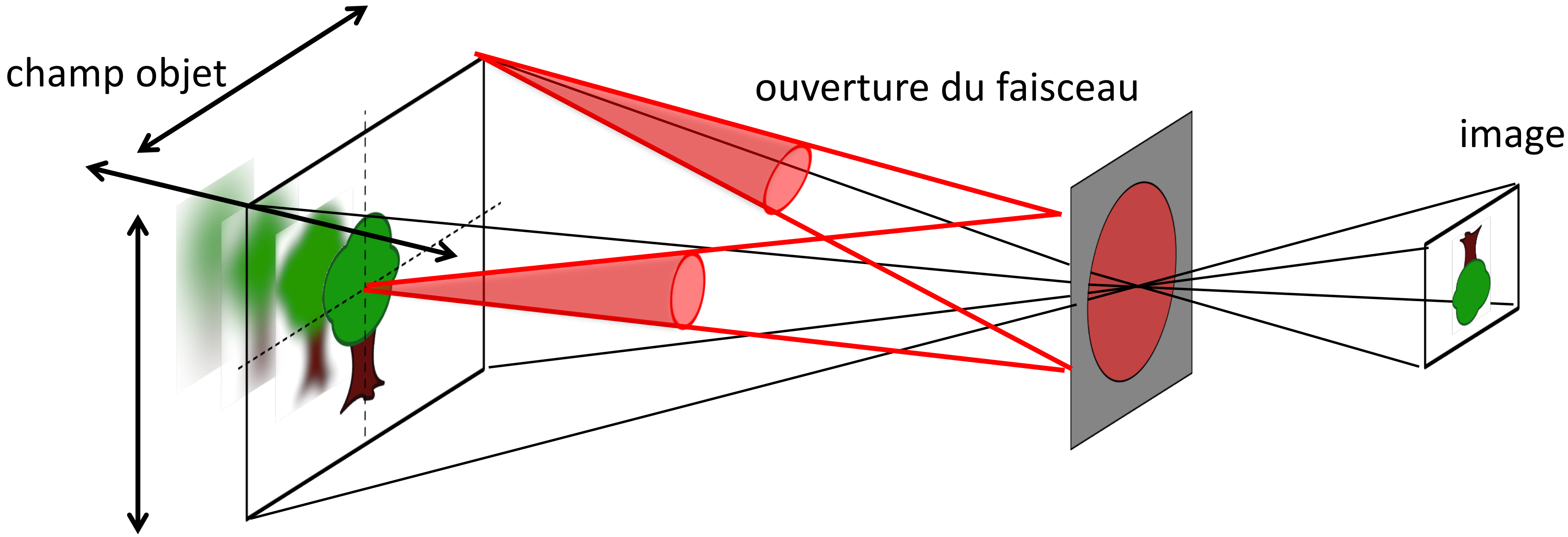
Optique instrumentale

Sébastien de Rossi

Un système optique d'imagerie d'**ouverture** donnée est censé collecter de la lumière (rayons) de chaque point de l'objet situé à l'intérieur de sa zone d'observation, appelé **champ** de vue, et le concentrer sur un unique point de son plan image (détecteur). Cette condition s'appelle le **stigmatisme** (l'image d'un point est un point). Un critère d'homothétie est également nécessaire pour garder les proportions entre l'objet et l'image. Objets et images peuvent être réels et/ou virtuels.

Formation des images en optique paraxiale

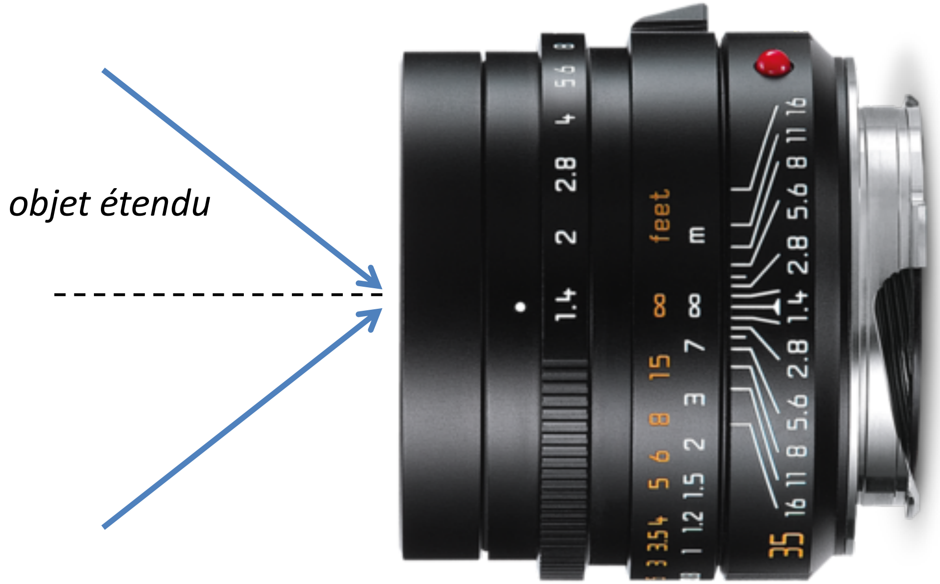


1 — un objectif de microscope a besoin d'ouverture et un objectif photo a besoin de champ

2 — un objectif de microscope a besoin de champ et un objectif photo a besoin d'ouverture

1 un objectif de microscope a besoin d'ouverture et un objectif photo a besoin de champ

2 un objectif de microscope a besoin de champ et un objectif photo a besoin d'ouverture



Un objectif de microscope travaille à grande ouverture et petit champ

Un objectif photographique travaille à petite ouverture et grand champ

Notion d'ouverture

L'angle d'ouverture côté objet (respectivement image) correspond à l'angle du rayon le plus incliné qui entre dans (resp. sort de) l'instrument pour le point de l'objet placé sur l'axe optique.

L'ouverture conditionne le flux transmis et la qualité de l'image.

(on verra plus tard quel élément du système optique définit l'ouverture)

Notion de champ

Le champ correspond à la taille maximale de l'objet qui peut être imagé par le système optique.

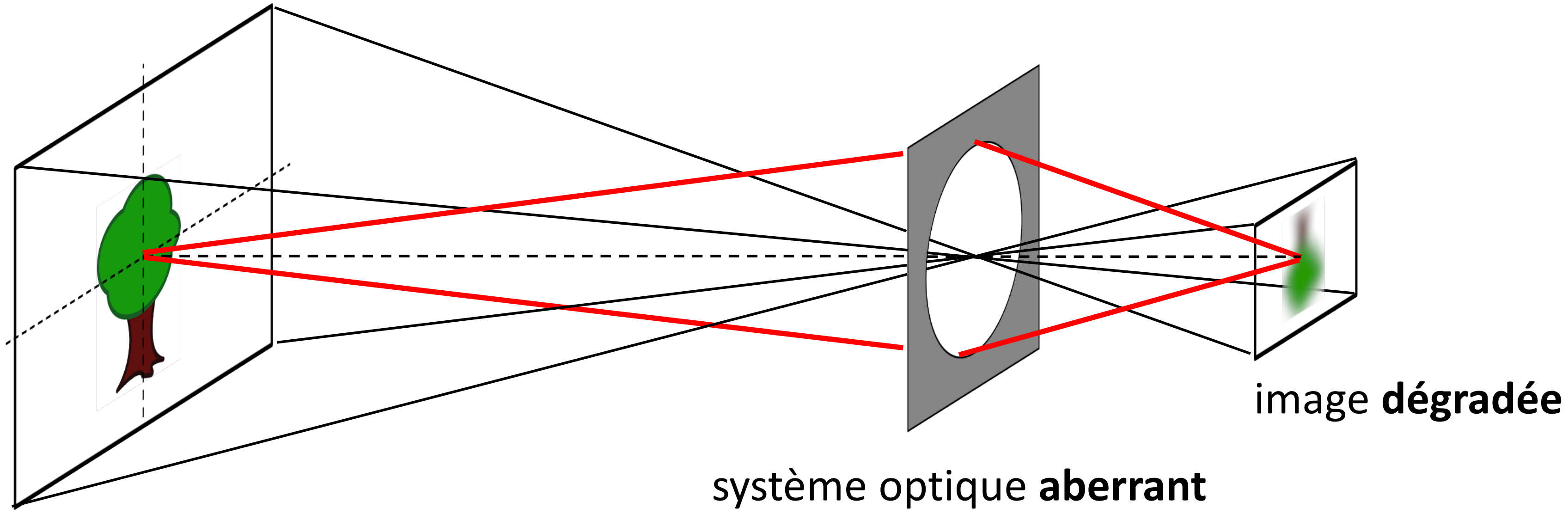
On peut définir ce champ par une unité métrique ou par une unité angulaire (si l'objet et/ou l'image est/sont à l'infini).

(on verra plus tard quel élément du système optique définit ce champ)

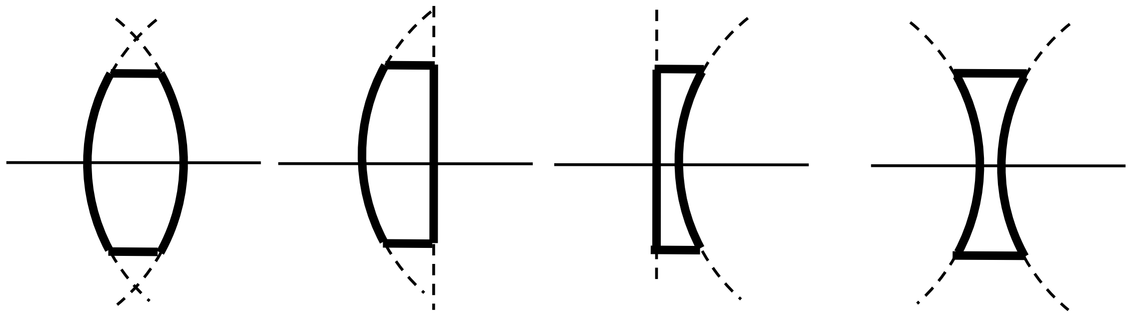
Il est très difficile d'assurer le stigmatisme pour des grandes ouvertures et des grands champs.

Il faut souvent se contenter d'un stigmatisme apparent (ou approché).

L'écart géométrique au stigmatisme s'appelle une **aberration optique**. L'image géométrique d'un point est donc très souvent une tache dans un plan donné. Cet écart conditionne en partie la qualité de l'imagerie.



Les lentilles à dioptres sphériques
ne sont pas stigmatiques !



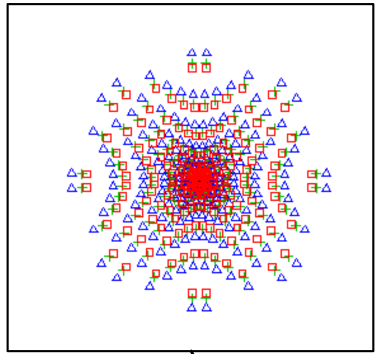
lentille
bi-convexe

lentille
plan convexe

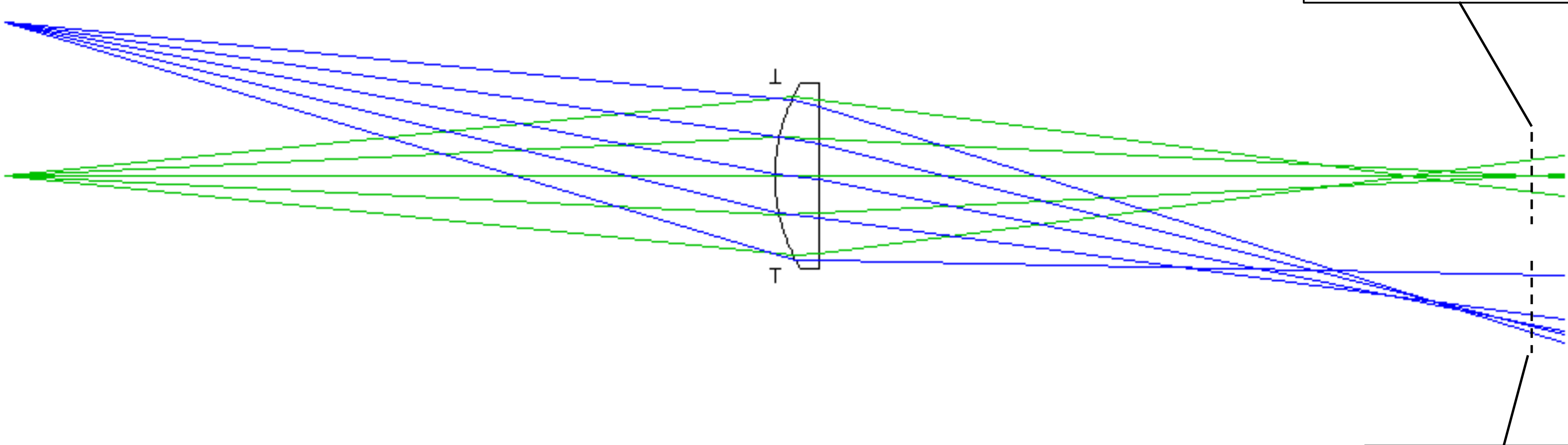
lentille
plan concave

lentille
bi-concave

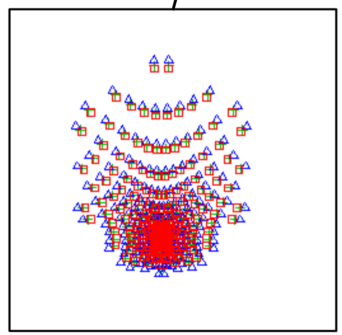
Les lentilles à dioptres sphériques ne sont pas stigmatiques !



Exemple d'une lentille plan-convexe

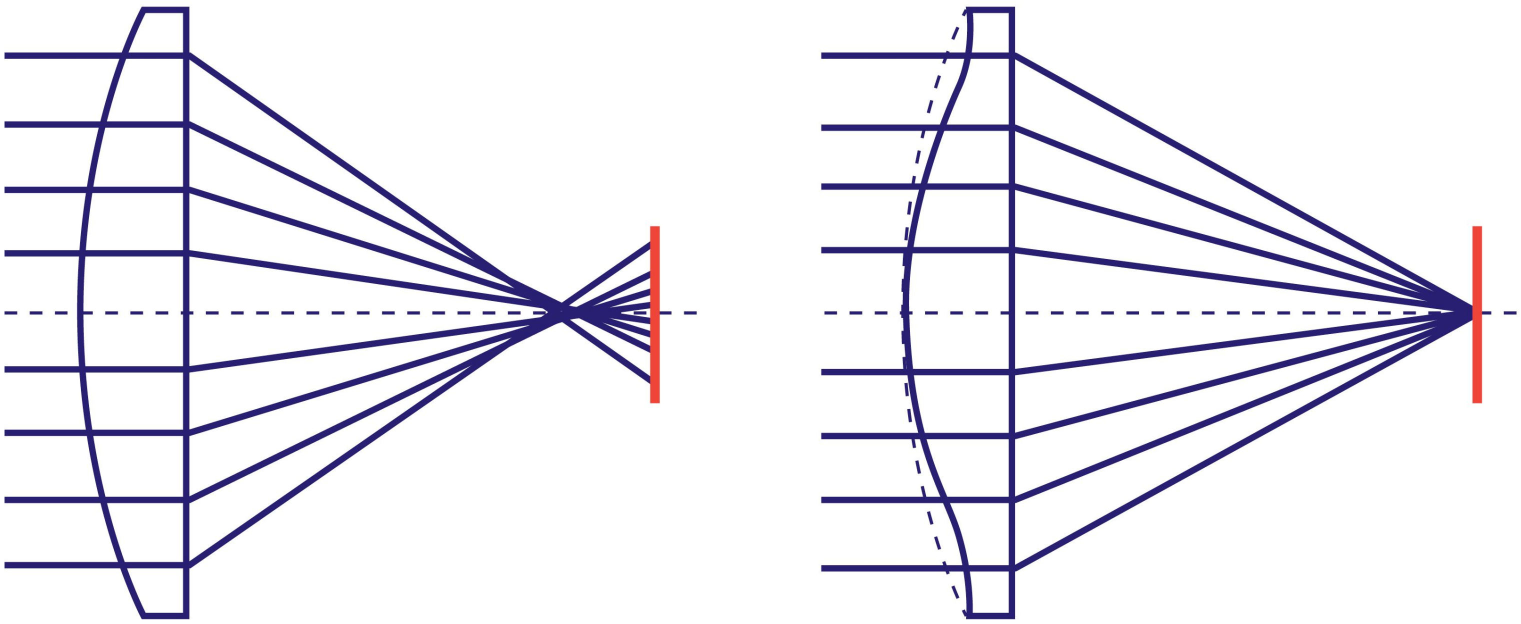


Le **spot diagram** correspond dans un plan donné aux points d'impact des rayons partants d'un point objet ayant traversés le S.O. Il permet de quantifier l'étalement géométrique du aux aberrations.



