L1 DLMP 2019

Systèmes oscillants (Phys106)

Interrogation du 23 mars 2020

Durée : 1h

Documents de toutes sortes interdits. Calculatrices interdites.

Oscillations libres et forcées d'un oscillateur mécanique

On considère un système mécanique assimilable à un oscillateur harmonique à une dimensions et entretenu par une force périodique de pulsation ω. L'équation du mouvement dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen s'écrit ainsi :

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t. \tag{1}$$

1. Interpréter les différents termes de l'équation (1).
2. Définir la pulsation naturelle de l'oscillateur ω_0 en fonction de k et m.
3. De même définir le facteur de qualité Q en fonction de m, α et ω_0.
4. Réécrire l'équation (1) en faisant apparaitre ω_0 et Q cette fois.

   On s'intéresse d'abord au régime transitoire, c'est à dire à la solution de l'équation homogène associée à (1).
5. Rappeler les 3 régimes possibles et leurs conditions en fonction de Q.

   On suppose dans toute la suite que $Q \gg 1$.
6. Donner la solution du régime transitoire en prenant une position initiale nulle ($x(t = 0) = 0$) et une vitesse initiale $\dot{x}(t = 0) = v_0$.
7. Quelle durée minimale t_{min} doit s'écouler avant de pouvoir considérer en pratique que le régime transitoire s'annule ? Exprimer t_{min} en fonction de ω_0 et Q.

   On s'intéresse maintenant au régime permanent (équation (1) complète) et on passe en notation complexe, $x(t) = \Re\big(\underline{x} \exp(j\omega t)\big)$, où $\Re(z)$ dénote la partie réelle de z.
8. Ecrire l'équation scalaire à laquelle obéit l'amplitude complexe $\underline{x}$.
9. En déduire le module $A(\omega)$ de $\underline{x}$ en fonction de ω_0, Q et F_0/m.
10. Montrer que $A(\omega)$ admet un maximum (on rappelle qu'on suppose $Q \gg 1$) pour une certaine pulsation ω_m que l'on exprimera en fonction de ω_0 et Q. Comment nomme-t-on le phénomène mis ainsi en évidence ?