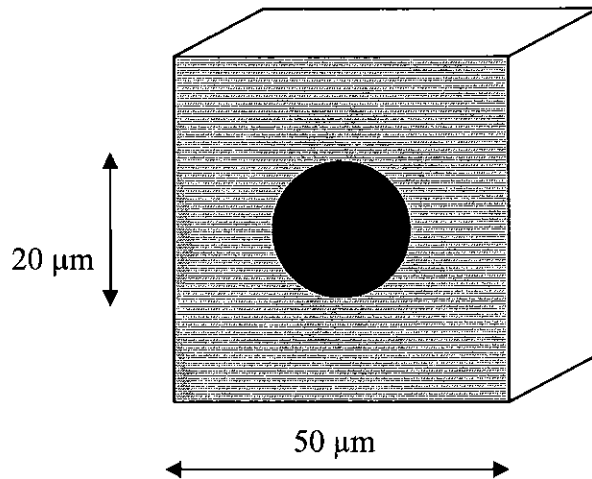
## Projet 2 : Inclusion sphérique SiC dans une matrice d'aluminium

Les matériaux composites Al-SiC sont constitués de particules en carbure de silicium (SiC) dans une matrice d'aluminium. L'objectif est d'étudier la localisation des tenseurs des déformations et des contraintes au voisinage et à l'intérieur d'une particule. On suppose que les inclusions sont suffisamment éloignées les une des autres pour que les interactions entre deux inclusions voisines soient négligeables. Pour modéliser le problème, on considère un cube de côté 50  $\mu\text{m}$  (aluminium). Une sphère de rayon 10  $\mu\text{m}$  (SiC) est située au centre du cube :

Caractéristiques mécaniques :

SiC  $E = 450 \text{ GPa}$   $\nu = 0.14$

Al  $E = 72 \text{ GPa}$   $\nu = 0.30$



### 1- Modélisation du problème :

Les chargements étudiés sont orthotropes (3 plans de symétries orthogonaux), simplifier la structure et appliquer les conditions de symétrie.

### 2- Chargements :

Appliquer les tenseurs des déformations macroscopiques (sur le système total) suivants et analyser les résultats :

$$1^{\text{er}} \text{ cas} \quad \epsilon_{11} = -10^{-5} \quad \epsilon_{22} = -10^{-5} \quad \epsilon_{33} = -10^{-5}$$

$$2^{\text{eme}} \text{ cas} \quad \epsilon_{11} = -10^{-4} \quad \epsilon_{22} = 0 \quad \epsilon_{33} = 10^{-4}$$

$$3^{\text{eme}} \text{ cas} \quad \epsilon_{11} = -5.10^{-5} \quad \epsilon_{22} = -5.10^{-5} \quad \epsilon_{33} = 10^{-4}$$

(les termes de cisaillement sont nuls)

### 3- Proposer des améliorations

### Projet 3 : Modes propres de vibration d'une cloche

Objectif du projet : Calculer les fréquences des principaux modes de vibration d'une cloche en bronze (alliage Cu 80% et Sn 20% ). Les modes de résonances d'une cloche sont décrits dans l'article de R. Perrin, T. Charnley and G. M. Swallowe : On the tuning of church and carillon bells. Applied Acoustics 46 (1995) 83-101.

#### I Création de la géométrie d'une section (figure 1b)

##### 1 Coordonnées des points clés (Keypoints)

|        | 1   | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8  | 9   | 10 | 11  |
|--------|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|
| X (mm) | 102 | 62 | 32  | 12  | 12  | 67  | 67  | 72 | 101 | 0  | 0   |
| Y (mm) | 0   | 4  | 126 | 126 | 160 | 160 | 126 | 47 | 9   | 0  | 100 |

##### 2 Ligne courbe passant par les points 7,8 et 9

- tangente en 7 (0, 1)

- tangente en 9 ( 3,-2)

##### 3 Rayon de raccordement

- au niveau du point 2 : 10 mm

- au niveau du point 6 : 25 mm

#### II Maillage de la cloche

Mailler la section avec les éléments plane42. Pour limiter le nombre d'éléments (~70 pour la section ) on activera l'option 'smart size' à 6. Extruder le maillage autour de l'axe Oz en transformant les éléments plane42 en solid45. La circonférence de la cloche sera décomposée en 20 éléments.

Pourrait-on se passer d'extruder et se contenter d'utiliser les éléments Plane42 avec l'option 'axisymmetry' ?

#### III Analyse modale

Le trou sert à fixer la cloche sur son support. Calculer les fréquences propres et les modes de vibration de la cloche entre 0 Hz et 12000 Hz et indiquer les fréquences des 5 modes H,F,T,Q et N. Calculer le rapport entre ces différentes fréquences de vibration. Conclusions.

