

CONCEPTION DE SYSTEMES OPTIQUES

EXAMEN - DURÉE : 3 H

CALCULATRICE AUTORISÉE
+ 1 FEUILLE A4 RECTO-VERSO DE NOTES PERSONNELLES
TOUS AUTRES DOCUMENTS INTERDITS
CONNECTIONS INTERNET INTERDITES

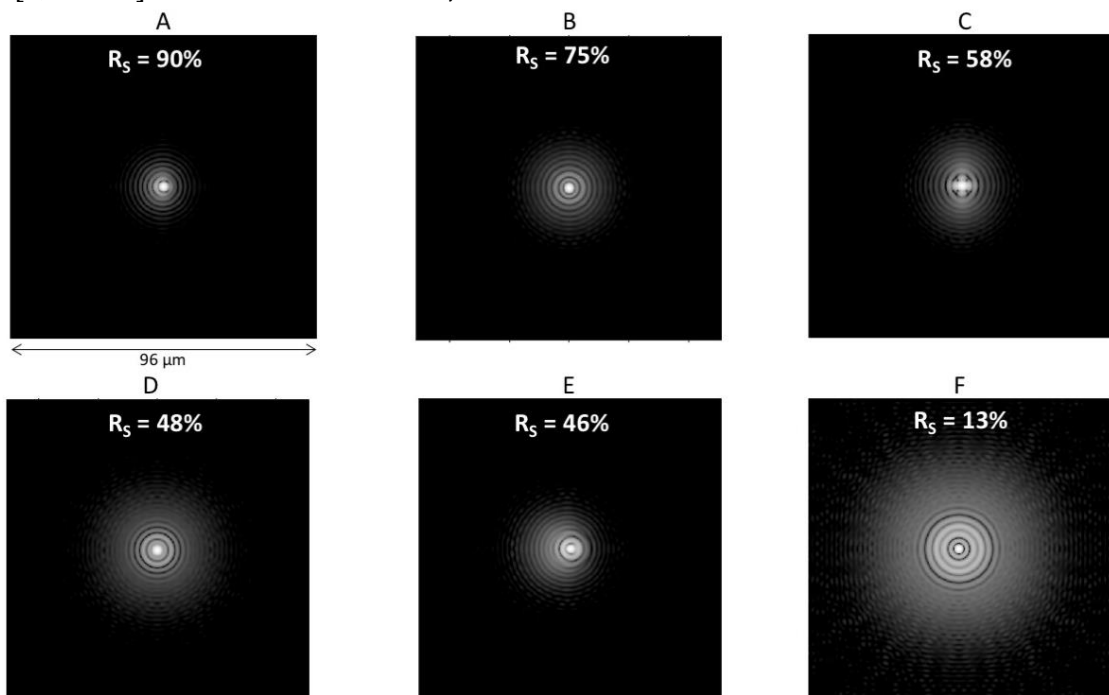
Cet examen est constitué d'un QCM et d'un problème, qui peuvent être traités indépendamment, et doivent être rendues sur des **copies séparées**.

Questionnaires à choix multiples (noté sur 5 points)

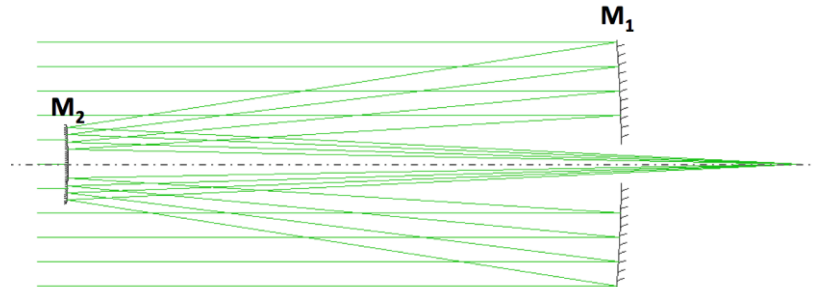
À chacune des propositions ci-dessous, choisissez **une réponse** parmi celles qui vous sont proposées – dans tous les cas une seule d'entre elles est correcte. Remplissez le tableau donné en annexe. Une bonne réponse rapporte **+1**, tandis qu'une mauvaise vaut **-0,25** et l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève aucun point. La note finale à ce QCM ne pourra être négative.

1. Parmi les différentes réponses percussionnelles reproduites ci-dessous, quelle est celle qui est associée à l'écart normal aberrant $\Delta(u, \varphi) = 0,1\lambda \times Z_{40}(u, \varphi) + 0,1\lambda \times Z_{60}(u, \varphi)$, correspondant à un système optique étudié à $\lambda = 1 \mu\text{m}$ d'ouverture numérique $\sin \alpha'_m = 0,10$?