Les lentilles à dioptres sphériques
ne sont pas stigmatiques !

Une face asphérique peut rendre la lentille stigmatique

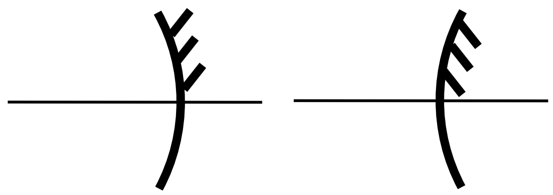


Le miroir sphérique est stigmatique…

1 Pour un point à l’infini sur l’axe

2 Pour aucun point

3 Pour son centre de courbure

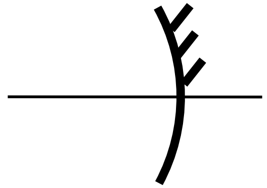


miroir concave

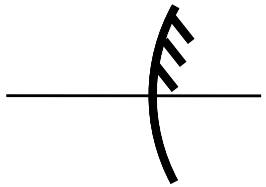
miroir convexe

Le miroir sphérique est stigmatique…

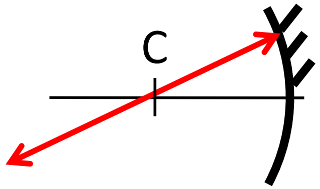
1. Pour un point à l'infini sur l'axe
2. Pour aucun point
3. Pour son centre de courbure



miroir concave



miroir convexe

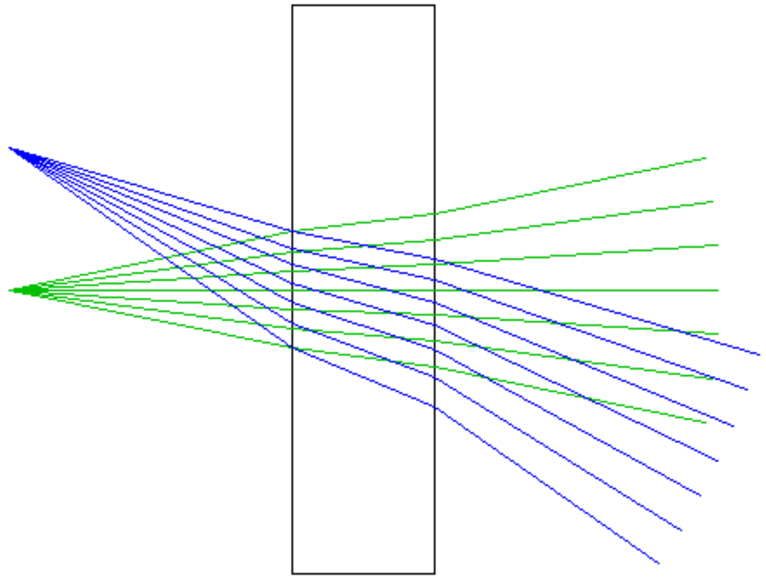


miroir concave

La lame à faces parallèles est-elle stigmatique ?

1 NON

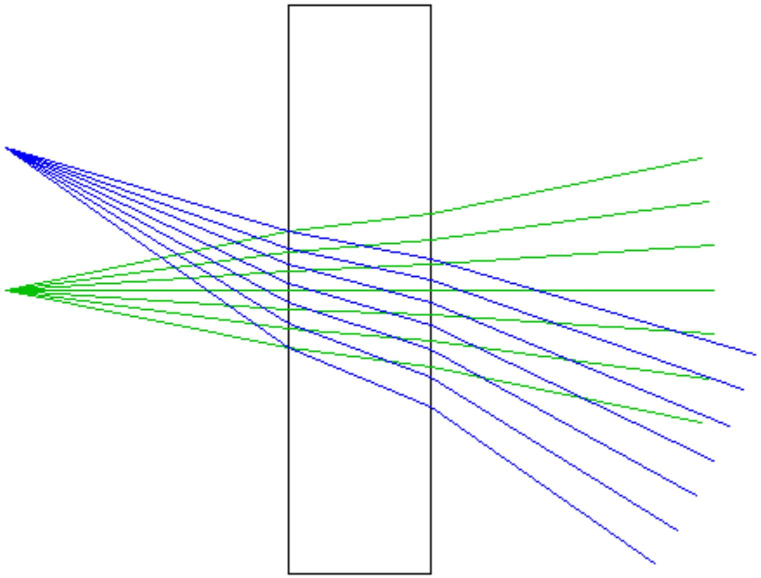
2 OUI



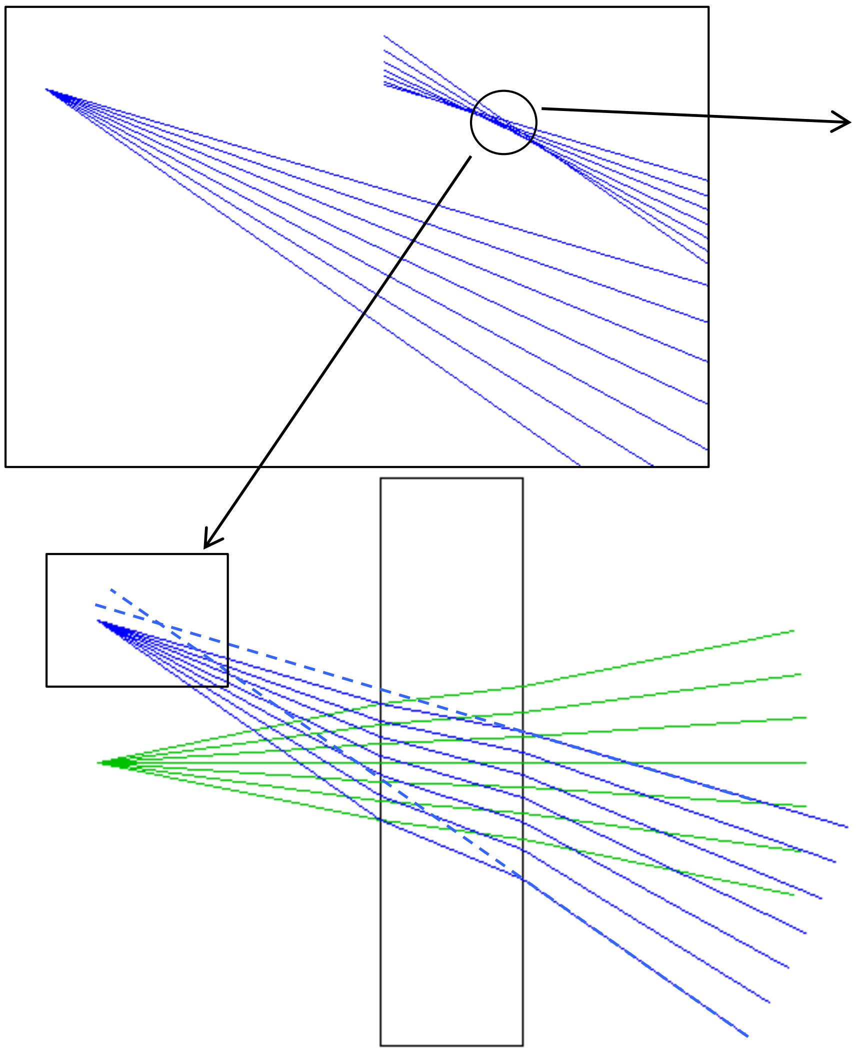
La lame à faces parallèles est-elle stigmatique ?

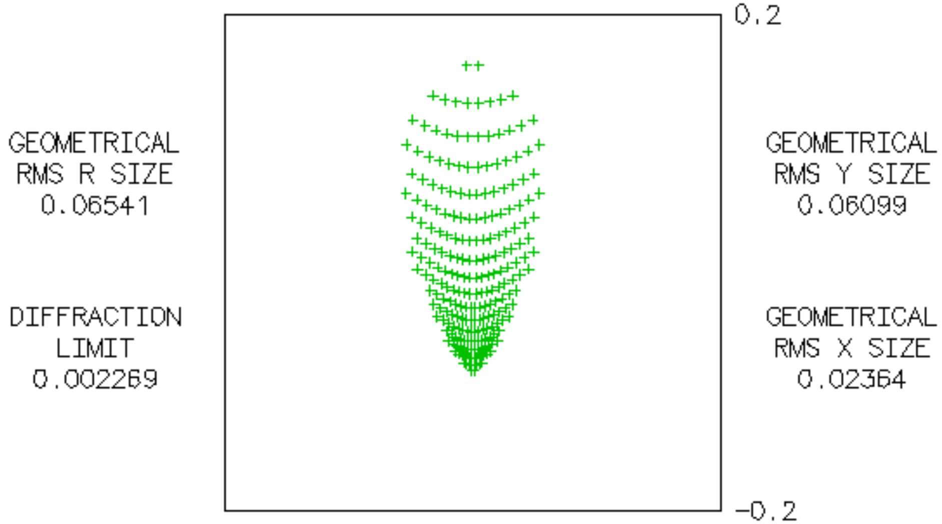
1 NON

2 OUI

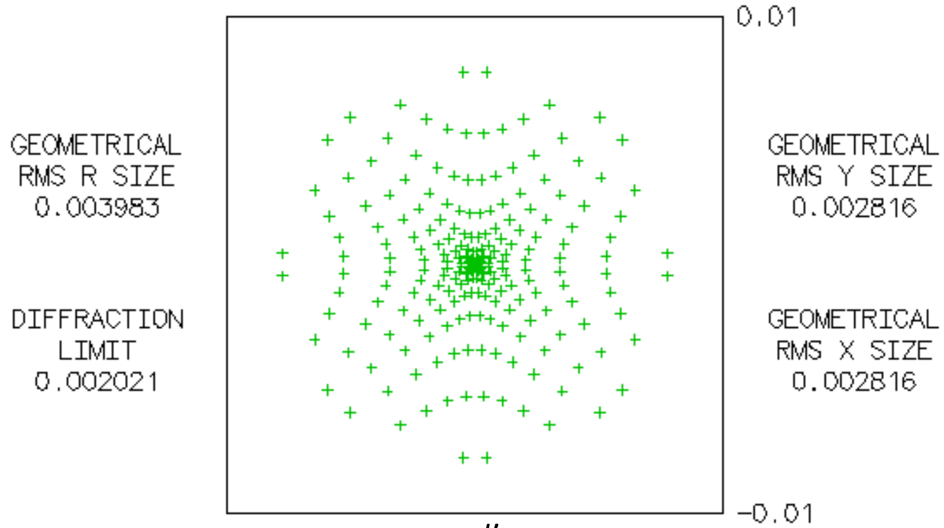


La lame à faces parallèles n'est pas stigmatique !





hors axe



sur l'axe

Le miroir plan est-il stigmatique ?

1 NON

2 OUI

Le miroir plan est-il stigmatique ?

1 NON

2 OUI

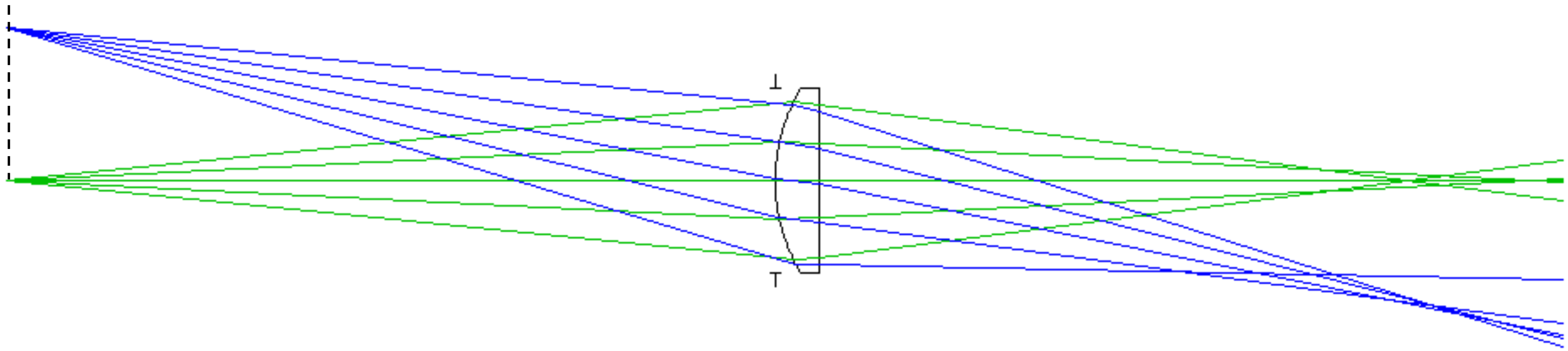
L’optique paraxiale

Afin de modéliser simplement les systèmes optiques et permettre de déterminer une correspondance géométrique unique entre l’objet et son image, Carl Friedrich Gauss (1830) a adopté certaines hypothèses restrictives, appelées conditions de Gauss. Le stigmatisme approché est alors maintenu dans un petit volume. **Les aberrations sont négligeables et tous les systèmes optiques sont stigmatiques dans le cadre de ces conditions.**

Ces conditions permettent de définir des grandeurs caractéristiques et d’établir des relations des positions relatives objet/image. C’est l’étape première dans la définition d’un système optique.