Propriétés du bronze :  $E = 103 \text{ GPa}$  ,  $\nu = 0.38$ ,  $\rho = 8.85 \text{ kg/dm}^3$

#### IV Interpretation

Tester l'impact de sur l'amplitude des déplacements et des fréquences

Tester l'impact de la finesse du maillage

Tester l'impact de l'épaisseur

#### V Proposer des améliorations

# On the Tuning of Church and Carillon Bells

R. Perrin, T. Charnley & G. M. Swallowe

Physics Department, Loughborough University of Technology, Loughborough,  
Leicestershire, UK, LE11 3TU.

[...]

Analysis of the sound from a representative medium-sized church bell reveals contributions from perhaps 60 different frequency components or 'partials'.<sup>1</sup> About a dozen of these make significant individual contributions<sup>2</sup> with the five or six lowest in frequency usually being the most important. With smaller bells fewer partials contribute significantly depending on the size and profile details: as few as two or even one with small (thick) carillon bells. For a bell to be 'in tune with itself' requires that as many significant partials as possible have frequencies that are harmonics of a fundamental, as is the case with most musical instruments. Those few remaining significant partials that do not lie in this harmonic sequence must have frequencies putting them into musically harmonious relationships with those which do. Thus for example modern English founders actively tune the five lowest frequency partials in the

ratios 1:2:2.4:3:4, which correspond musically to tonic, octave, minor third, perfect fifth and second octave. These are given the suitably descriptive names of hum, fundamental, tierce, quint and nominal. These are labelled as H, F, T, Q and N respectively in the figures. Having specifically tuned these five musical partials it transpires, at least for the bells of one founder, that the other significant partials automatically satisfy these criteria.<sup>1</sup> Thus a superquint and supernominal, which are octaves on the quint and nominal respectively, appear with frequency ratios of 6 and 8 relative to the hum. Consequently the bell's strike note coincides with the fundamental,<sup>3</sup> greatly helping consonance. It should be noted that, although the tierce (minor third) is the only one of the musical partials listed which does not fit into the harmonic sequence, it is the one responsible for the 'ethereal' quality of the church bell sound.

[...]

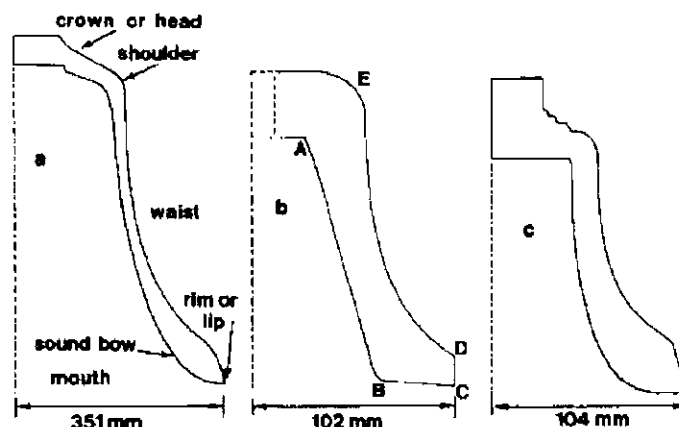


Fig. 1. Profiles of (a) Taylor church bell; (b) small Taylor carillon bell; (c) small Paccard carillon bell.

## 2 NORMAL MODES OF BELLS

Group theoretical arguments show<sup>1</sup> that the basic axial symmetry of a bell has important consequences for its normal modes and hence the partials in its sound. All non-axisymmetric modes are required to occur as degenerate pairs or 'doublets' whose modal functions vary as  $\sin(m\theta)$  and  $\cos(m\theta)$  where  $\theta$  is the angle of rotation about the symmetry axis. The values of  $m$  must be integers to make the functions single valued. Axisymmetric (singlet) modes have  $m = 0$ . Thus the nodal patterns contain  $2m$  evenly spaced meridians, with those of one doublet member laying midway between those of the other, and  $n$  circles parallel to the rim. If the bell were truly axisymmetric the absolute locations of the meridians would be indeterminate until fixed by initial conditions imposed by clapper impact. However, small symmetry breakings inevitably occur in real bells, fixing the absolute locations of the meridians and producing small differences between the frequencies of the doublet members. What is then heard is a single note between the two split frequencies with beating superimposed at their frequency difference. The beat amplitude depends on the clapper strike point. This phenomenon is known as 'warble' to campanologists and has been discussed in detail elsewhere by some of the present authors.<sup>5,6,7</sup> Some warble is considered desirable, as it contributes to the bell's individual character, but an excess is to be avoided. It is the degenerate pair of modes together which produce a single partial in the bell's sound. In this paper we shall use the bellfounders' names for partials to describe the associated normal modes also. The above description of the normal modes applies equally well to the radial  $u$ , tangential  $v$  and longitudinal  $w$  components of the bell's motion. The acoustically important modes all have relatively large radial components. Consequently it has become customary to classify partials in terms of the nodal pattern for  $u$ , although  $v$  and  $w$  components are usually also present. Details of the five 'musical' partials actively tuned by bell founders and the properties of the corresponding normal modes are summarised in Table 1. They are the five partials lowest in frequency so it is perhaps surprising that neither the  $m = 0$  'breathing' nor the  $m = 1$  'swinging' modes are included. Such modes do exist but are both higher in frequency and unimportant because they are difficult to excite. The 'fundamental' is not the mode that a physicist would normally dignify with that title: he would give that to the founders' 'hum'.