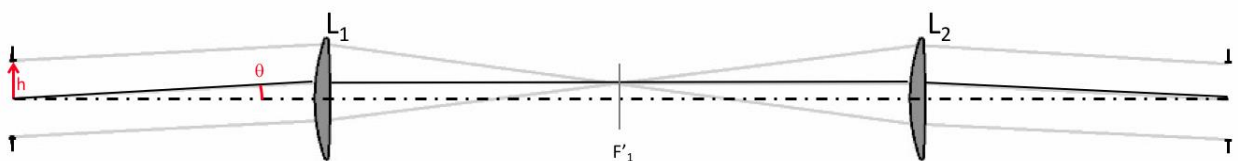
Toutes ces réponses percussionnelles sont reproduites en niveau de gris et en échelle logarithmique [0, -40 dB] sur un carré de côté $96 \mu\text{m}$.



2. Le télescope de Ritchey-Chrétien est une configuration à deux miroirs conçue pour être rigoureusement aplanétique (corrigée de l'aberration sphérique et de la coma) pour un objet à l'infini. Le miroir primaire est convergent, et le secondaire est divergent. Quelle est la forme de chaque miroir pour obtenir cette correction ?



- Les deux miroirs sont sphériques, les aberrations du miroir primaire étant compensées par celles du miroir secondaire par un choix correct des rayons de courbure.
 - Le miroir primaire est sphérique et le secondaire est asphérisé de sorte à corriger les aberrations globales du télescope dans son ensemble.
 - Le miroir secondaire est sphérique, seul le miroir primaire est asphérisé pour corriger les aberrations du télescope dans son ensemble.
 - Le miroir primaire est parabolique et le secondaire est hyperbolique, ainsi chaque miroir est séparément aplanétique.
 - Les deux miroirs sont asphérisés conjointement, de sorte à ce que les aberrations du télescope soient globalement corrigées.
3. Soit un dispositif afocal de grossissement angulaire $G_\theta = -1$, réalisé à partir de deux lentilles identiques placées selon la figure ci-dessous. La pupille d'entrée est située dans le plan focal objet de la 1^{ère} lentille (L_1). L'écart normal de L_1 présente une aberration sphérique résiduelle du 3^{ème} ordre d'amplitude $\Delta_{AS} = 0,2 \lambda$, à laquelle s'ajoute une coma du 3^{ème} ordre $\Delta_C = 0,5 \lambda$ (amplitudes en bord de pupille exprimées dans la base de Seidel, à $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$) pour un point objet observé sous un angle de 1° .



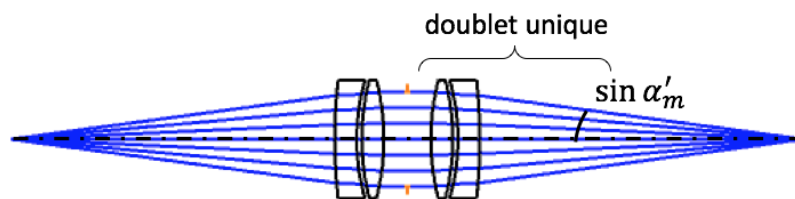
Dans la configuration choisie, les aberrations de l'ensemble afocal seront alors, pour un point objet dans le champ :

- Nulles ! Les aberrations se compensent exactement, puisque les lentilles sont identiques et la conjugaison de grossissement -1.
- Impossibles à prévoir : les deux lentilles ne travaillent pas dans la même configuration !
- L'aberration sphérique est doublée, mais la coma se compense exactement dans cette configuration symétrique : $\Delta_{AS} = 0,4 \lambda$ et $\Delta_C = 0$.
- L'aberration sphérique est compensée, mais la coma est doublée, par application du principe du retour inverse de la lumière : $\Delta_{AS} = 0$ et $\Delta_C = 1,0 \lambda$.
- Les aberrations se somment, par application du théorème de Gouy : $\Delta_{AS} = 0,4 \lambda$ et $\Delta_C = 1,0 \lambda$.

