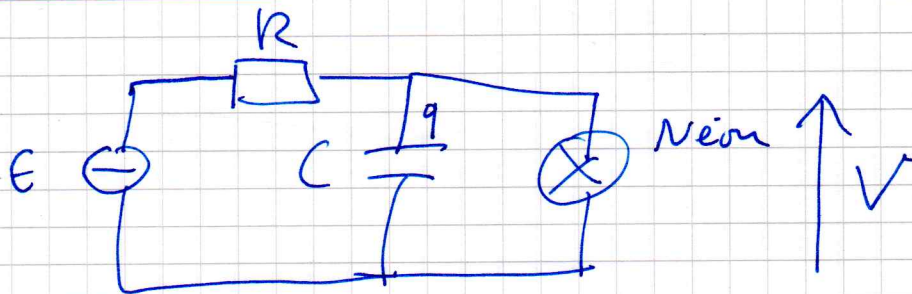


Oscillations de relaxation



$\left\{ \begin{array}{l} \text{si lampe néon éteinte : résistance } \infty \\ \text{allumée : } r \text{ (} r \ll R \text{)} \end{array} \right.$

si $V = V_a$, la lampe s'allume et reste allumée tant que $V > V_e$

$$\text{on a } \boxed{E > V_a > V_e}$$

À $t=0$ on ferme l'interrupteur, la capa étant initialement déchargée.

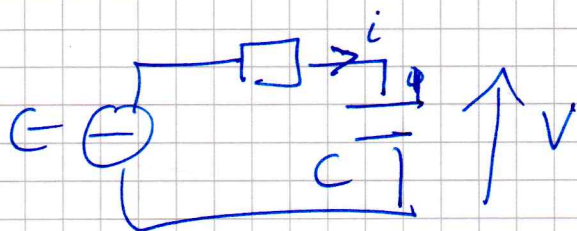
a) $V(t)$?

• 1^{er} allumage :

$t = 0^+$: V c'est aussi la tension aux bornes de la capa : $V = \frac{q}{C}$ au début $q = 0^+$: V est donc très faible et donc $< V_a$

$\Rightarrow$ au début le néon est éteint et sa résistance est donc ∞

le circuit se restreint donc à



et on a donc la charge de la capa
(régime transitoire standard d'un
circuit RC)

cette charge va se poursuivre tant que $V < V_a$
(et qd $V = V_a \rightarrow$ changement de régime)

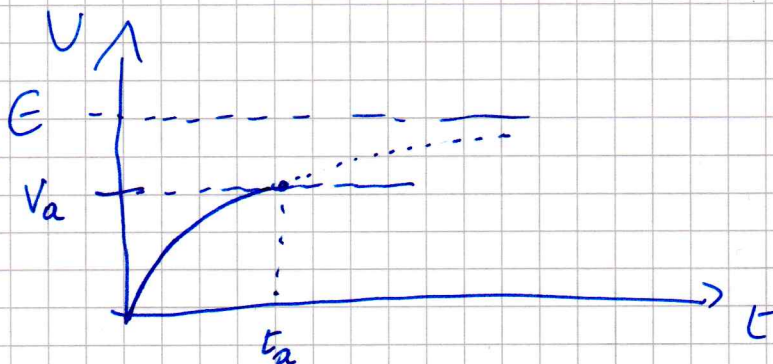
Mailles: $E = Ri + \frac{q}{C}$

$$E = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

ou $E = RC \frac{dV}{dt} + V$ (car $V = \frac{q}{C}$)

sol^u (régime perm + sol^u transitoire avec
condition initiale $V(t=0) = 0$):

$$V(t) = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\tau = RC)$$



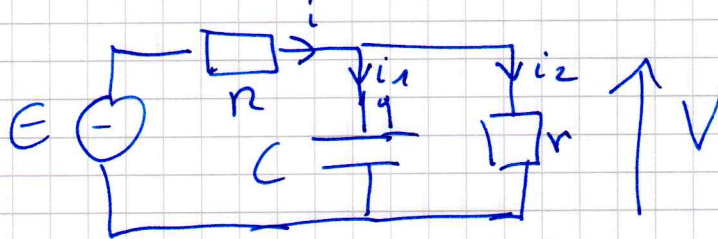
à l'instant t_a / $V(t_a) = V_a$ le
néon s'allume.