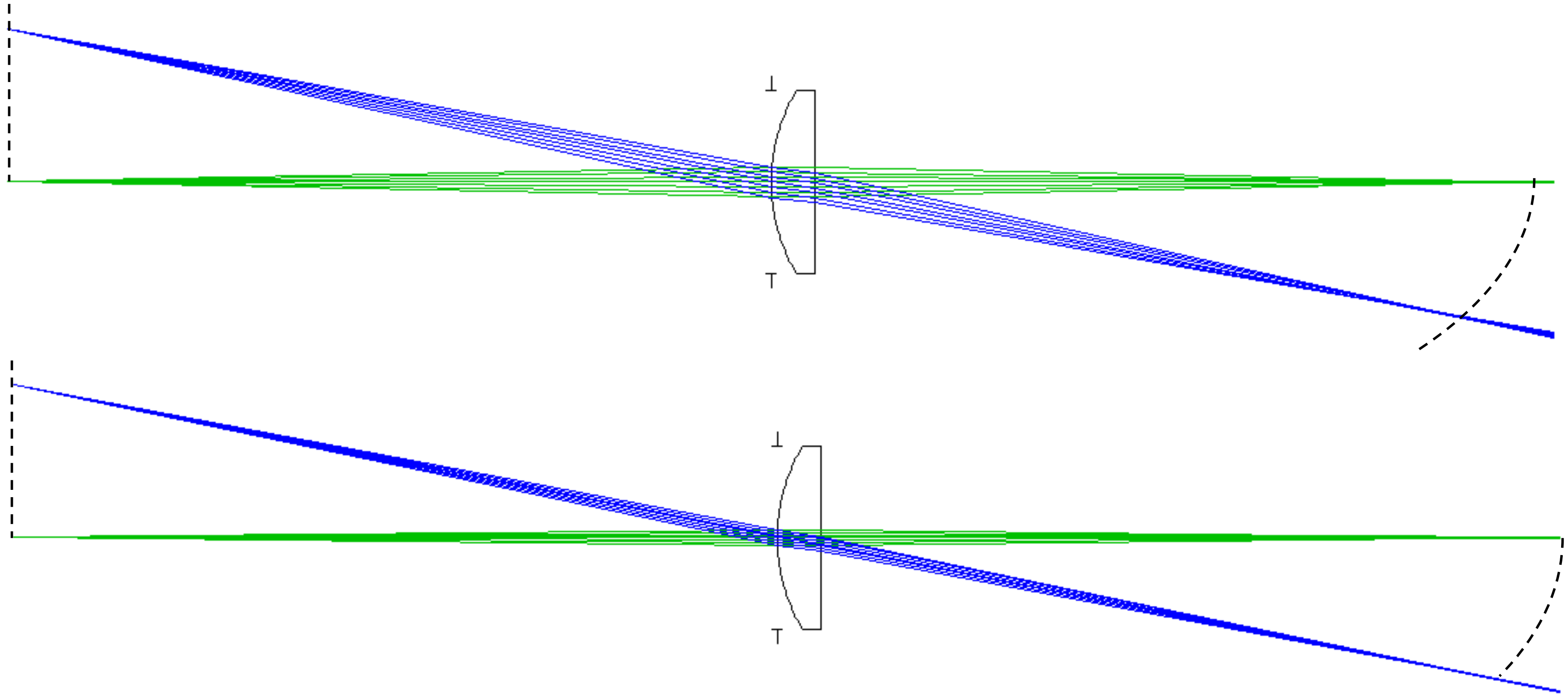
Exemple :
Conditions non paraxiales d'une lentille plan convexe

→ Grande ouverture et grand champ
→ Aberration
→ Dégradation potentielle dans la qualité de l'image



Exemple :
Conditions non paraxiales d'une lentille plan convexe

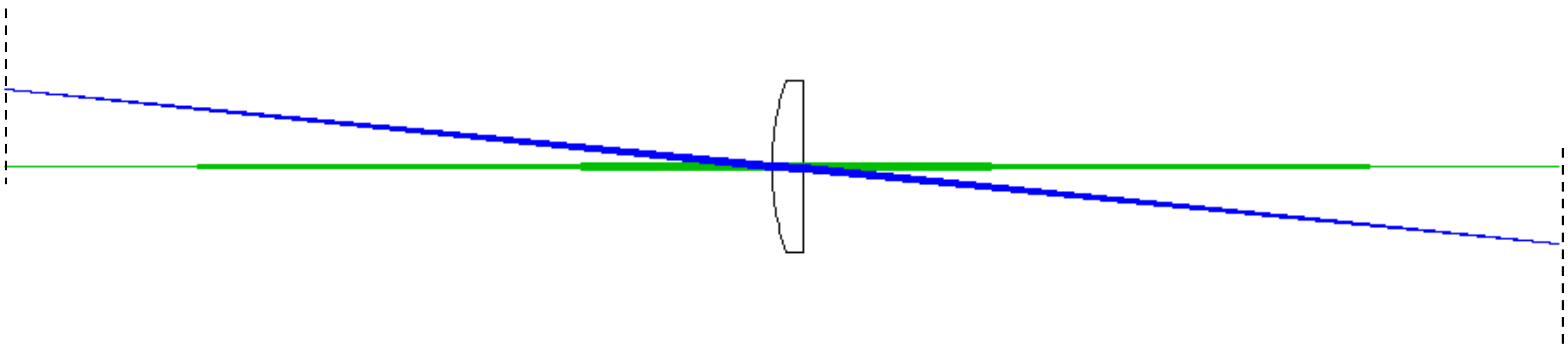
→ Petite ouverture et grand champ
→ Aberration et courbure résiduelle
→ Dégradation potentielle dans la qualité de l'image



Exemple :

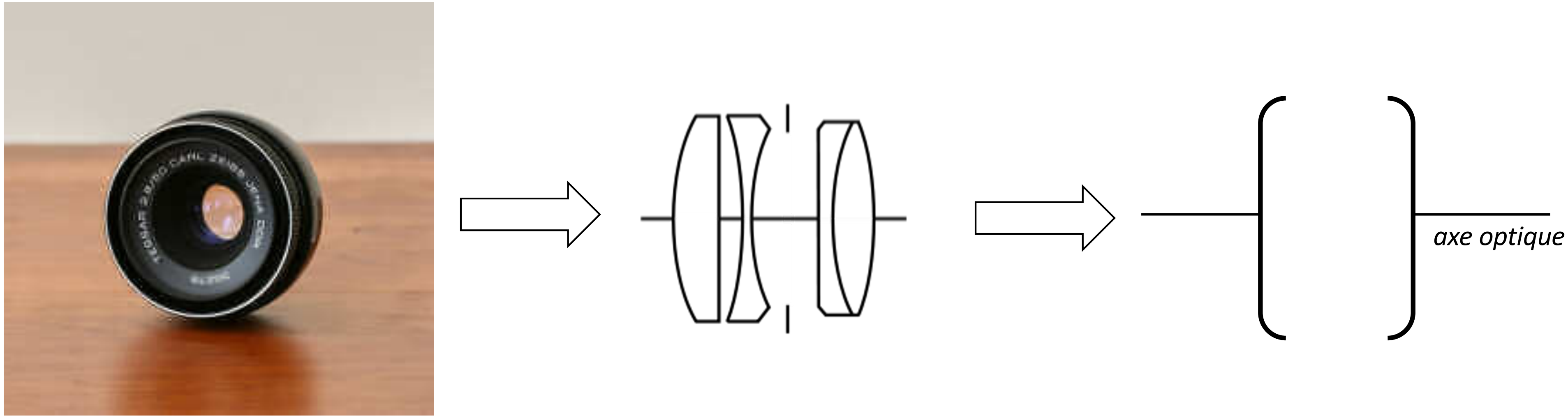
Conditions ~~non~~ paraxiales d’une lentille plan convexe

→ Petite ouverture et petit champ
→ Très faible aberration
→ Stigmatisme apparent



Conséquences dans les systèmes optiques centrés

Un système centré est une succession de surfaces ayant un unique axe de symétrie de révolution, appelé communément « axe optique ».

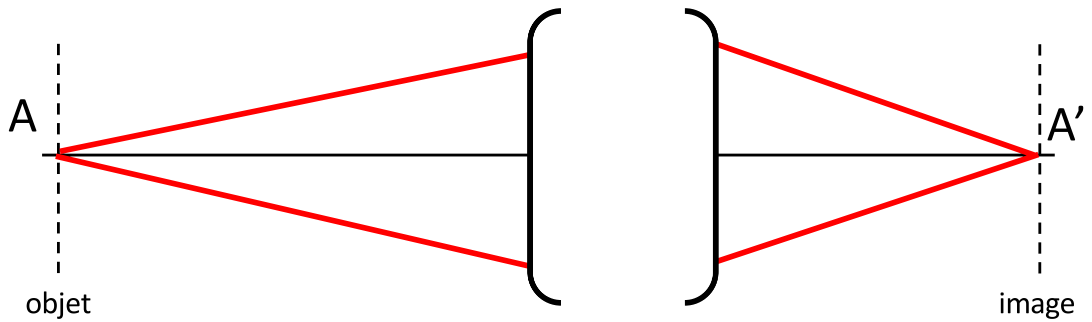


objectif Zeiss Tessar

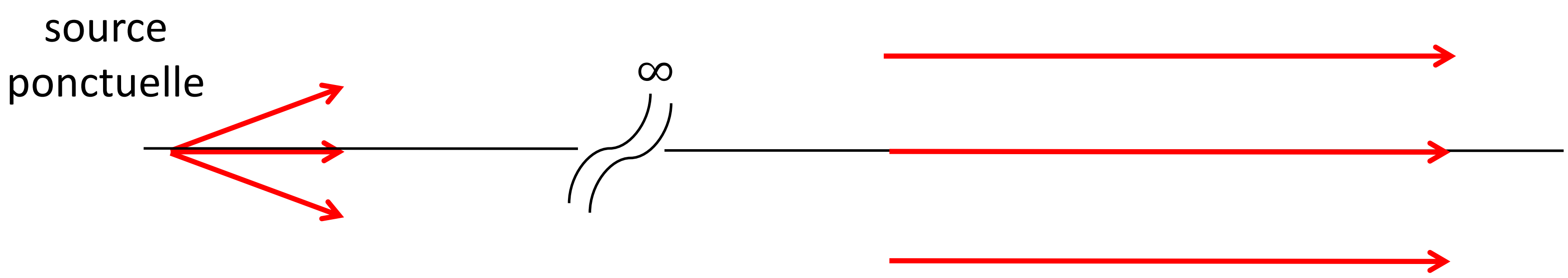
Conséquences dans les systèmes optiques centrés

Si A’ est l’image de A,

- A’ et A sont dit « conjugués » par le système optique : $A \rightarrow A'$
- L’image est unique et géométriquement stigmatique
- L’image d’un plan de front est un plan de front
- La position et la taille de l’image sont imposées par la conjugaison
- Existence de points particuliers uniques, appelés **points cardinaux** (foyers, plans principaux et points nodaux), définissant entièrement le système optique. Ils permettent de tracer la marche des rayons et déterminer la position et la grandeur des images.



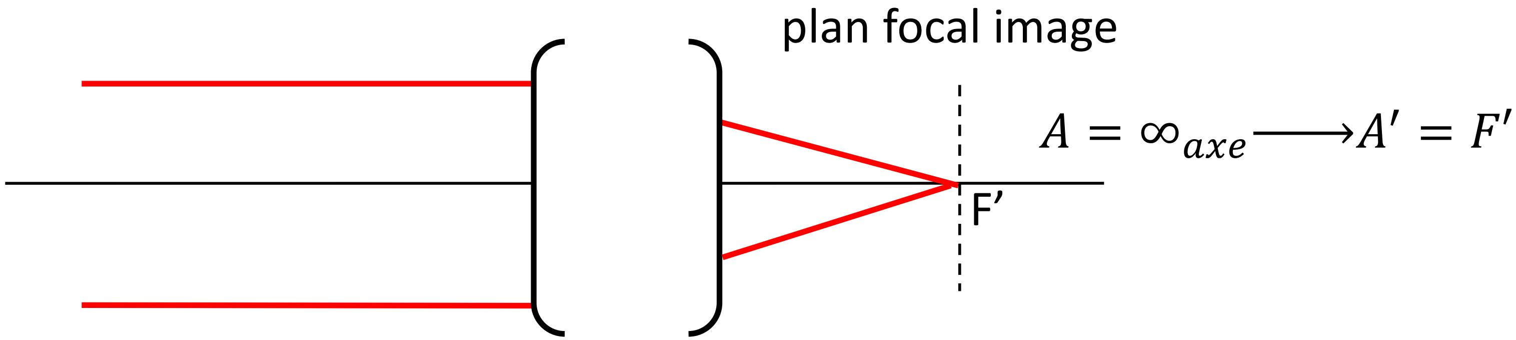
Rappel important…

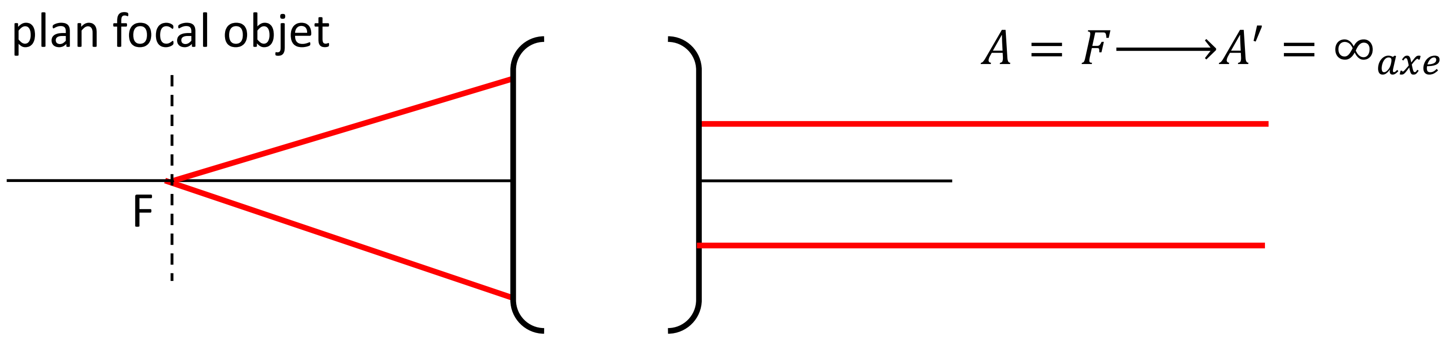


Tous rayons parallèles à l'axe proviennent réellement ou virtuellement d'un point source à l'infini sur l'axe

Points cardinaux : foyers et plans focaux

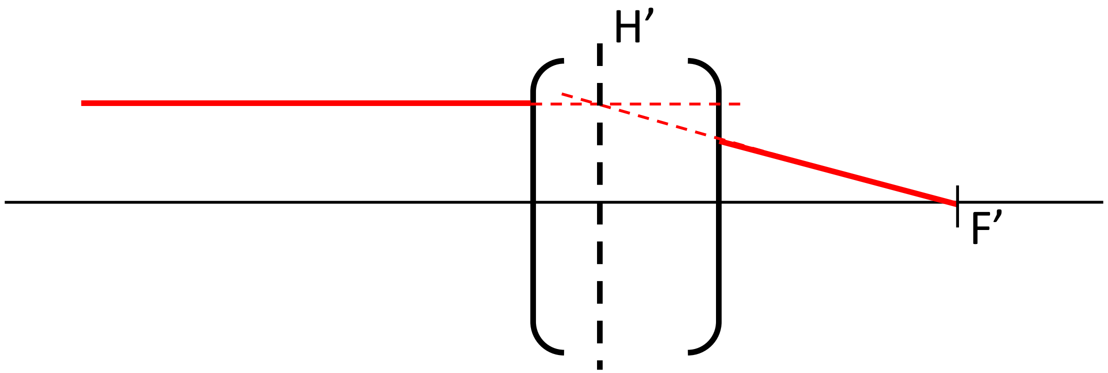
On appelle **foyer image F'** (resp. **foyer objet F**) tout conjugué d'un point objet (resp. image) à l'infini sur l'axe.



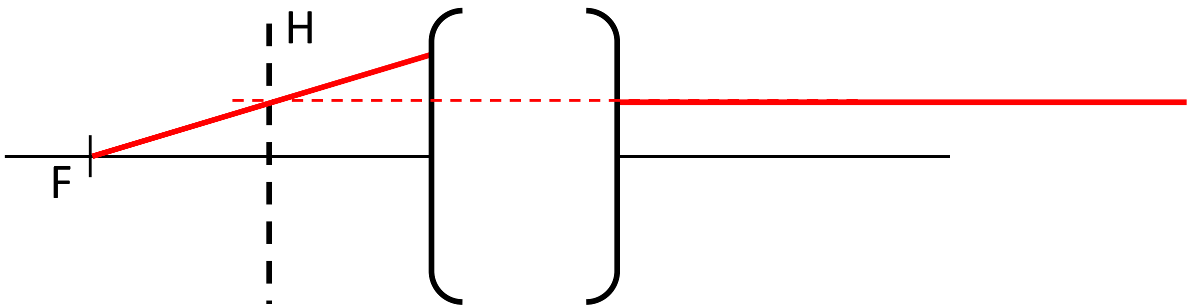


Points cardinaux : foyers et plans focaux

On appelle **plan principal image H’**, le plan orthogonal à l’axe passant par l’intersection du rayon incident // à l’axe et l’émergent passant par F’

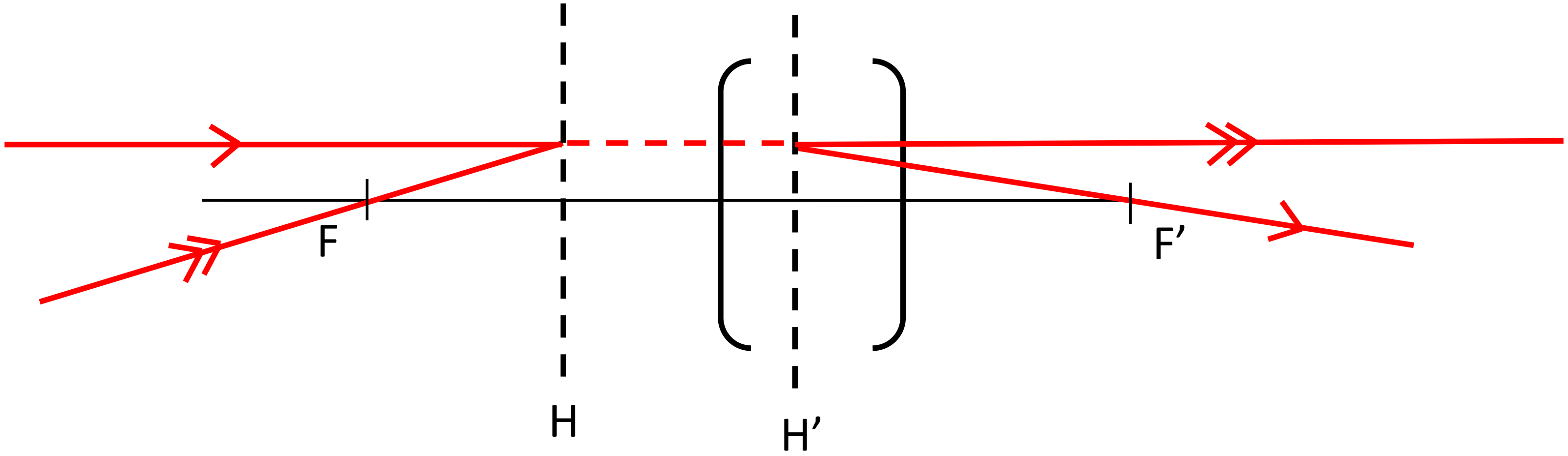


On appelle **plan principal objet H**, le plan orthogonal à l’axe passant par l’intersection du rayon incident passant par F et émergent // à l’axe



Points cardinaux : foyers et plans focaux

H et H’ sont conjugués par le système avec un grandissement transversal +1. Si l’objet est en H alors son image est en H’.
Ils sont uniques.



remarque : H n’est pas forcément avant H’ !!