4. Une lunette afocale est constituée d'une lentille convergente L_1 de focale $f_1 = 250$ mm et d'une lentille divergente L_2 de focale $f_2 = -125$ mm. La lunette est conçue de sorte à assurer une correction parfaite du chromatisme principal et de l'aberration sphérique. Lors du montage de la lunette, L_2 est malencontreusement excentrée (cf. figure). Quel est l'impact de ce défaut d'excentrement sur les performances de la lunette :

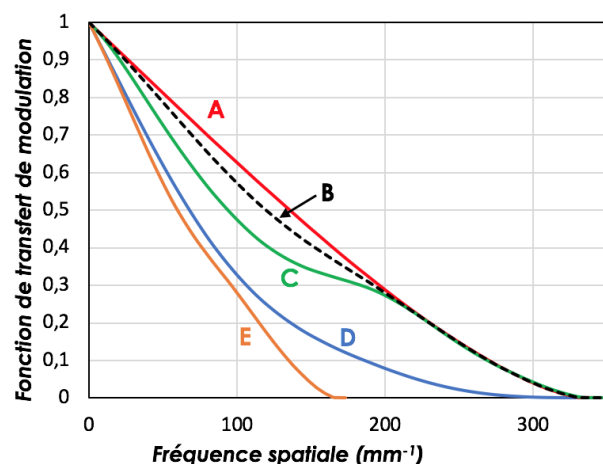


- Ce défaut ne dégrade heureusement pas la lunette, car elle est corrigée des aberrations pour un point-objet sur l'axe.
 - Les performances de la lunette restent inchangées, à condition de considérer que son axe optique a été décalé de $d/2$.
 - L'aberration sphérique et le chromatisme de L_1 ne sont plus exactement compensés par L_2 .
 - Le chromatisme de la lunette reste corrigé, mais non l'aberration sphérique : la lunette n'est plus en limite de diffraction sur l'axe.
 - La lunette reste corrigée du chromatisme et de l'aberration sphérique, mais l'excentrement de L_2 fait apparaître d'autres aberrations même pour un point sur l'axe.
5. On considère un système de deux doublets utilisés tête-bêche, dans une configuration parfaitement symétrique de grandissement -1 (foyer $\rightarrow \infty \rightarrow$ foyer), d'ouverture numérique $\sin \alpha'_m = 0,10$, travaillant pour un point-objet sur l'axe à $\lambda = 600$ nm. La fonction de transfert de modulation d'un doublet seul, en conjugaison infini-foyer, est reproduite ci-dessous (courbe B) en fonction de la fréquence spatiale dans l'espace-image. Dans cette configuration, ce doublet présente une faible aberration sphérique.



Parmi les différentes courbes reproduites sur cette figure, quelle est celle qui correspond à la fonction de transfert du dispositif complet à deux doublets, dans la conjugaison de grandissement -1 ?

- Courbe A
- Courbe B
- Courbe C
- Courbe D
- Courbe E



Problème : Etude d'une paire de jumelles (noté sur 15 points)

Ce problème étudie une paire de jumelles d'astronomie amateur, telle que schématisée sur la figure 1. Ce système optique permet une observation binoculaire, c'est-à-dire avec les deux yeux. Il est constitué de deux sous-systèmes identiques (dits « monoculaires ») et symétriques par rapport au plan médian entre les deux yeux. Ces jumelles permettent l'observation d'objets lointains peu lumineux dans le spectre visible.

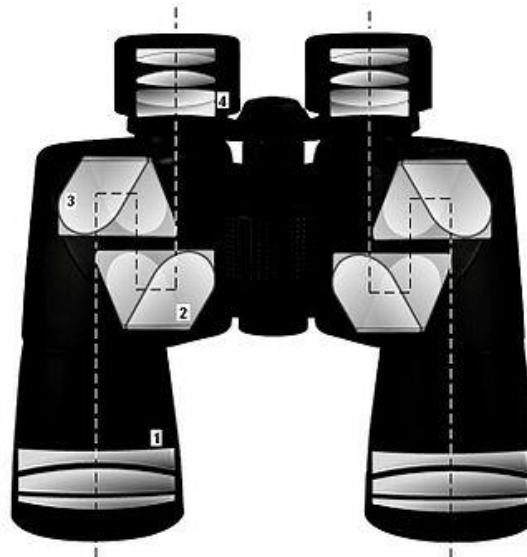


Figure 1 : Schéma de principe de jumelles. 1 : objectifs ; 2 et 3 : prismes de Porro ; 4 : oculaires.
(source : fr.wikipedia.org/wiki/Jumelles)

Les jumelles portent l'inscription 10×50 , c'est-à-dire que leur grossissement est $G = 10$ et que le diamètre des objectifs est $\phi_{Obj} = 50\text{mm}$. Ces jumelles ont un champ de vue de 6° (jumelles dites « grand champ »), c'est-à-dire qu'elles permettent de voir correctement des objets situés à l'infini dans la direction $\theta = 3^\circ$ par rapport à l'axe optique.

Les objectifs, convergents, ont une distance focale $f'_{Obj} = 250\text{mm}$. Les oculaires, également convergents, ont un diamètre $\phi_{Oc} = 35\text{mm}$.

