Exe I :

Partie 1 :

1) On a :

2pt $U(t) = L\dfrac{di_L}{dt}$ donc i_L est continue, alors $\boxed{i_L(0)=0}$

$i_C = C\dfrac{dU(t)}{dt}$ donc $U(t)$ est continue, alors $U(0)=E$

soit $i_r(0)\,r = E \Rightarrow \boxed{i_r(0) = \dfrac{E}{r}}$

de même pour i, $\boxed{i(0) = -\dfrac{E}{R}}$ suivant la convention.

$i_C = i - i_L - i_r$ donc $i_C(0) = -\dfrac{E}{R} - 0 - \dfrac{E}{r}$

$\Rightarrow \boxed{i_C(0) = -E\dfrac{(r+R)}{Rr}}$.

1pt 2) $U(0)=E$ comme vu précédemment.

3) On sait que :

2pt $i = i_L + i_r + i_C$ (I)

$U(t) = i_r r = -iR = L\dfrac{di_L}{dt}$ (II)

on dérive (I)

$$\frac{d\left(-\dfrac{U(t)}{R} = i_L + \dfrac{U(t)}{r} + C\dfrac{dU(t)}{dt}\right)}{dt} \Rightarrow -\frac{dU(t)}{dt} = \frac{RU(t)}{L} + \frac{R}{r}\frac{dU(t)}{dt} + RC\frac{d^2U(t)}{dt^2}$$

soit $\ddot{U}(t) + \dfrac{R+r}{RrC}\dot{U} + \dfrac{1}{LC}u = 0$

4) La forme cannonique est :

1pt $$\ddot{X} + 2\lambda\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$$

par identification on a :

$$\lambda = \frac{R+r}{2RrC} \quad ; \quad \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad /$$

5) Les 3 régimes sont :

1pt régime oscillant (pseudo-~~oscillant~~ périodique) :

pour $\Delta = 4\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$ $\quad U(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\Omega t + \varphi)$

régime critique :

pour $\Delta = 4\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$ $\quad U(t) =$

régime apériodique

pour $\Delta = 4\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$ $\quad U(t) =$

Partie 2 :

1pt 1) si $r = -R$ on a : $\lambda = 0$, on est dans le régime oscillant (pseudo - périodique) mais sans amortissement.

$$U(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$U(0) = E \Rightarrow A\cos(\varphi) = E$$

$$\frac{dU(t)}{dt} = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \varphi), \text{ et } i_C(0) = \frac{-E(r+R)}{rR} = C\frac{dU(t)}{dt}$$

donc :

$$-\frac{\cancel{1}}{\sqrt{LC}} A \sin(\phi) = -\frac{E(r+R)}{r\cancel{*}R}$$

$$\Rightarrow \tan(\phi) = \frac{(r+R)}{rR}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

et. $A^2 = \frac{E^2(r+R)^2}{r^2R^2}\frac{L}{C} + E^2$

1pt 2) Les oscillations sont infinies avec une pulsation de $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

1pt 3) Le régime est entretenu par l'énergie apportée par l'AOP (composant actif).

1pt 4) Si $r << -R$ on aurait.

$\lambda = -\frac{1}{2RC}$ => cela dépendra de ω_0

si c'est un régime pseudo-périodique cela va diverger

Ex II :

Partie I :

1) U_0 est en J

a est en m^{-1}

2) Soit $\frac{dU(r)}{dr} = U_0\left(-2a\, e^{-2a(r-r_e)} + 2a\, e^{-a(r-r_e)}\right)$