Points cardinaux : foyers et plans focaux

Les 4 points cardinaux F, F', H et H' définissent entièrement le système optique centré.

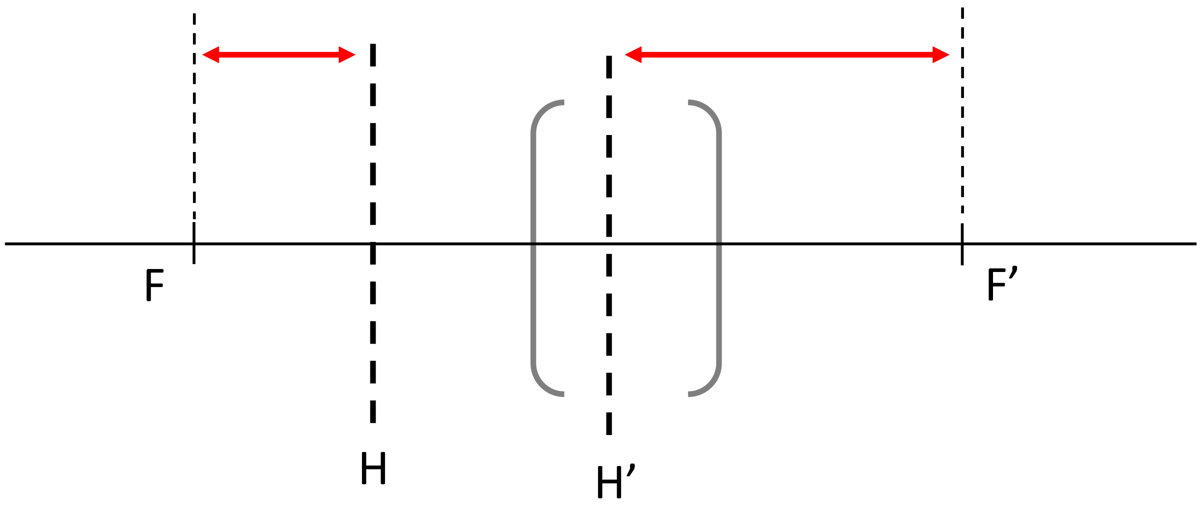
Ils permettent de définir les **distances focales objet *f* et image *f'*.**

focale objet

$$f = \overline{HF}$$

focale image

$$f' = \overline{H'F'}$$



Points cardinaux : distance focale

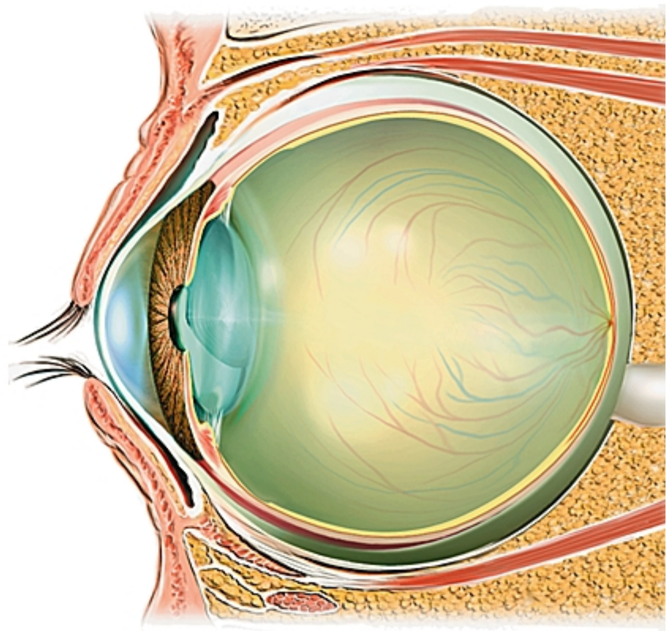
si les indices optiques côtés objet/image sont…

… identiques, alors

$$f = \overline{HF} = -f' = -\overline{H'F'}$$

… différents, alors

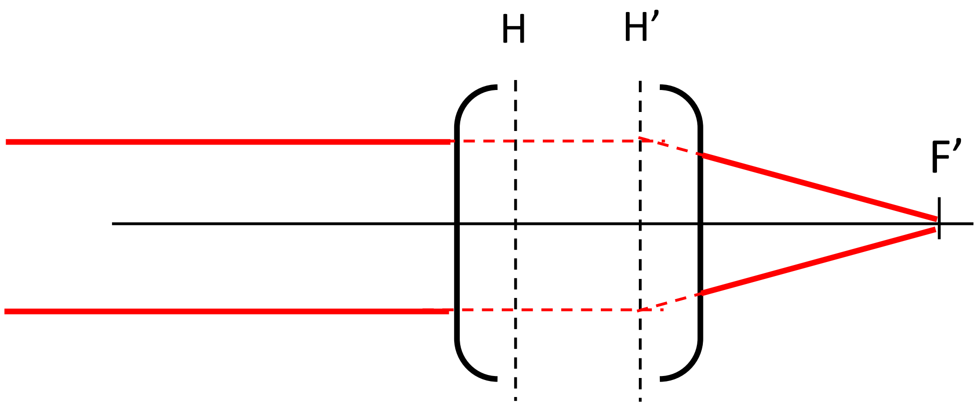
$$f = \overline{HF} \neq -f' = -\overline{H'F'}$$



Points cardinaux : distance focale

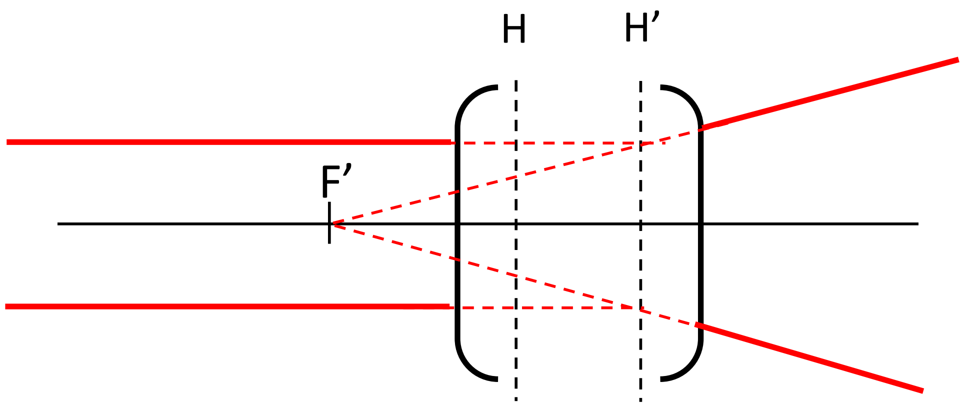
$$\frac{f}{n} = -\frac{f'}{n'}$$

Points cardinaux : distance focale



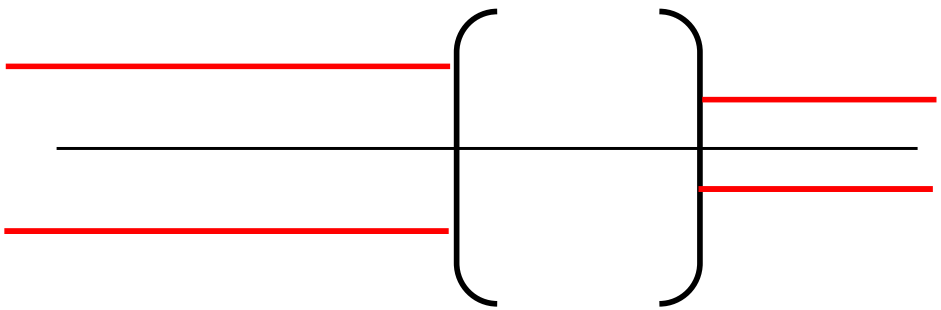
système convergent

$$f' > 0$$



système divergent

$$f' < 0$$

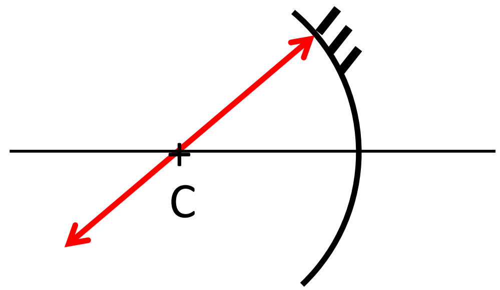


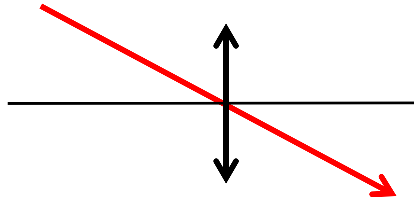
système afocal

F, F’, H, H’ à l’infini

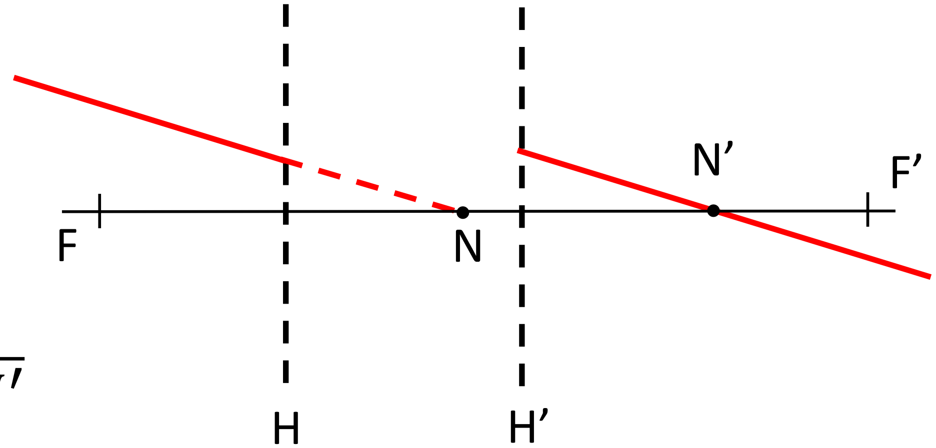
Points cardinaux : points nodaux

Dans les systèmes centrés composés de plusieurs surfaces/dioptres, il n'existe pas de point particulier où le rayon y passant n'est pas dévié (comme le centre de courbure du miroir sphérique ou le centre d'une lentille mince).





Il existe deux points particuliers appelés **points nodaux N et N'** sur l'axe pour lesquels tout rayon passant par N ressort en N' avec la même inclinaison.



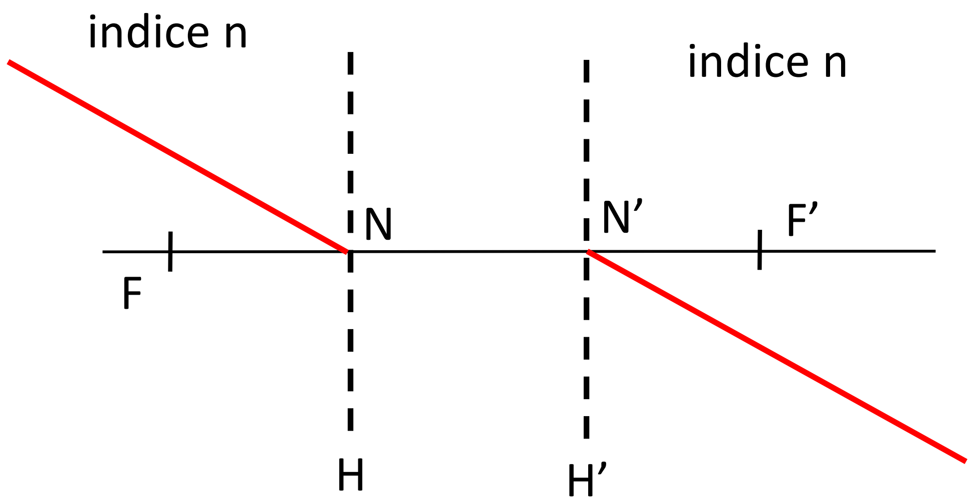
On montre de plus que $\overline{HH'} = \overline{NN'}$

et que $\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$

Points cardinaux : points nodaux

Cas particulier mais très commun,

Si l’indice d’entrée n est équivalant à l’indice de sortie n’ alors ces points correspondent à l’intersection avec l’axe de H et H’.



Le tracé de rayons

Tout rayon normal à une surface n'est pas dévié

Tout rayon incident passant par le foyer objet F ressort parallèle à l'axe optique

Tout rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer image F'

Tous rayons incidents et parallèles entre eux convergent (réellement ou virtuellement) en un même point situé dans le plan focal image

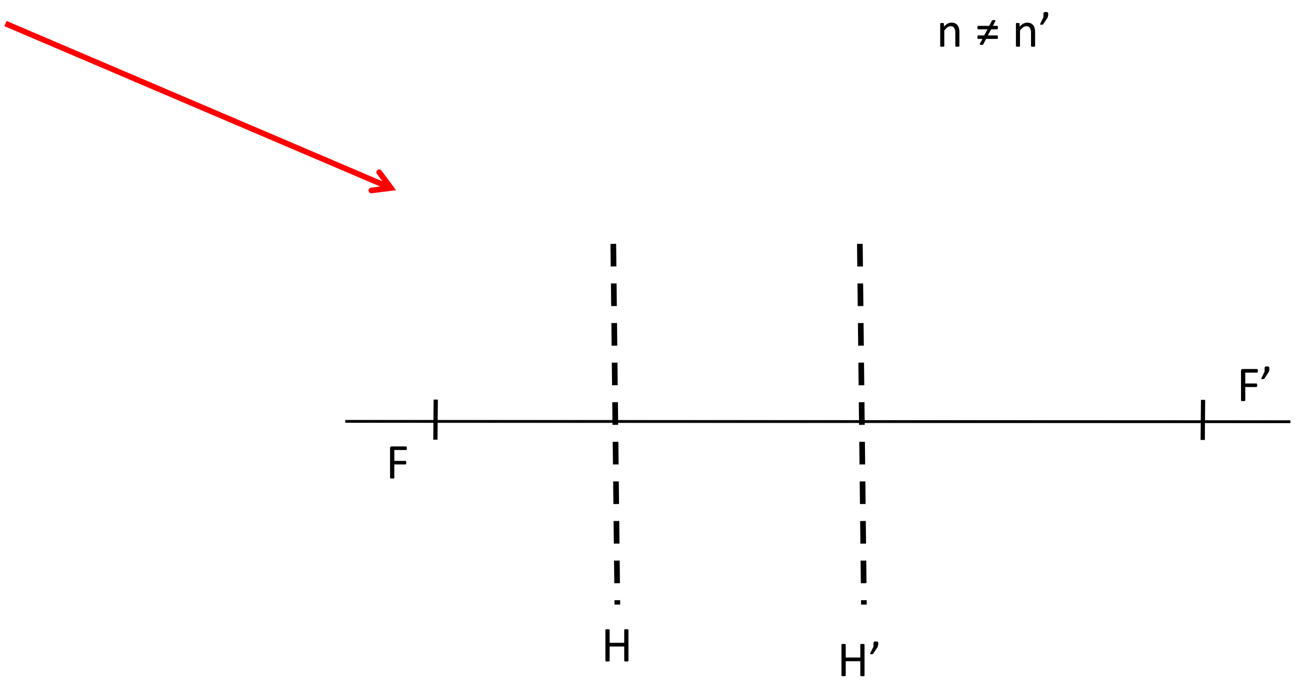
Tous rayons émergents et parallèles entre eux proviennent (réellement ou virtuellement) d'un même point situé dans le plan focal objet