Dans la suite on s'intéresse aux performances du système monoculaire {objectifs, paire de prismes de Porro, oculaire}. On négligera ici l'effet des prismes de Porro, qui redressent l'image donnée par les objectifs.

Enfin, l'œil de l'observateur observe à l'infini sans accommoder (œil emmétrope). On rappelle que la résolution angulaire de l'œil humain est de $1'$ (soit environ 0.3mrad) selon le critère de Rayleigh. On considérera dans ce problème que le seuil de perception des contrastes par l'œil humain est de 50%. Dans ces conditions, la plus petite période d'une mire rectangulaire à l'infini que l'œil est capable de percevoir est $2'$.

I. Dimensionnement du système monoculaire

- 1) Évaluez la focale f'_{Oc} des oculaires de cette paire de jumelles.
- 2) Évaluez dans le plan de l'image intermédiaire (plan focal objet de l'oculaire), la période p_{oeil} d'une mire rectangulaire à l'infini de plus petite période visible. En déduire la fréquence spatiale fondamentale associée (première harmonique), notée ν_{oeil} .
- 3) Entre l'objectif et l'oculaire, lequel des deux limite-t-il l'ouverture du système monoculaire ? Justifiez votre réponse.
- 4) Le choix, par le fabricant, d'oculaires de diamètre $\phi_{Oc} = 35\text{mm}$, vous semble-t-il judicieux ? Justifiez votre réponse en vous appuyant, par exemple, sur un tracé de rayons provenant d'un point objet à l'infini en bord de champ.
- 5) Évaluez, toujours dans le plan de l'image intermédiaire, la fréquence de coupure du système monoculaire à la longueur d'onde de 587nm, notée ν_c .

On observe avec la paire de jumelles, supposée dénuée d'aberrations, une mire rectangulaire de fréquence fondamentale ν_{oeil} (rapportée dans le plan de l'image intermédiaire). On rappelle que la FTM (fonction de transfert de modulation) d'un système à pupille disque circulaire limité par la diffraction est donnée, en fonction de la fréquence spatiale ν , par l'expression suivante :

$$FTM(\nu) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) - \frac{\nu}{\nu_c} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2} \right]$$

dont le tableau ci-dessous donne quelques valeurs :

ν/ν_c	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$FTM(\nu)$	1	0.87	0.75	0.62	0.50	0.39	0.28	0.19	0.10	0.04	0.00

On rappelle également que la luminance d'une mire rectangulaire de fréquence fondamentale ν se décompose en série de Fourier de la façon suivante :

$$L(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} \sin(2\pi j \nu x), \quad j \in 2\mathbb{N} + 1$$

- 6) Quelles sont les composantes fréquentielles (harmoniques) de la mire qui sont transmises par le système monoculaire, en l'absence de toute aberration ?
- 7) Exprimez la luminance $L'(x)$ de l'image de la mire dans ces conditions.

- 8) Évaluez le contraste C de l'image de la mire à travers le système, défini par $C = \frac{L'_{max} - L'_{min}}{L'_{max} + L'_{min}}$. Le système, supposé dénué d'aberrations, permet-il d'observer la mire ? Commentez sur la marge disponible en termes d'aberrations.

II. Etude de l'objectif

L'objectif est un doublet décollé, constitué de deux lentilles minces proches l'une de l'autre et de distances focales f'_1 et f'_2 . Ces focales sont calculées pour annuler le chromatisme axial primaire du doublet.

- 9) Rappeler la relation qui lie les focales f'_1 et f'_2 à celle de l'objectif, supposé mince.
- 10) Rappeler l'expression de l'écart normal aberrant $\Delta_{PAC}(h)$ de chromatisme axial primaire d'une lentille mince de focale f' et de constringence ν , à la hauteur h d'impact sur la lentille.
- 11) En déduire, par application du théorème de Gouy, une condition d'achromatisation du doublet mince. On exprimera cette condition en fonction des focales f'_1 et f'_2 et des constringences ν_1 et ν_2 des lentilles.
- 12) Déduire des questions précédentes les expressions des focales f'_1 et f'_2 de l'objectif de focale f'_{obj} , en fonction de ν_1 et ν_2 .
- 13) Évaluez numériquement les focales f'_1 et f'_2 en prenant pour les verres des lentilles, respectivement, du N-BK7 ($\nu_1 = 64$) et du SF5 ($\nu_2 = 32$).
- 14) Avec les valeurs de focales calculées ci-dessus, l'objectif est-il complètement corrigé du chromatisme paraxial ? Justifiez votre réponse.
- 15) D'après la figure 2,
- Justifiez que le plan de mise au point est le plan focal paraxial pour la longueur d'onde 587nm.
 - Quelles aberrations géométriques l'objectif présente-t-il sur l'axe ? Sont-elles du 3^e ordre ? Justifiez votre réponse.
 - Sur quels paramètres géométriques de définition de l'objectif proposez-vous de jouer pour réduire ces aberrations géométriques ? Ordonnez ces paramètres par ordre de priorité.
 - Comment expliquez-vous que ces aberrations géométriques dépendent de la longueur d'onde ?
- 16) D'après les figures 3 et 4,
- Quelles sont les dimensions de la tache de diffusion dans le plan focal paraxial du doublet ?
 - Évaluez la position du meilleur foyer en bord de champ par rapport au plan focal paraxial.
 - En déduire les écarts normaux de courbure de champ, Δ_{CRV} , et d'astigmatisme, Δ_{AST} , en bord de pupille ($Py = 1, Px = 0$) et en bord de champ ($\theta = 3^\circ$).