[...]

TABLE 1  
English names, nodal patterns, relative frequencies and musical intervals for the musical partials in a tuned church bell

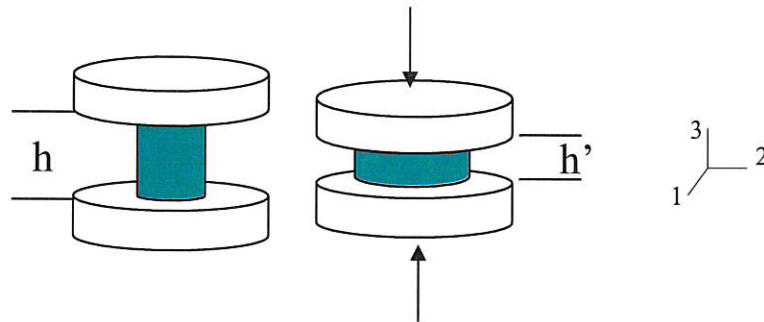
| Partial     | $m$ | $n$          | Frequency ratio | Musical interval |
|-------------|-----|--------------|-----------------|------------------|
| Hum         | 2   | 0            | 1               | Tonic            |
| Fundamental | 2   | 1            | 2               | Octave           |
| Tierce      | 3   | 1 (in waist) | 2.4             | Minor 3rd        |
| Quint       | 3   | 1 (near rim) | 3               | Perfect 5th      |
| Nominal     | 4   | 1 (in waist) | 4               | 2nd octave       |

$2m$  = nombre de nœuds dans la circonférence de la cloche.  
 $n$  = nombre de nœuds dans la parois de la cloche.

## Projet 4 : Essai de compression à chaud sur un alliage d'aluminium

Avant déformation l'échantillon est un cylindre de rayon 10 mm et de hauteur 20 mm  
Le matériau a un comportement élasto-plastique bilinéaire isotrope :

( $E = 15 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$ , module tangent = 500 MPa)



1 - Dans un premier temps, nous étudierons les deux cas extrêmes : **glissement sans frottement** (1<sup>er</sup> cas) et **glissement impossible** (2<sup>ème</sup> cas) entre l'échantillon et l'outil. Avec ces modèles nous n'avons pas à modéliser les plateaux de compression, leurs effets seront simplement pris en compte dans les conditions aux limites appliquées à l'échantillon. L'objectif est d'étudier l'évolution de la forme de l'éprouvette ainsi que le domaine de validité de ces deux modèles.

1-1 Décrire la géométrie du problème et les éléments choisis (La taille des éléments sera de 2 mm). Détailler les conditions aux limites dans les deux cas. Le taux de réduction est de 40%.

1-2 Comparer **et commenter** les résultats obtenus avec les deux modèles :

- Tracer l'évolution de la force appliquée en fonction du déplacement imposé.
- Faire un schéma de la forme de l'éprouvette à partir du déplacement des différents nœuds situés sur le côté de l'éprouvette à la fin de l'essai.
- La répartition des contraintes est-elle homogène dans l'échantillon. Comment varient la contrainte  $\sigma_{33}$  et contrainte hydrostatique dans la section située à mi hauteur de l'échantillon après déformation.

1-3 Que se passe-t-il si le taux de réduction est plus important (60%). Les modèles sont-ils toujours valables ?

2 – Modéliser l'échantillon et le dispositif expérimental pour étudier le cas du glissement avec frottement. Etudier en particulier l'influence du coefficient de friction sur la forme de l'éprouvette après un taux de réduction de 50%. Les plateaux de compression sont en acier.

3 - Proposer des améliorations