Tout rayon passant par N ressort en N' avec la même inclinaison

Tout rayon coupant H ressort à la même hauteur en H' (attention la direction peut changer)

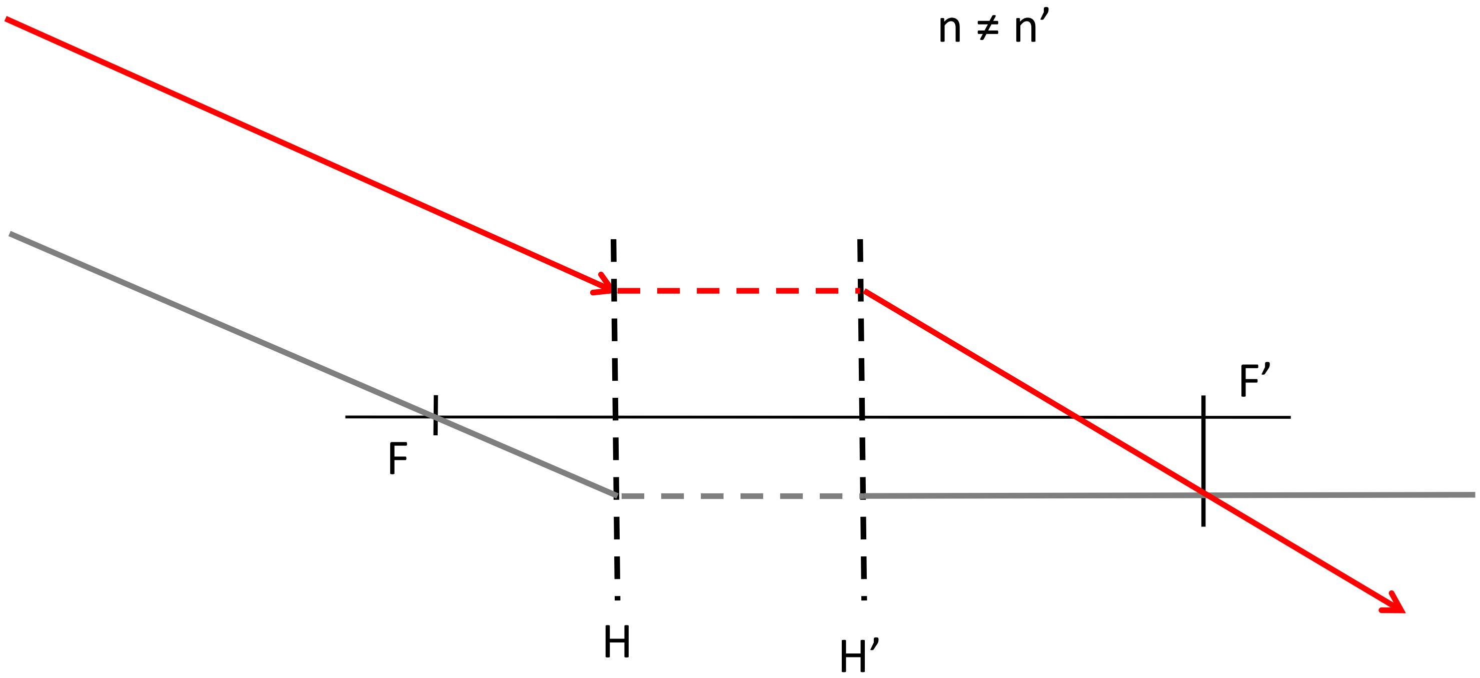
Le tracé de rayons

exemple



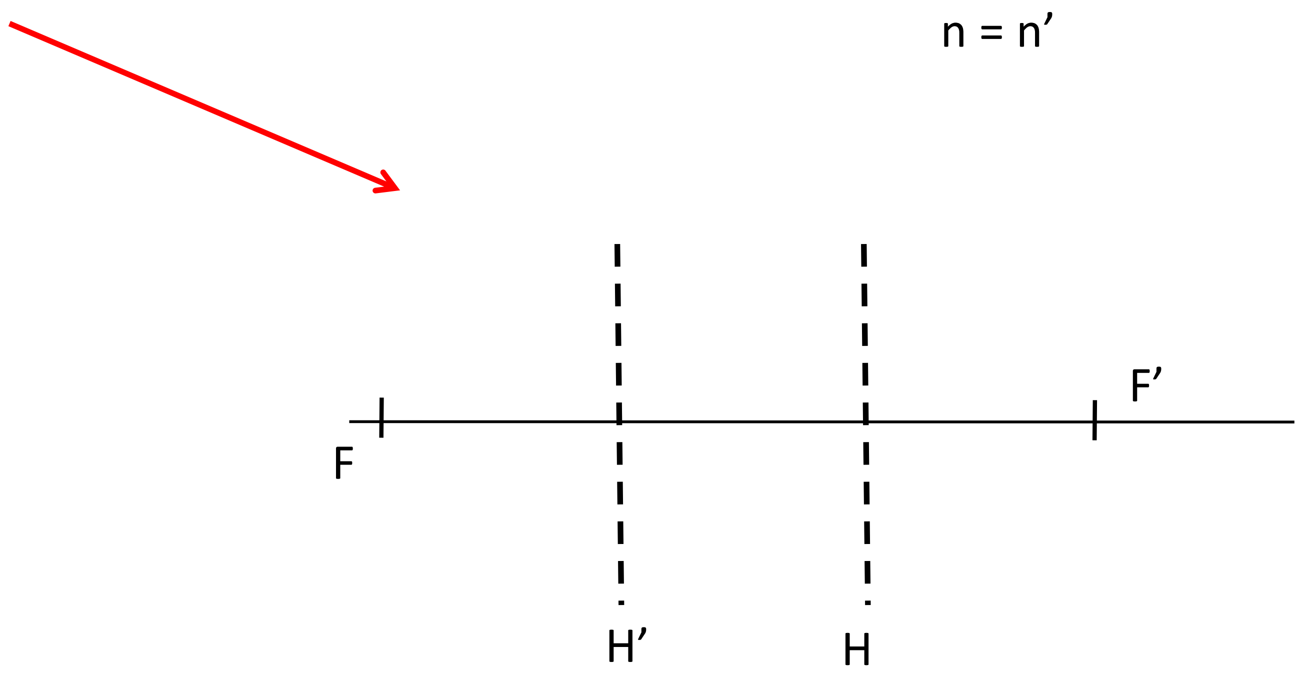
Le tracé de rayons

exemple



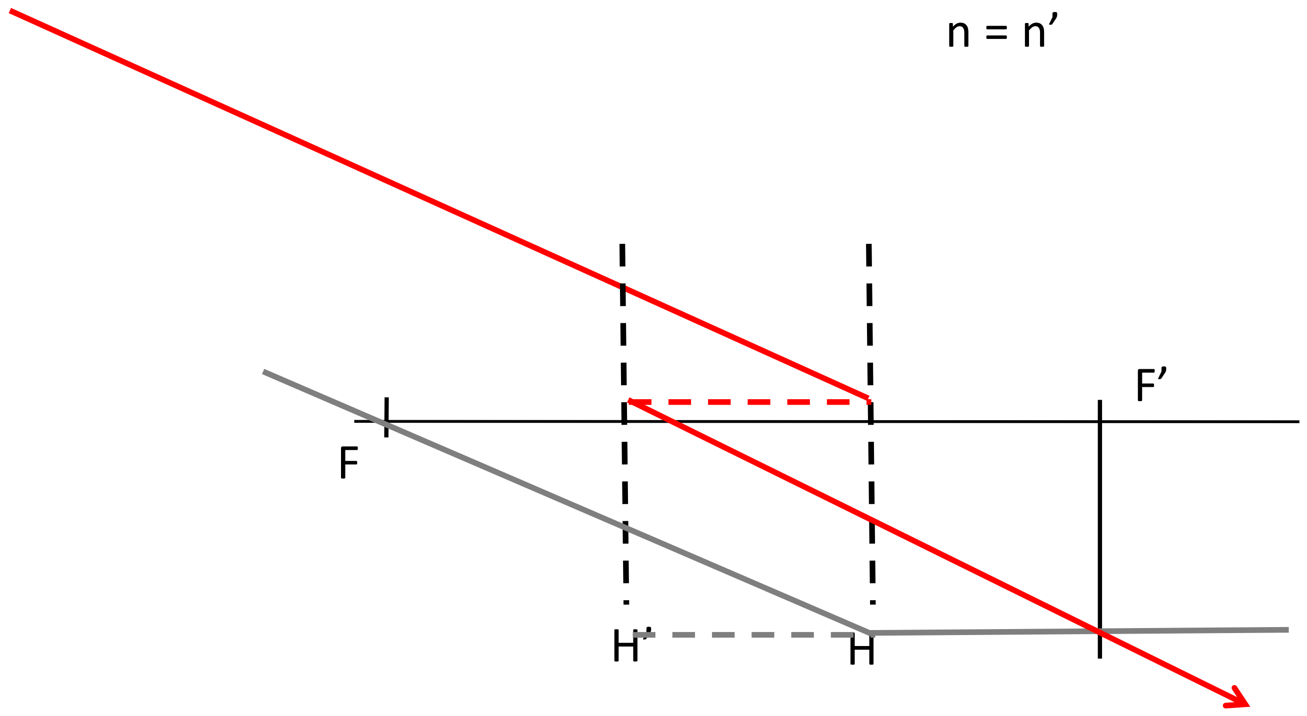
Le tracé de rayons

exemple



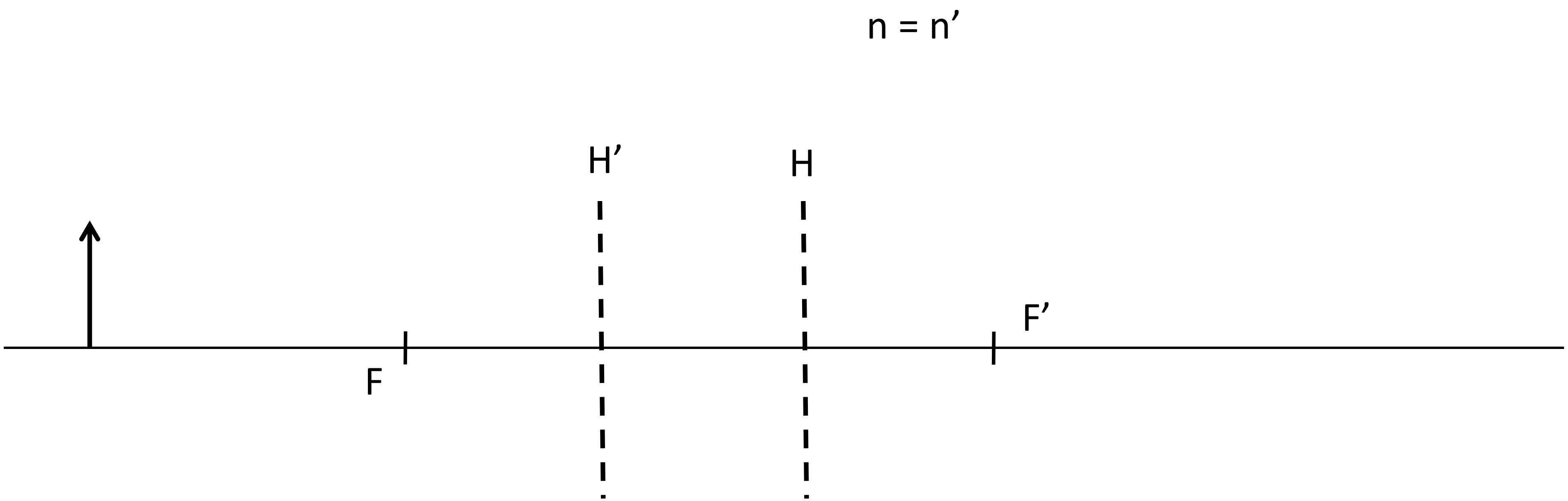
Le tracé de rayons

exemple