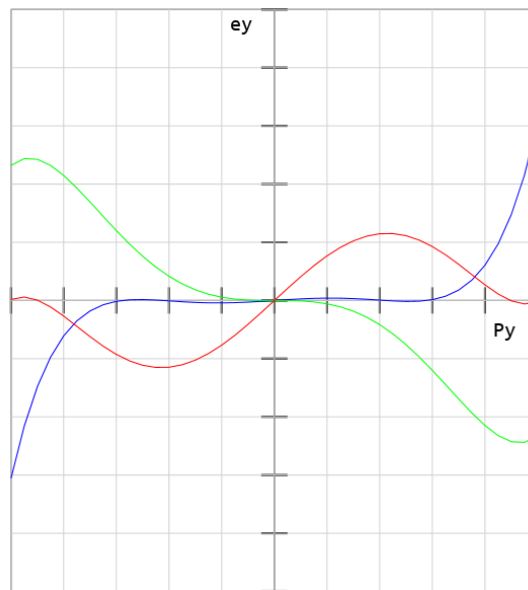


Figure 2 : aberration transverse $ey = f(Py)$ de l'objectif sur l'axe pour les trois longueurs d'onde de référence dans le spectre visible, à 656nm (rouge), 587nm (vert) et 486nm (bleu). Py désigne la variable pupillaire radiale selon y (notée u dans le cours); ey désigne l'aberration transverse (notée dy' dans le cours). Echelles : $-1 \leq Py \leq 1$, $-20\mu m \leq ey \leq 20\mu m$.

