LDD1 MPSI

Systèmes Oscillants (phys106)
Examen partiel du 15 mars 2021

Durée : 2h

L'utilisation de documents, téléphones portables... est interdite. Les calculatrices sont autorisées.
Les différentes parties du sujet sont indépendantes,
Le barème est fourni à titre indicatif.
On pourra consulter avec profit les rappels donnés à la fin de l'énoncé.

Vibration d'une molécule diatomique

On considère une molécule diatomique hétéronucléaire AB formée de deux atomes A et B différents de masses respectives m_A et m_B. On note r la distance entre les deux atomes et μ la masse réduite du système. On rappelle que $\mu = m_A m_B/(m_A + m_B)$. On note $U(r)$ l'énergie potentielle d'interaction entre les 2 atomes. Une forme approchée de $U(r)$ est donnée par le potentiel de Morse :

$$U(r) = U_0\Big(1 - \exp\big(-a(r - r_0)\big)\Big)^2,$$

où U_0, a et r_0 sont des constantes positives.

1. Montrer que $U(r)$ possède un minimum pour une valeur r_* de r que l'on précisera.
2. Tracer $U(r)$ en fonction de r.
3. Donner une interprétation physique de chacun des termes U_0, a et r_0.
4. D'après ce qui précède, on peut utiliser l'approximation harmonique au voisinage du minimum de $U(r)$:

   $$U(r) \simeq U(r = r_*) + \frac{1}{2}\mu\omega^2(r - r_*)^2.$$

   Exprimer la pulsation ω en fonction de U_0, a et μ.
5. En déduire la longueur d'onde λ correspondante en fonction de U_0, a, μ et de la vitesse de la lumière c.
6. Rappeler la relation entre ω et la constante de raideur équivalente k.
7. Application à la molécule CO. On donne $m_C \simeq 1.99 \times 10^{-26}$ kg, $m_O \simeq 2.66 \times 10^{-26}$ kg et la constante de raideur équivalente $k \simeq 1895$ N.m^{-1}. Calculer numériquement μ puis donner l'ordre de grandeur de la ou des longueur(s) d'onde pouvant être absorbées/émises ? Quel est le domaine du spectre électromagnétique correspondant ?
8. Discuter de la validité du modèle développé dans cet exercice.

Circuit LC parallèle

On considère une maille LC alimentée par un générateur de tension continue E (voir schéma 1). Les fils conducteurs sont supposés sans résistance. A t=0, on ferme l'interrupteur K, la capacité étant initialement déchargée.

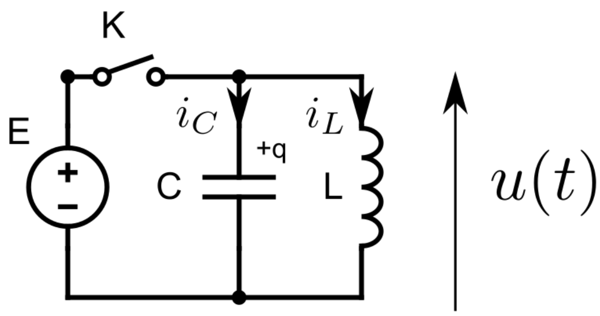

Figure 1: Schéma de la maille LC étudiée.

1. <u>Conditions initiales.</u> Justifier qu'à $t = 0$, $i_C(t = 0) = i_L(t = 0) = 0$. Comme $q(t = 0) = 0$, en déduire que $u(t = 0) = 0$.
2. <u>Loi de Kirchhoff</u>. Quelle relation existe-t-il entre i_L et i_C ?
3. La capacité C et la bobine L étant en parallèle, en déduire l'équation du circuit :
$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{LC} i_L = 0. \tag{1}$$
4. Ecrire la pulsation naturelle du circuit ω_0 en fonction de L et C.
5. Ecrire la solution générale de l'équation 1 en fonction de ω_0 et du temps et de deux constantes arbitraires.
6. Déterminer complétement $i_L(t)$ à l'aide des conditions initiales. En déduire $u(t)$.
7. Rappeler les expressions des énergies stockées dans la capacité E_C et dans la bobine E_L.
8. Déterminer $E_C(t)$ et $E_L(t)$ ici. Que vaut $E_C(t) + E_L(t)$? Interpréter physiquement.

Rappels potentiellement utiles:

Constante de Planck : $\hbar \simeq 1.05 \times 10^{-34}$ J.s $\simeq 197$ MeV.fm.