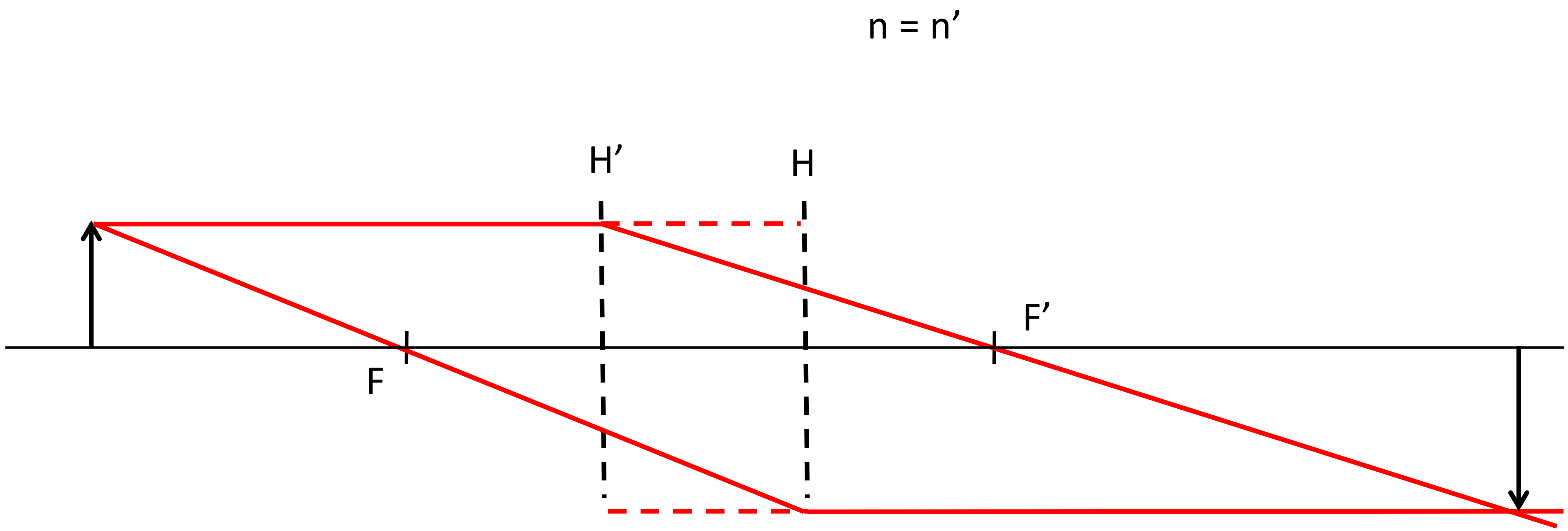
Le tracé de rayons

exemple



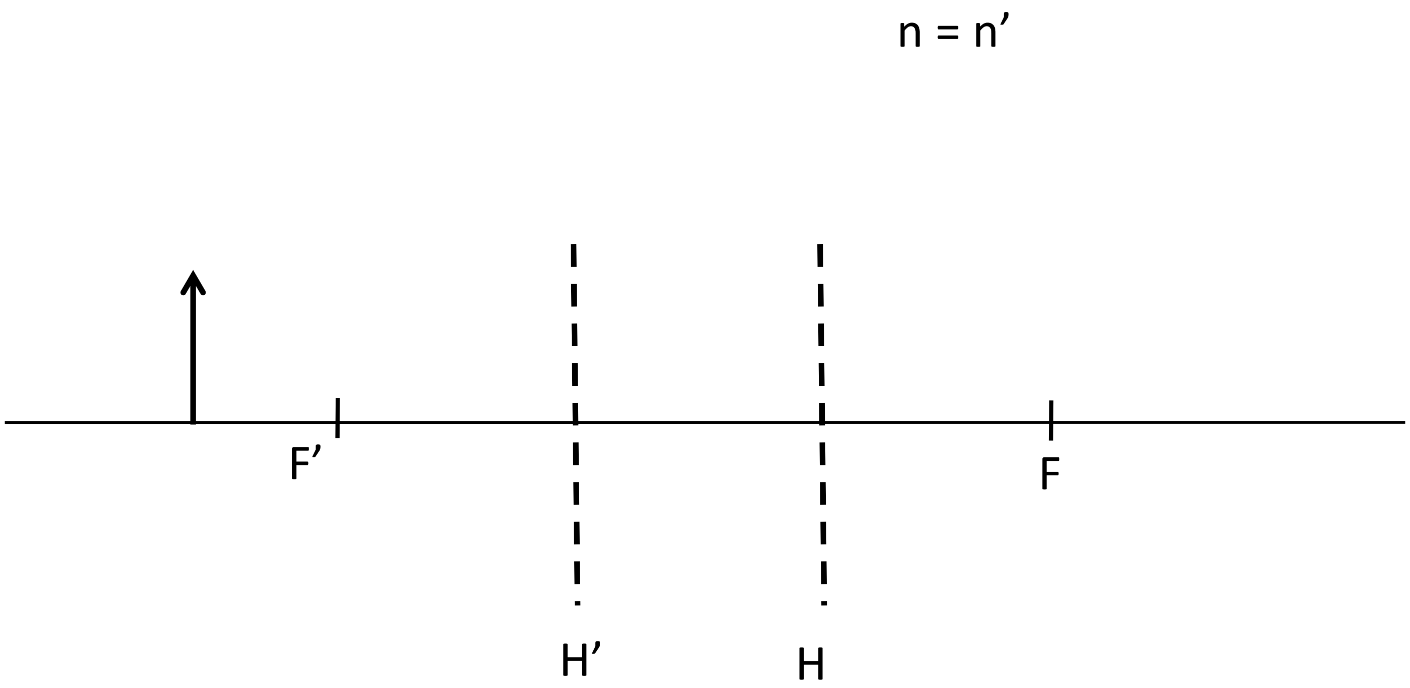
Le tracé de rayons

exemple



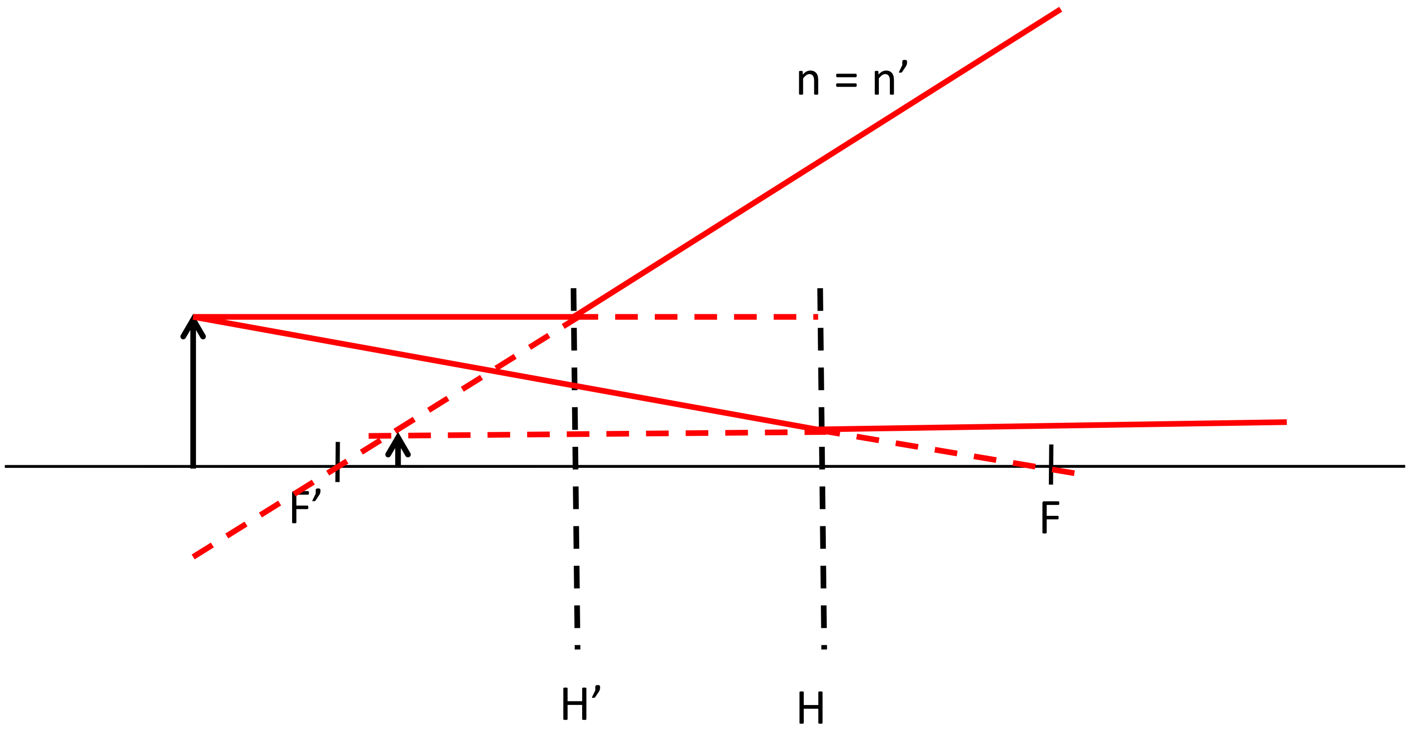
Le tracé de rayons

exemple

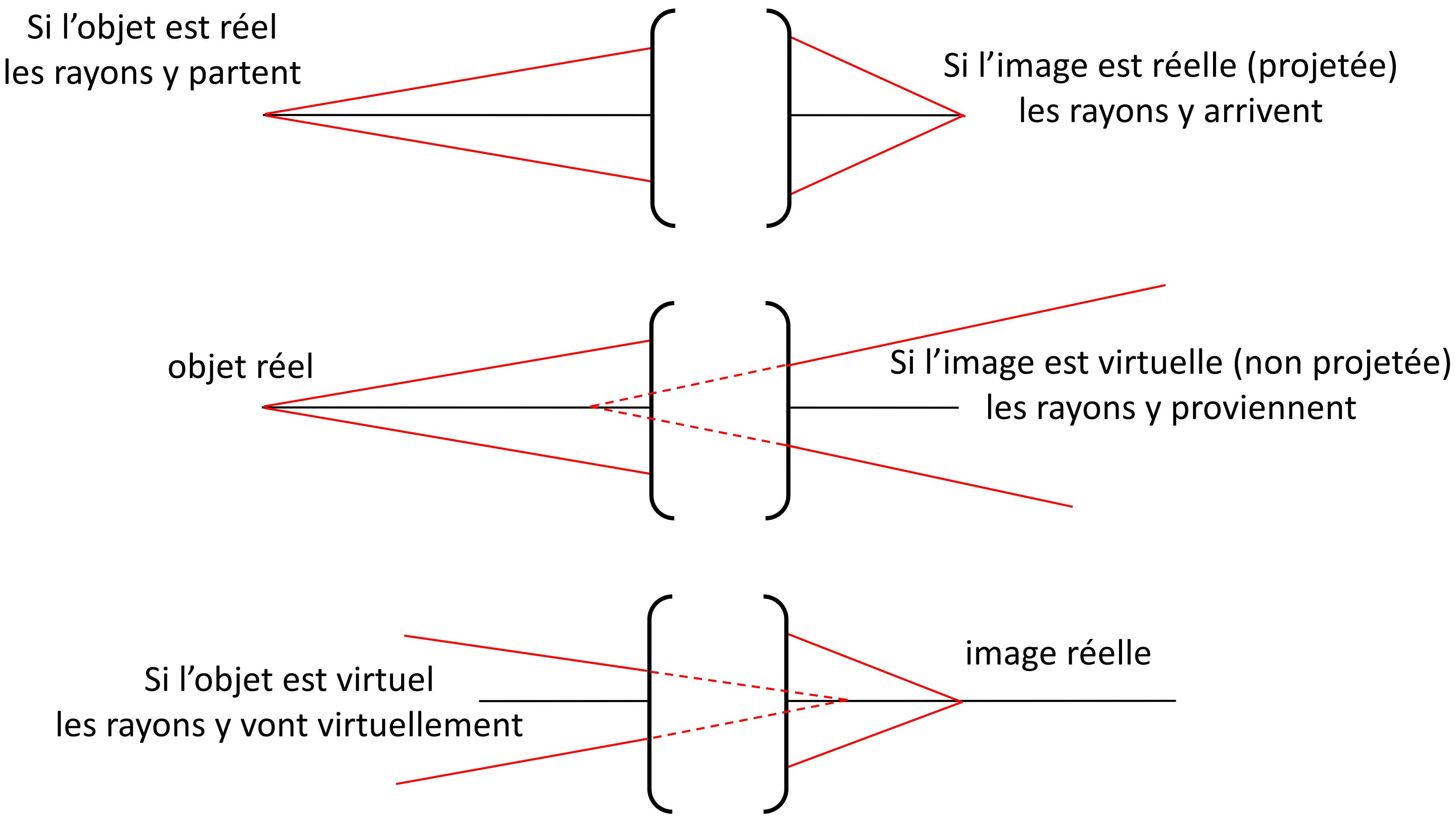


Le tracé de rayons

exemple



Nature réelle ou virtuelle de l'image



Nature réelle ou virtuelle de l'image

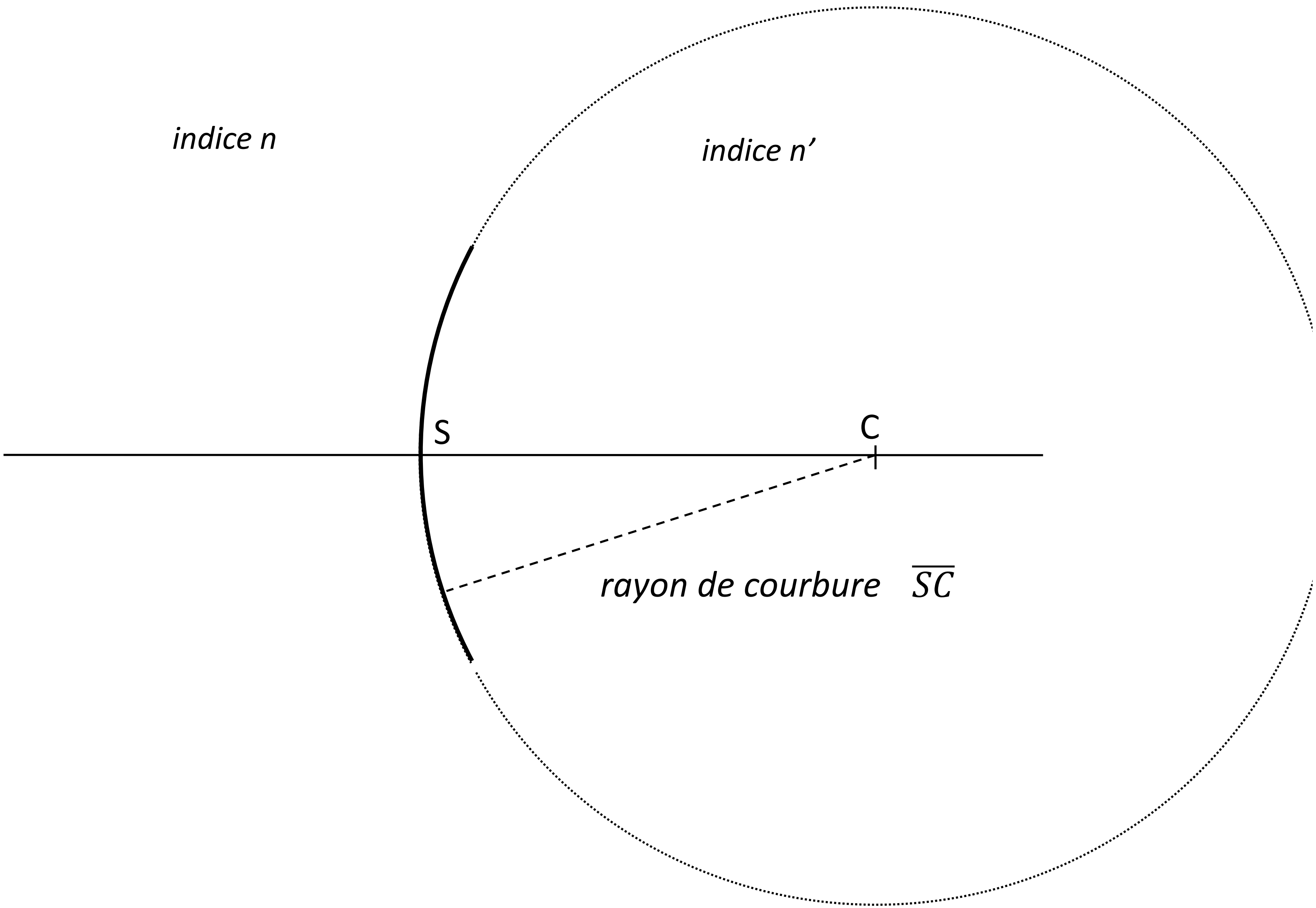
objet réel et son image virtuelle
à travers un miroir plan