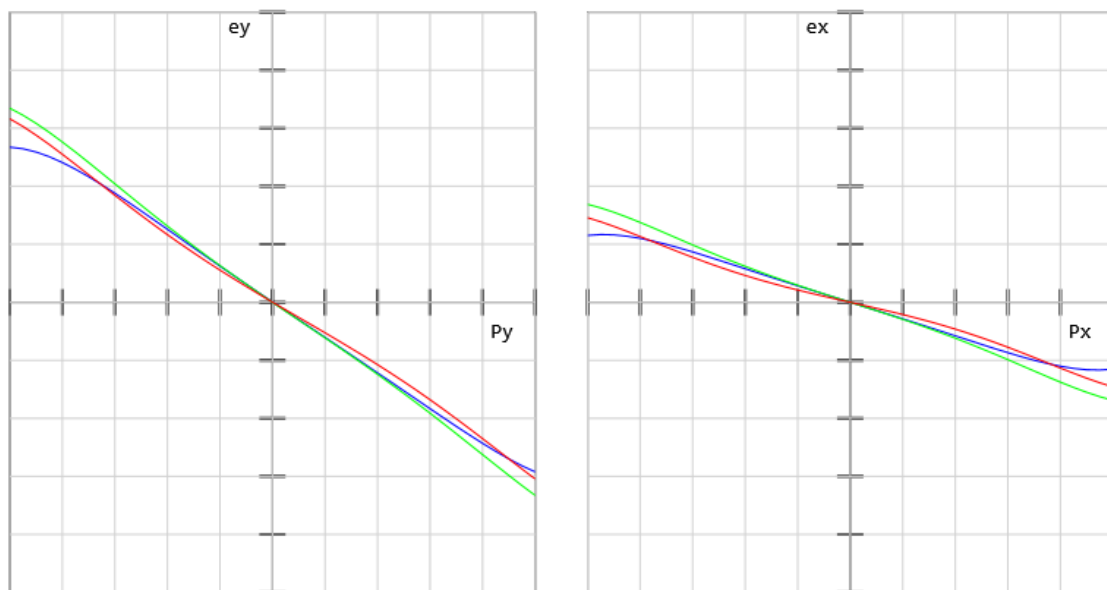


Figure 3 : aberrations transverses $ey = f(Py)$ (à gauche) et $ex = f(Px)$ (à droite) de l'objectif en bord de champ ($\theta = 3^\circ$) et pour les trois longueurs d'onde de référence dans le spectre visible, à 656nm (rouge), 587nm (vert) et 486nm (bleu). Py (ou Px) désigne la variable pupillaire radiale selon y (ou x) (notée u dans le cours); ey et ex désignent les aberrations transverses selon y et x (notées dy' et dx' dans le cours). Echelles : $-1 \leq Py \leq 1$, $-1 \leq Px \leq 1$, $-200\mu m \leq ey \leq 200\mu m$, $-200\mu m \leq ex \leq 200\mu m$.

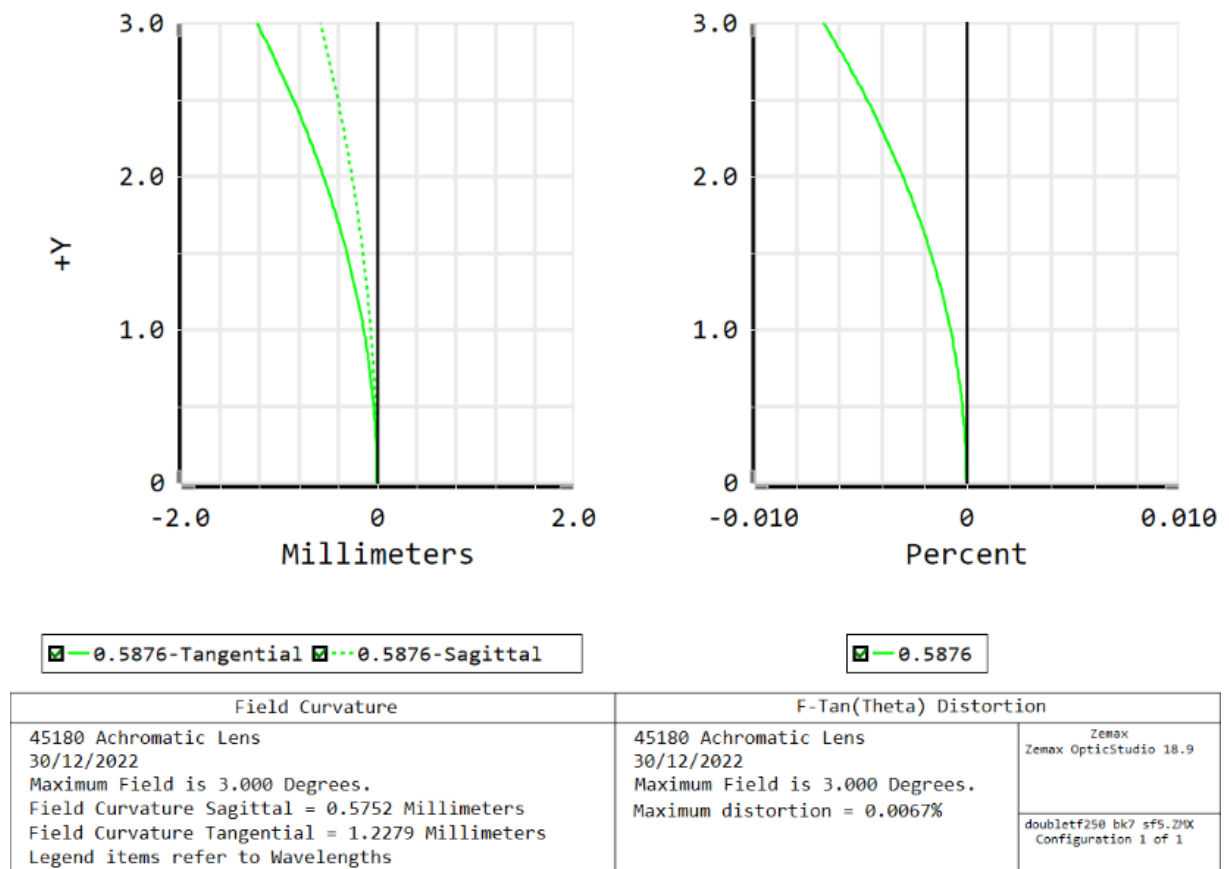


Figure 4 : Courbes de « defocus » tangentiel et sagittal (à gauche) et de distorsion (à droite) de l'objectif pour la longueur d'onde 587nm (vert). L'axe vertical désigne le champ objet selon y (en degrés) et les axes horizontaux désignent respectivement le defocus (en mm) et le % de distorsion.