$= 2aU_0\left(e^{-a(r-r_e)} - e^{-2a(r-r_e)}\right)$

$\frac{dU(r)}{dr} = 0$ si $a(r-r_e) = 2a(r-r_e)$

$\Rightarrow r - r_e = 0 \Rightarrow r = r_e$

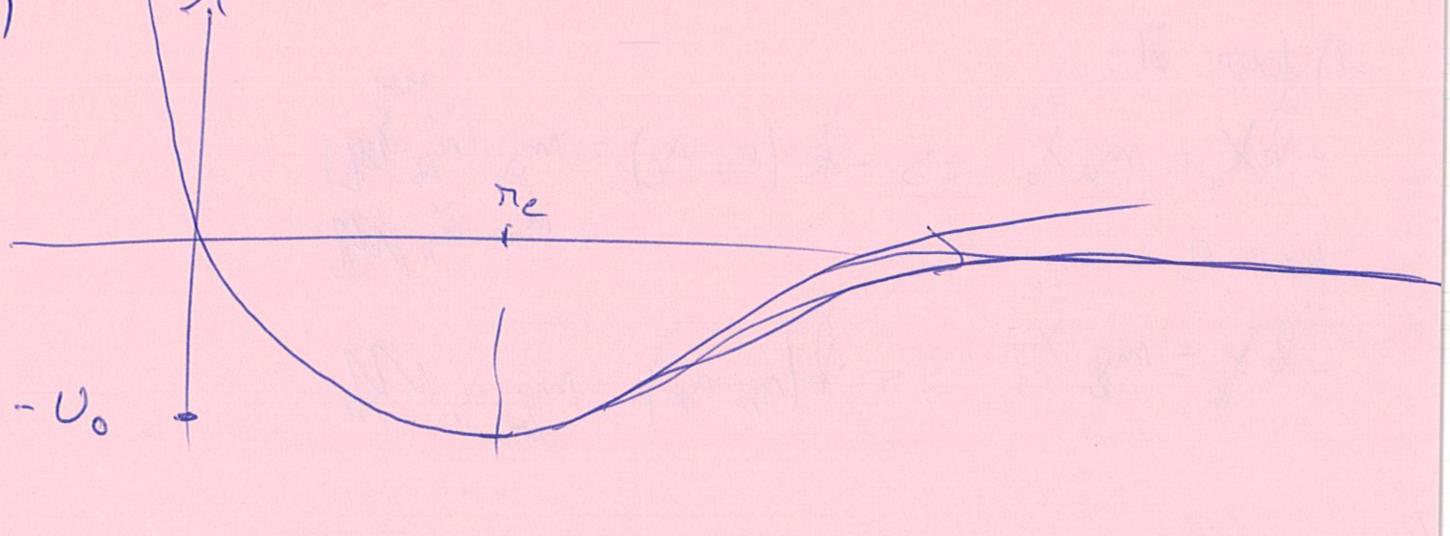
$\frac{d^2U(r_e)}{dr} = 2aU_0\left(-a e^{-a(r-r_e)} + 2a\, e^{-2a(r-r_e)}\right)$

$= 2a^2U_0\left(2e^{-2a(r-r_e)} - e^{-a(r-r_e)}\right)$

$= 2a^2U_0$ le signe de $\frac{d^2U(r_e)}{dr}$ dépend du signe de U_0

donc il y a un minimum local en $r = r_e$, si le système est en cette position il est en position stable.

3)



4) $U(x) = U_0 + a^2 U_0 x^2$

La force résultante de l'énergie potentielle est :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\left(U(x)\right) = -\frac{dU(x)}{dx}\,\vec{x}$$

$$\vec{F} = -2a^2 U_0 x\,\vec{x}$$

$$= -kx\,\vec{x}$$

soit $k = 2a^2 U_0$

~~avec le théorème fondamental de la dynamique on a~~

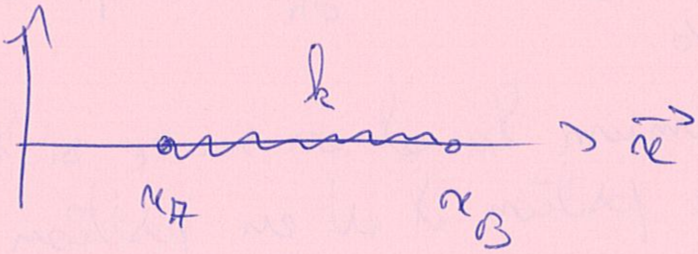
~~sur A : en $\vec{x}$:~~

~~$-kx = m_a \ddot{x}$~~

~~sur B~~

~~$-kx = m_B \ddot{x}$~~

Partie II :



1) pour A :

$$-kX_a = m_a \ddot{X}_a \Rightarrow -k(x_A - x_B) = m_a(\ddot{x}_A - \cancel{\ddot{x}_B})$$

$$= m_a \ddot{x}_A \cancel{\ddot{x}_B}$$

pour B

$$-kX_B = m_B \ddot{X}_B \Rightarrow -k(x_B - x_A) = m_B \ddot{x}_B \cancel{\ddot{x}_A}$$

2) avec la différence :

$$\cancel{-kd - 2kd = m_B \ddot{x}_B - m_a \ddot{x}_A}$$

$$-m_a kd - m_B kd = m_a m_B (\ddot{x}_B - \ddot{x}_A)$$
$$= m_a m_B \ddot{d}$$

$$\Rightarrow \ddot{d} + \frac{m_a + m_B}{m_a m_B} kd = 0$$

avec la somme :

$$m_a \ddot{x}_A + m_B \ddot{x}_B = 0 \Rightarrow \ddot{S} = 0$$

oui les équations sont découplées.

3) On a !

$$d = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{(m_a + m_B) k}{m_a m_B}} = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$ |-> masse réduite

4) $m_A = 1,99 \cdot 10^{-26}$ kg
$m_B = 2,66 \cdot 10^{-26}$ kg

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = 6,43 \cdot 10^{13}\ \mathrm{Hz}$$

$\Rightarrow \lambda = 4,67\ \mu m$ = IR

5) $\ddot{S} = 0 \Rightarrow$ accélération nulle, mouvement isolé
$\Rightarrow$ vitesse constante. = mouvement du centre des masse (la molécule).