image réelle projetée

image virtuelle
à travers une loupe

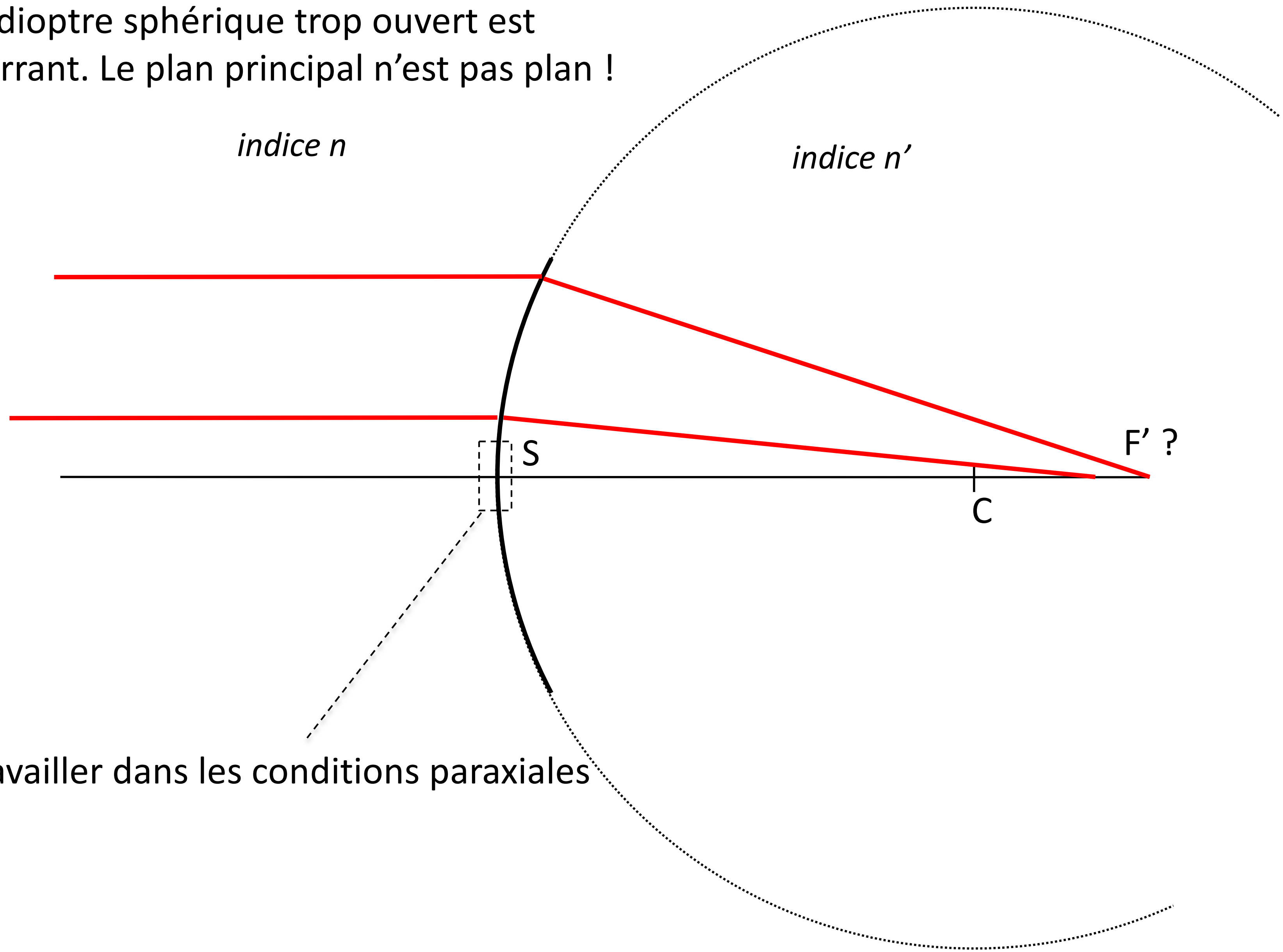
image réelle flottante

Le cas du dioptre sphérique



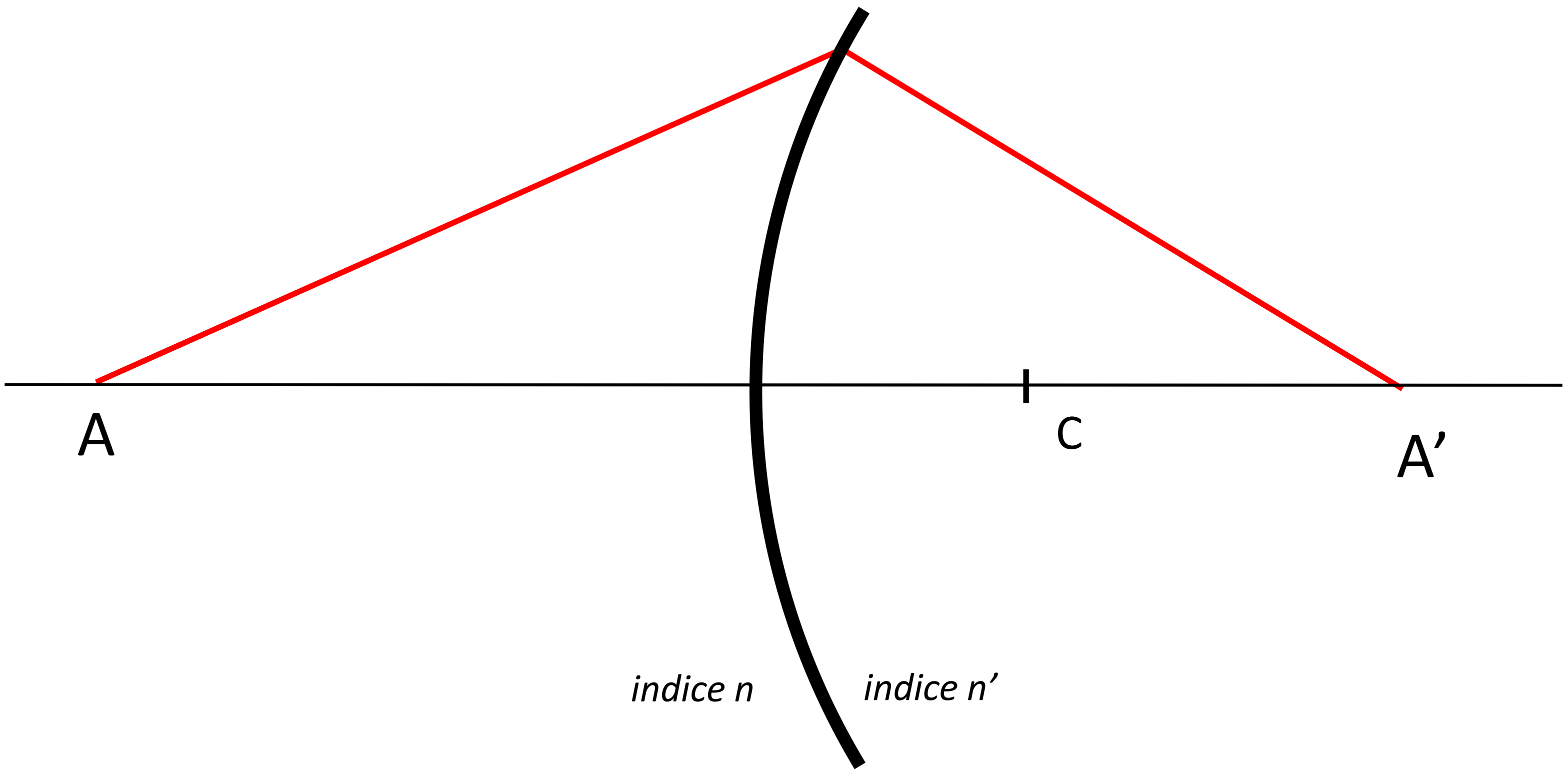
Le cas du dioptre sphérique

Un dioptre sphérique trop ouvert est aberrant. Le plan principal n'est pas plan !



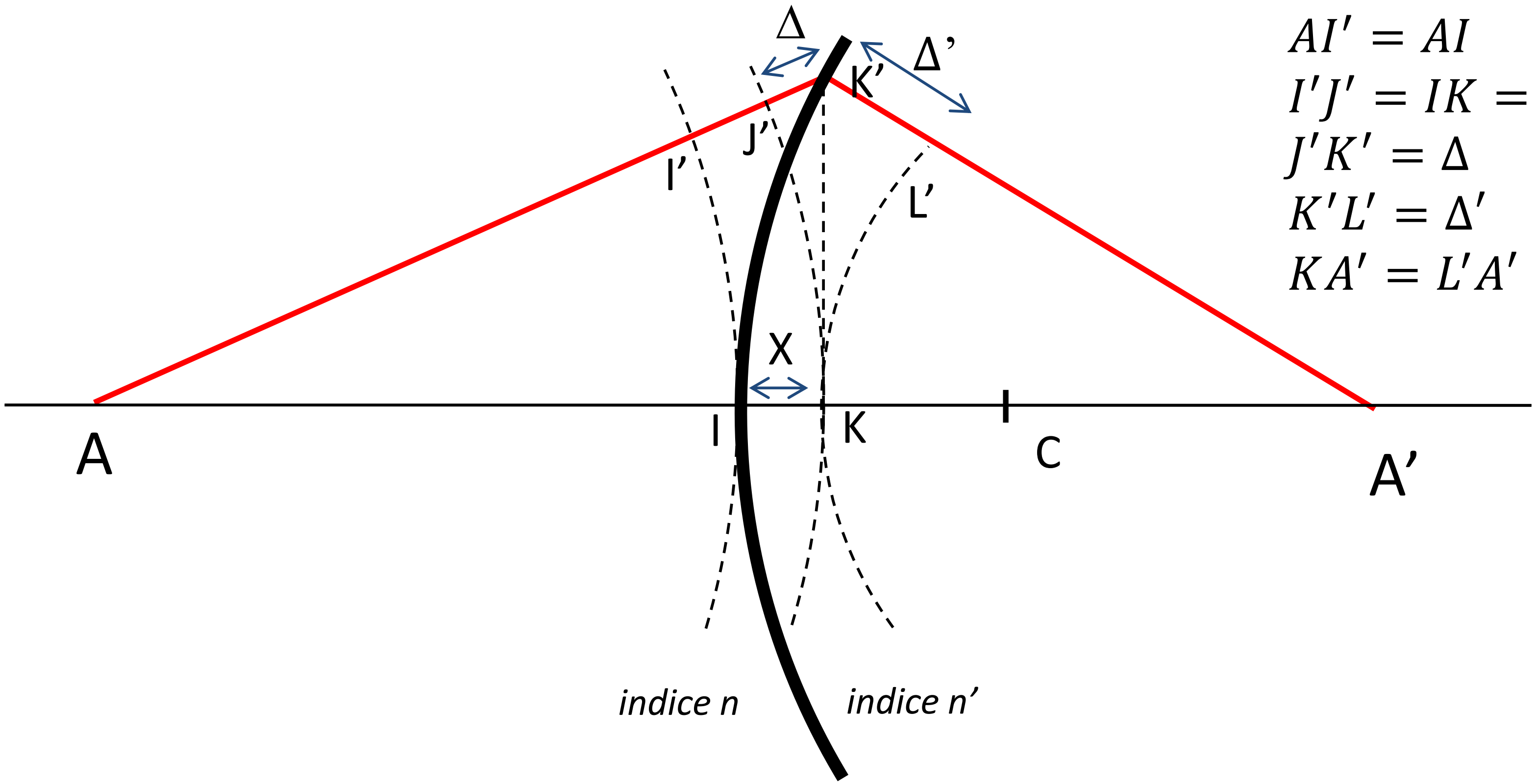
Il faut travailler dans les conditions paraxiales

Le cas du dioptre sphérique



condition de stigmatisme → AA’ constant quelque soit le rayon

Le cas du dioptre sphérique



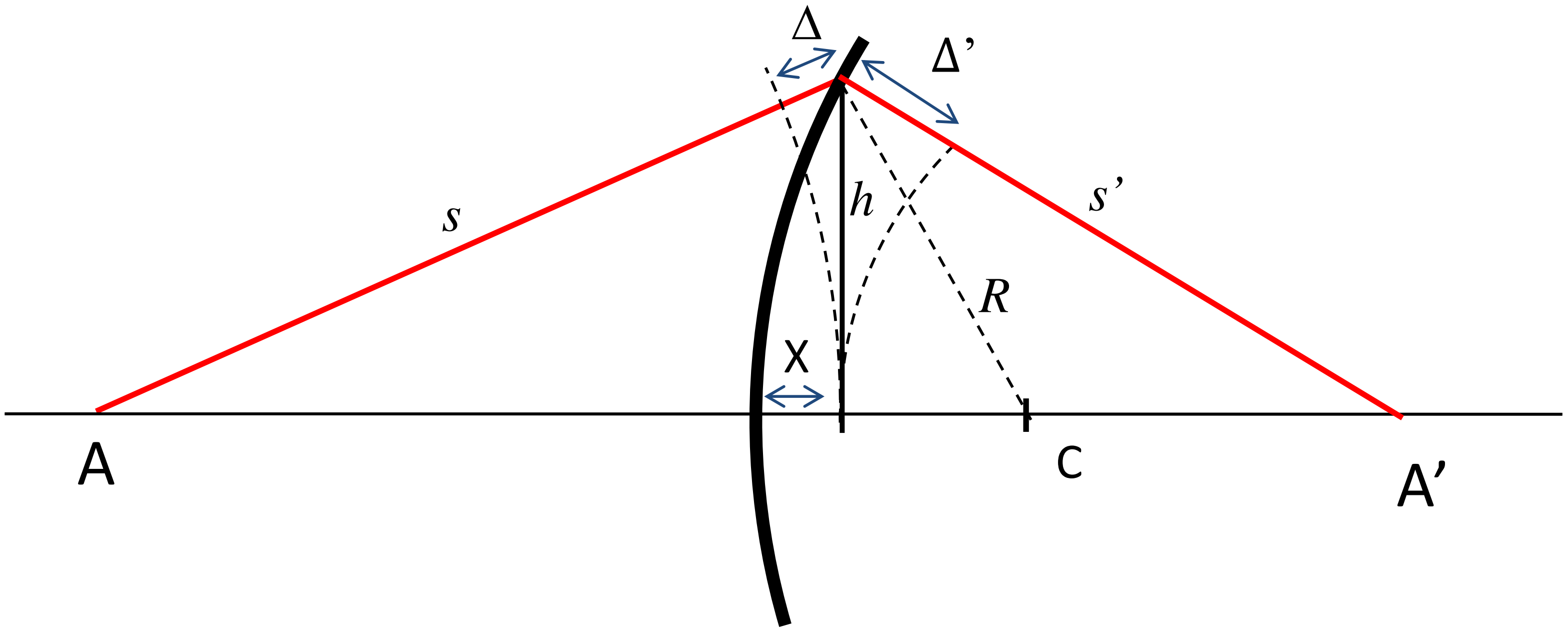
$$AI' = AI$$
$$I'J' = IK = X$$
$$J'K' = \Delta$$
$$K'L' = \Delta'$$
$$KA' = L'A'$$

condition de stigmatisme → AA' constant quelque soit le rayon

$$nAI' + nI'J' + nJ'K' + n'K'L' + n'L'A' = nAI + n'IK + n'KA'$$

$$nX + n\Delta + n'\Delta' = n'X$$

Le cas du dioptre sphérique



$$s^2 = h^2 + (s-\Delta)^2 \longrightarrow \Delta = s - s\sqrt{1-\left(\frac{h}{s}\right)^2} \xrightarrow{idem} \Delta' = s' - s'\sqrt{1-\left(\frac{h}{s'}\right)^2}$$

$$R^2 = h^2 + (R-X)^2 \longrightarrow \mathrm{X} = R - R\sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}$$

Le cas du dioptre sphérique

$$n\Delta + n'\Delta' = (n' - n)X$$

$$ns\times\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{h}{s}\right)^2}\right)+n's'\times\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{h}{s'}\right)^2}\right)=(n'-n)R\times\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{h}{R}\right)^2}\right)$$

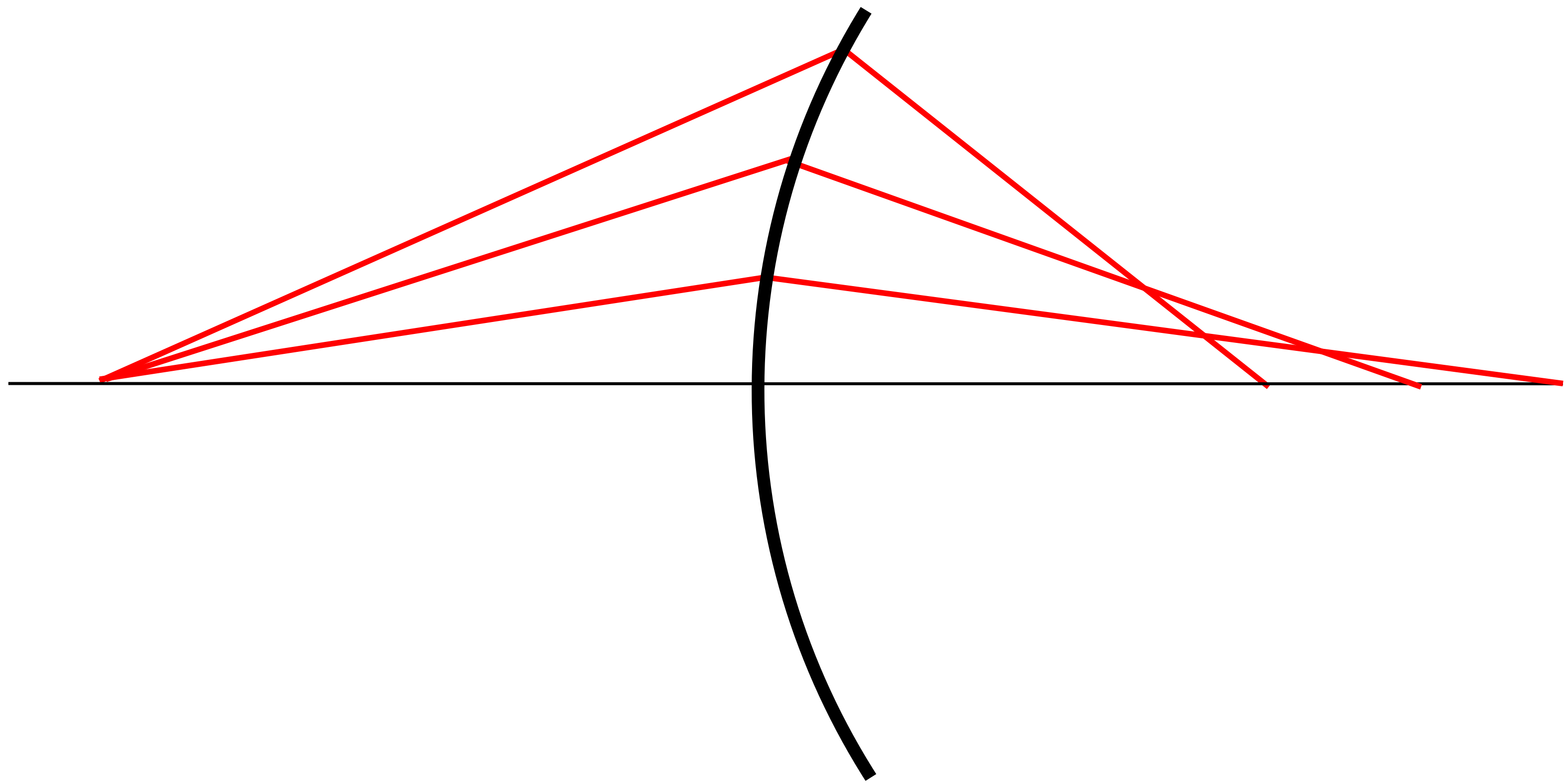
La position de l'image s' dépend de s, indices, R… et h !