$$t_a? \quad V(t_a) = V_a$$

$$\Rightarrow E(1 - e^{-t_a/\tau}) = V_a$$

$$\Rightarrow t_a = -\tau \ln\left(1 - \frac{V_a}{E}\right)$$

si $t \geq t_a$: nous ($\Rightarrow$) résistance r



$$\left\{ \begin{array}{l} V = r i_2 = \frac{q}{C} \quad i_2 = \frac{dq}{dt} \\ i = i_1 + i_2 \end{array} \right.$$

Modèle: $E = R i + \frac{q}{C} = R(i_1 + i_2) + V$

avec $R i_2 \quad i_2 = \frac{V}{r}$

et $i_1 = C \frac{dV}{dt}$

$$\hookrightarrow E = RC \frac{dV}{dt} + \frac{R}{r} V + V$$

$$E = RC \frac{dV}{dt} + \left(1 + \frac{R}{r}\right) V$$

soit en vte $E = RC \frac{dV}{dt} + \left(\frac{R+r}{r}\right) V$

mais $r \ll R \Rightarrow \frac{R+r}{r} \approx \frac{R}{r}$

$$E \approx RC \frac{dV}{dt} + \frac{R}{r} V$$

$$\text{sol}^n: V(t) = \frac{n}{R} E + A e^{-t/\tau'}$$

$\uparrow$ solⁿ part. $\uparrow$ solⁿ gale
 eqⁿ homogène

avec $\tau' = RC$ (eqⁿ homo: $0 = RC \frac{dV}{dt} + \frac{R}{n} V$)
 $\hookrightarrow nC \frac{dV}{dt} + V = 0$

avec la condition initiale :

$$\text{à } t = t_a, V = V_a$$

on décale l'origine des temps à t_a :

$$\text{à } t = 0 \quad V = V_a$$

$$\rightarrow V_a = \frac{n}{R} E + A$$

$$A = V_a - \frac{n}{R} E$$

$$\text{d'où } V(t) = \frac{n}{R} E + \left(V_a - \frac{n}{R} E \right) e^{-t/\tau'}$$

$$\text{si } t \rightarrow \infty \quad V \rightarrow \frac{n}{R} E \ll E \quad (\tau \rightarrow 0 \text{ car } n \ll R)$$

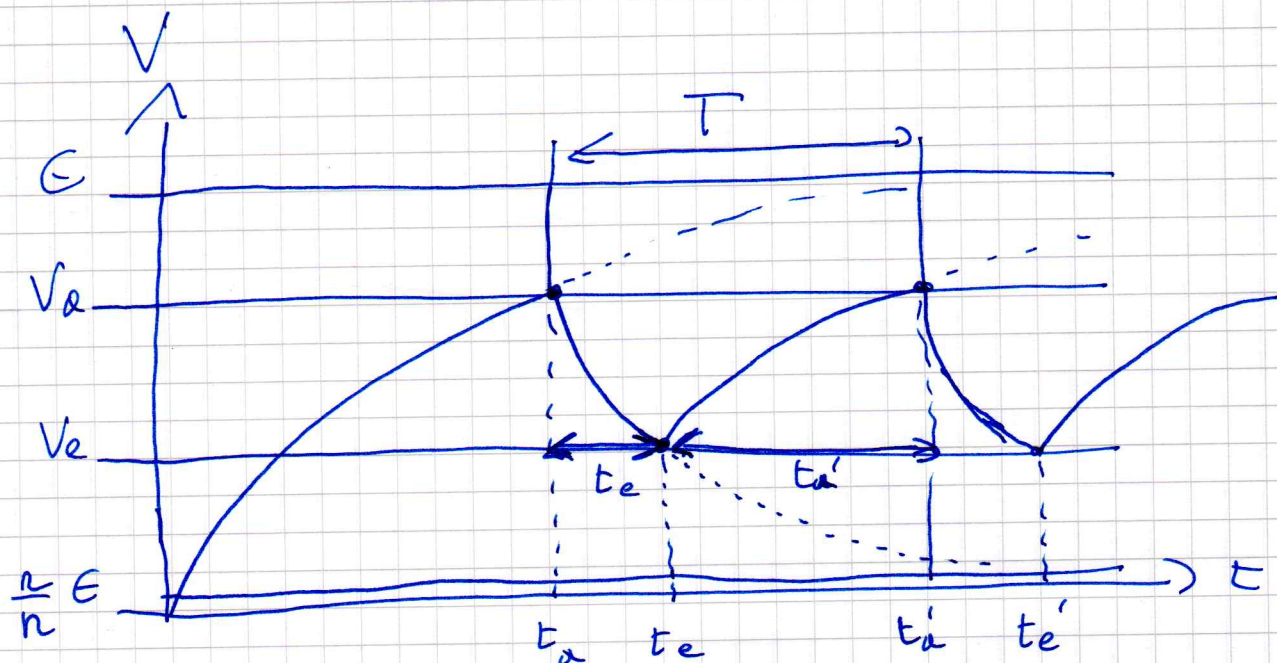
~~exemple~~ :