III. Etude de l'oculaire et du monoculaire dans son ensemble.

Les jumelles sont équipées d'oculaires de Plössl, comme représenté sur la figure 5.

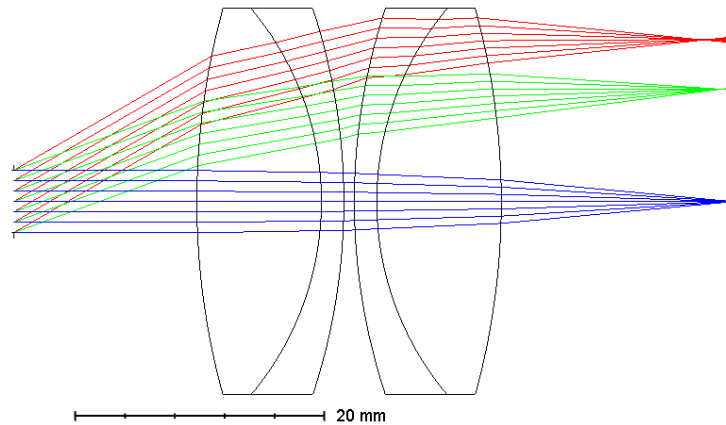


Figure 5 : Schéma de l'oculaire de Plössl. Pour les besoins de l'optimisation, la lumière se propage ici de la gauche (où se trouve l'œil), vers la droite (où se trouve le plan image intermédiaire situé entre l'objectif et l'oculaire), c'est-à-dire dans le sens opposé au sens d'utilisation de l'oculaire.

La combinaison de Plössl est celle étudiée en TD. Elle est constituée de deux doublets identiques et tête-bêche. Dans sa configuration d'optimisation, la pupille se trouve située près du foyer objet de l'oculaire : on dit qu'il s'agit d'un système « télécentrique image ».

- 17) Expliquez pourquoi le sens dans lequel on optimise l'oculaire n'a pas d'importance.
- 18) Expliquez l'intérêt d'un système « télécentrique image » du point de vue du chromatisme de grandeur apparente. Justifiez votre réponse.
- 19) Expliquez l'intérêt d'un système constitué de deux doublets tête-bêche. Quelles aberrations seront a priori réduites de ce fait ?

Le tableau 1 résume l'analyse du front d'onde réalisée sur l'objectif et sur l'oculaire séparément. L'analyse est faite, dans les deux cas, par rapport à une sphère centrée sur l'image paraxiale, et en se limitant au 3^e ordre des aberrations.

Polynôme de Zernike $Z_n^m(u, \varphi)$	Définition du polynôme	Objectif	Oculaire
$Z_0^0(u, \varphi)$	1	4.125	0.164
$Z_2^0(u, \varphi)$	$\sqrt{3}(2u^2 - 1)$	2.440	0.142
$Z_4^0(u, \varphi)$	$\sqrt{5}(6u^4 - 6u^2 + 1)$	0.032	0.037

Tableau 1 : Analyse du front de l'objectif et de l'oculaire séparément. Les coefficients sont donnés en unités de longueur d'onde (à 587nm). u désigne la variable pupillaire radiale, normalisée en bord de pupille ; φ est l'angle d'azimuth.

20) D'après le tableau 1, et en supposant le monoculaire réglé en système afocal (foyer paraxial image de l'objectif confondu avec le foyer objet paraxial de l'oculaire),

- Exprimez l'écart normal Δ en sortie de monoculaire, par rapport au front d'onde plan paraxial, en fonction de la hauteur h d'impact d'un rayon dans la pupille de sortie, pour un point objet à l'infini sur l'axe.
- En déduire le rayon angulaire de la tache aberrante à l'infini, du côté de l'observateur. L'œil peut-il résoudre cette tache ?

21) D'après les figures 4 et 6,

- La courbure de champ de l'oculaire compense-t-elle, au moins partiellement, celle de l'objectif, ou bien aggrave-t-elle la situation ? Justifiez votre réponse.
- De combien l'observateur doit-il rapprocher l'oculaire de l'objectif pour voir net en bord de champ sans accommoder ?
- Le réglage ci-dessus étant fait, de combien l'observateur devrait-il accommoder pour voir nets un point objet sur l'axe ? Est-ce réaliste ?
- Faites un schéma de l'image d'une grille à pas carré vue à travers les jumelles. La grille est-elle déformée en barillet ou en coussinet ? Est-elle visuellement perceptible à l'œil ? Justifiez vos réponses.

22) Proposez une solution alternative à la combinaison de Plössl pour réduire la courbure de champ de l'oculaire.