et cette expression est valide tant que $V > V_e$

ie jusqu'à l'instant t_e / $V(t_e) = V_e$

et à t_e , le néon s'éteint et le cycle recommence

b)



→ $V(t)$ oscille !

c) $T = t_e + t_a'$ en prenant l'origine des temps en t_a
d'après page précédente $t_e / V(t_e) = V_e$

$$\Rightarrow \frac{R}{n} E + (V_a - \frac{R}{n} E) e^{-t_e/\tau'} = V_e$$

$$\text{d'où } e^{-t_e/\tau'} = \frac{V_e - \frac{R}{n} E}{V_a - \frac{R}{n} E} \approx \frac{V_e}{V_a}$$

$$\text{d'où } t_e \approx -\tau' \ln\left(\frac{V_e}{V_a}\right) = \tau' \ln\left(\frac{V_a}{V_e}\right)$$

$$t_e \approx RC \ln\left(\frac{V_a}{V_e}\right)$$

t_a' : temps de la "2ème montée"

on prend t_a nouvelle origine des temps

$$t=0: V=V_e$$

$$\text{et } t=t_a' \quad V=V_a$$

on reprend l'éq^{re} du 1er régime
(non éteint) avec condition
initiale $V = V_e$:

$$E = RC \frac{dV}{dt} + V$$

$$\Rightarrow V = E + A e^{-t/\tau_0} \quad \tau_0 = RC$$

$\nearrow$ solⁿ part. $\nwarrow$ solⁿ éq^{re} homogène.

avec à $t=0$, $V = V_e$:

$$E + A = V_e \Rightarrow A = V_e - E$$

$$\text{d'où } V(t) = E + (V_e - E) e^{-t/\tau_0}$$

$$\text{et } t_a' / V_a = E + (V_e - E) e^{-t_a'/\tau_0}$$

$$\text{soit } e^{-t_a'/\tau_0} = \frac{V_a - E}{V_e - E}$$

$$\Rightarrow t_a' = -\tau_0 \ln \frac{V_a - E}{V_e - E}$$

$$t_a' = RC \ln \frac{V_e - E}{V_a - E}$$

on a final^t $T = t_e + t_a' =$

$$\boxed{T = RC \ln \frac{V_a}{V_e} + RC \ln \frac{V_e - E}{V_a - E}}$$

$$d) \text{ MV} \quad RC \approx 10^{-6} \text{ s}$$

$$RC \approx 10^{-2} \text{ s}$$

$$T \approx 10^{-6} \ln \frac{110}{20} + 10^{-2} \ln \frac{100}{70} \quad \rightarrow$$

(le 1^{er} terme est en fait négligeable)

$$T \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T \approx 4 \text{ ms}$$