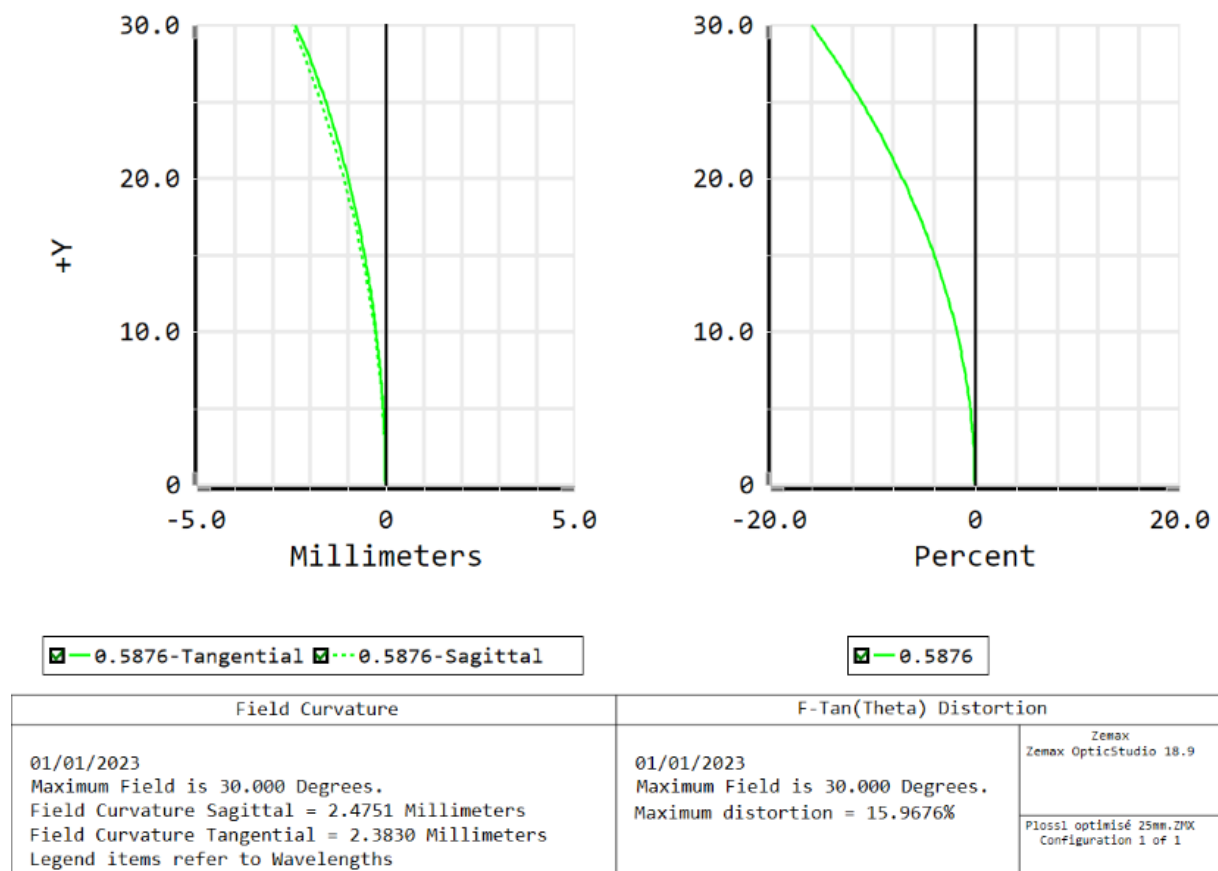


Figure 6 : Courbes de « defocus » tangential et sagittal (à gauche) et de distorsion (à droite) de l'oculaire de Plössl pour la longueur d'onde 587nm (vert), dans son sens d'optimisation. L'axe vertical désigne le champ objet selon y (en degrés) et les axes horizontaux désignent respectivement le defocus (en mm) et le % de distorsion.

RÉPONSES AU QUESTIONNAIRE À CHOIX MULTIPLES

NOM Prénom :

Entourez la bonne réponse (dans tous les cas une seule d'entre elles est correcte)

*Bonne réponse = **+1**, Mauvaise réponse = **-0,25**, Pas de réponse = **0***

QUESTION							NOTE		
1	A	B	C	D	E	F	+1	Ø	$-\frac{1}{4}$
2	A	B	C	D	E		+1	Ø	$-\frac{1}{4}$
3	A	B	C	D	E		+1	Ø	$-\frac{1}{4}$
4	A	B	C	D	E		+1	Ø	$-\frac{1}{4}$
5	A	B	C	D	E		+1	Ø	$-\frac{1}{4}$