C'est donc dépendant du rayon qui part de A !

Le cas du dioptre sphérique

La position de l'image s' dépend de s, indices, R… <u>et h</u> !

C'est donc dépendant du rayon qui part de A.



Le cas du dioptre sphérique

Les conditions paraxiales imposent que h<<s, h<<s' et h<<R

$$1-\sqrt{1-\left(\frac{h}{s}\right)^2} \sim \frac{h^2}{2s^2}$$

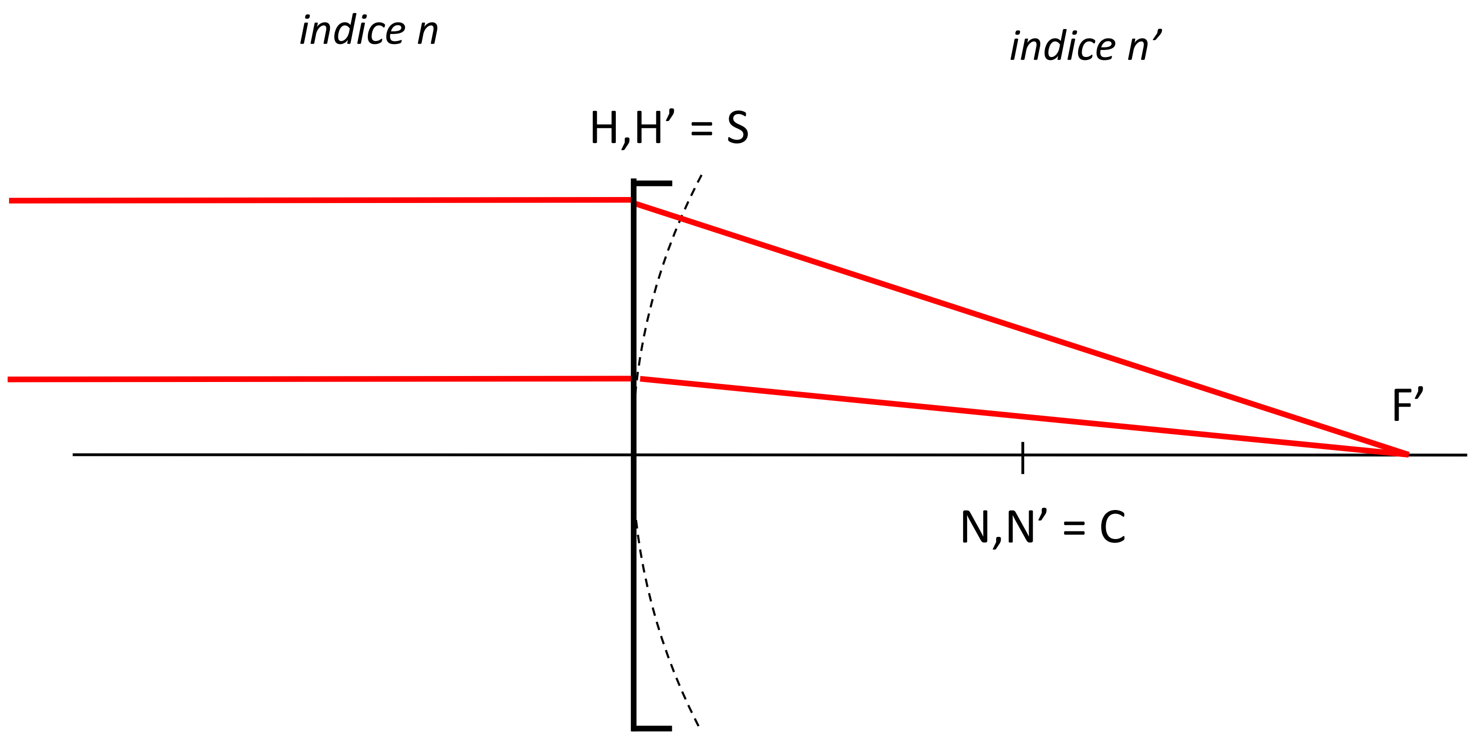
On obtient la **relation de conjugaison** du dioptre,

$$n\Delta + n'\Delta' = (n'-n)X \longrightarrow \frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n'-n}{R}$$

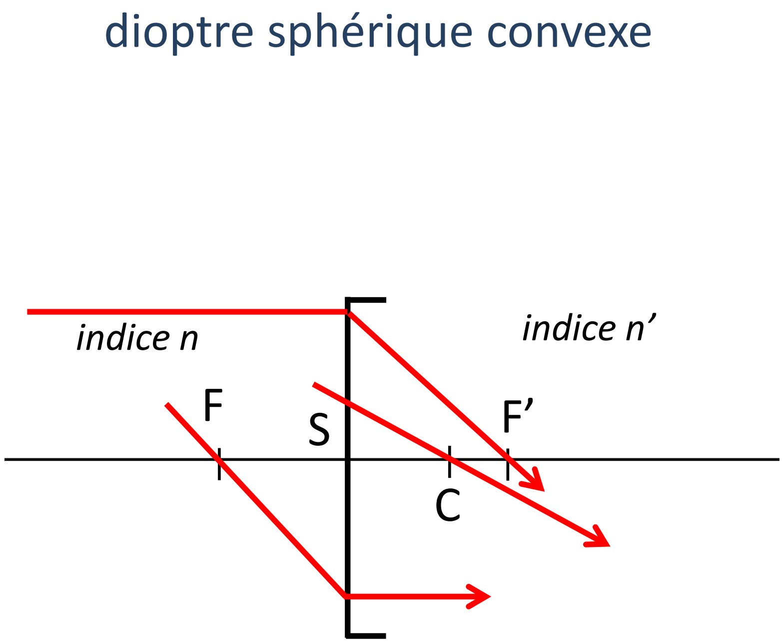
Avec les notations algébriques, on obtient,
Et on retrouve également *f* et *f'*

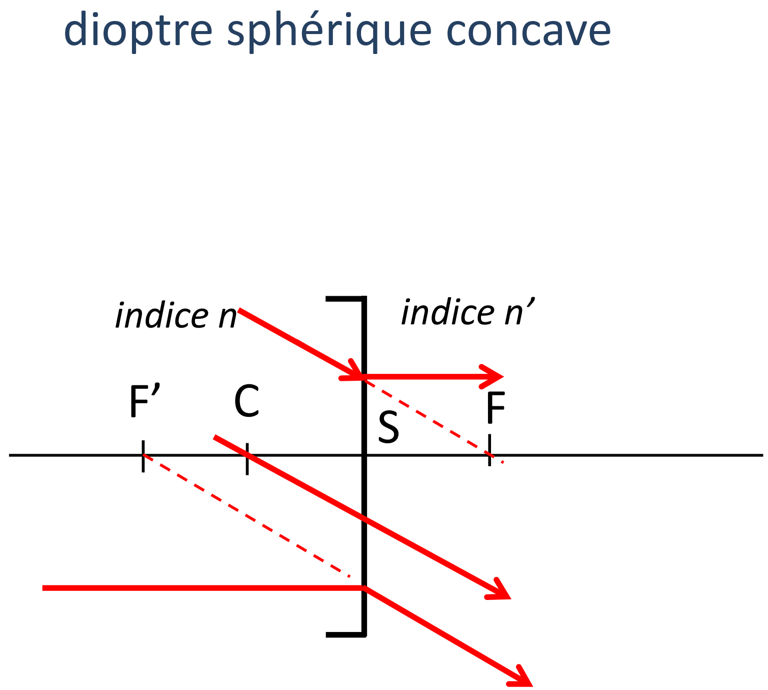
$$\boxed{-\frac{n}{\overline{SA}}+\frac{n'}{\overline{SA'}}=\frac{n'-n}{\overline{SC}}=\frac{n'}{f'}}$$

Le cas du dioptre sphérique



Le cas du dioptre sphérique

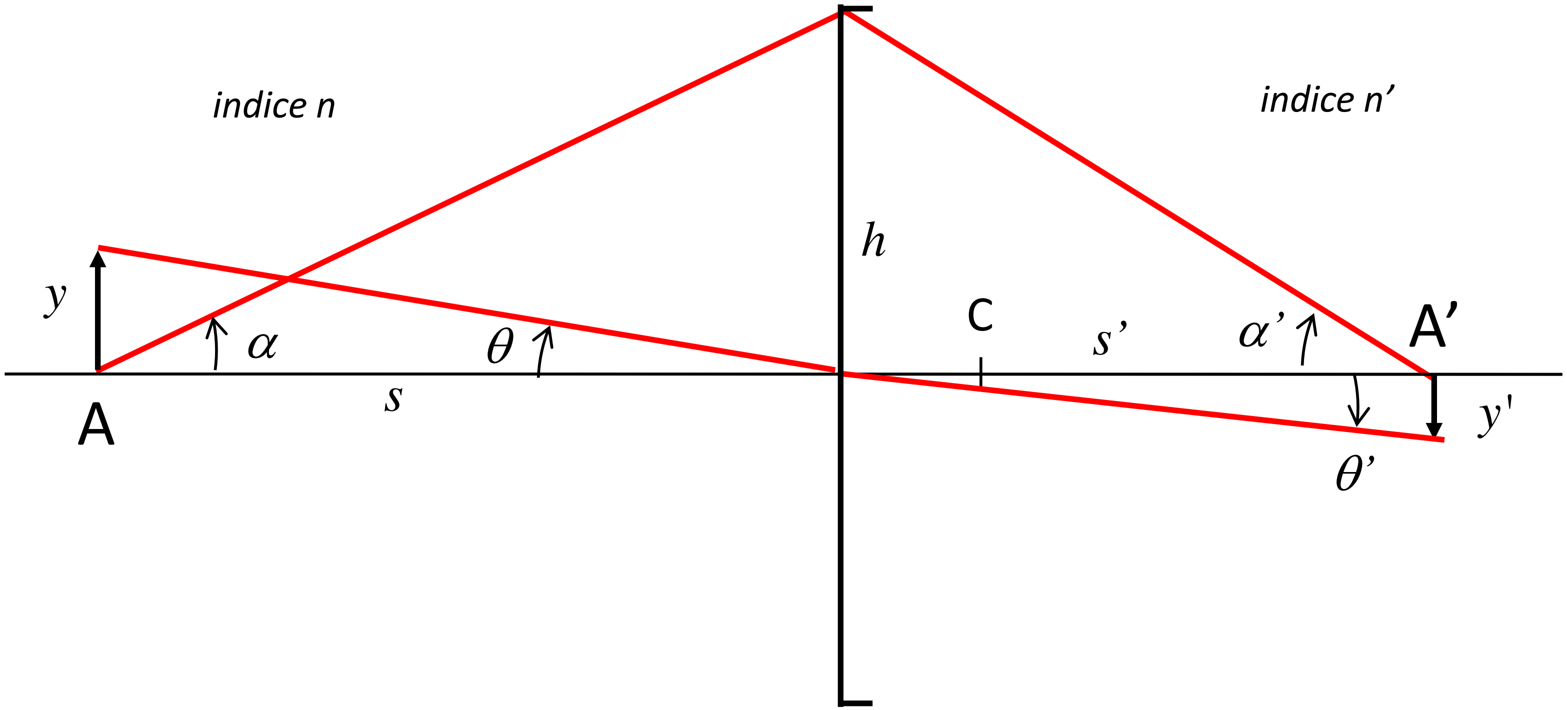




$$\overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC} = f'$$

$$\overline{SF} = \frac{-n}{n'-n}\overline{SC} = f$$

Le cas du dioptre sphérique



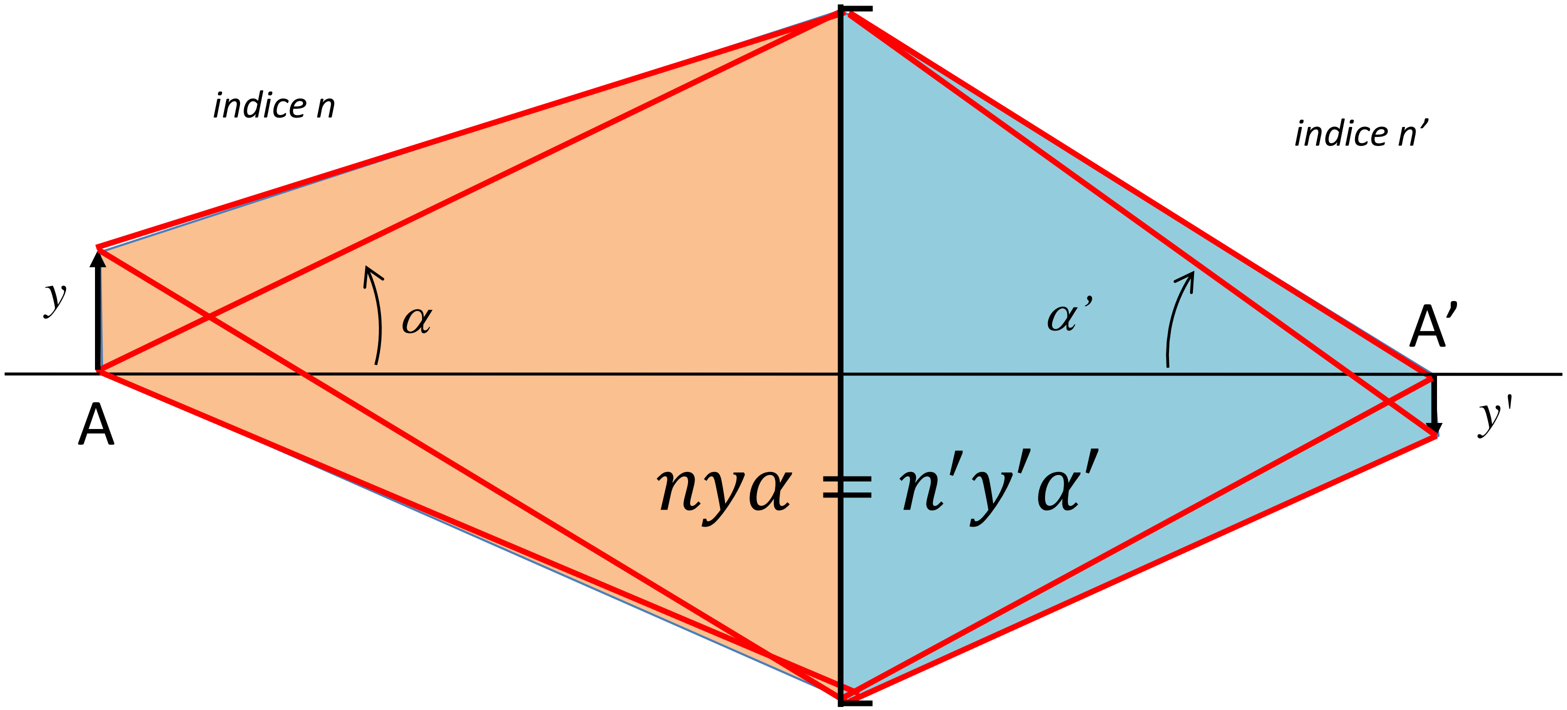
$$h = s\alpha = s'\alpha'$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{\theta' s'}{\theta s} = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}$$

$$ny\alpha = n'y'\alpha'$$

Invariant de Lagrange-Helmotz

Le cas du dioptre sphérique



$$ny\alpha = n'y'\alpha'$$

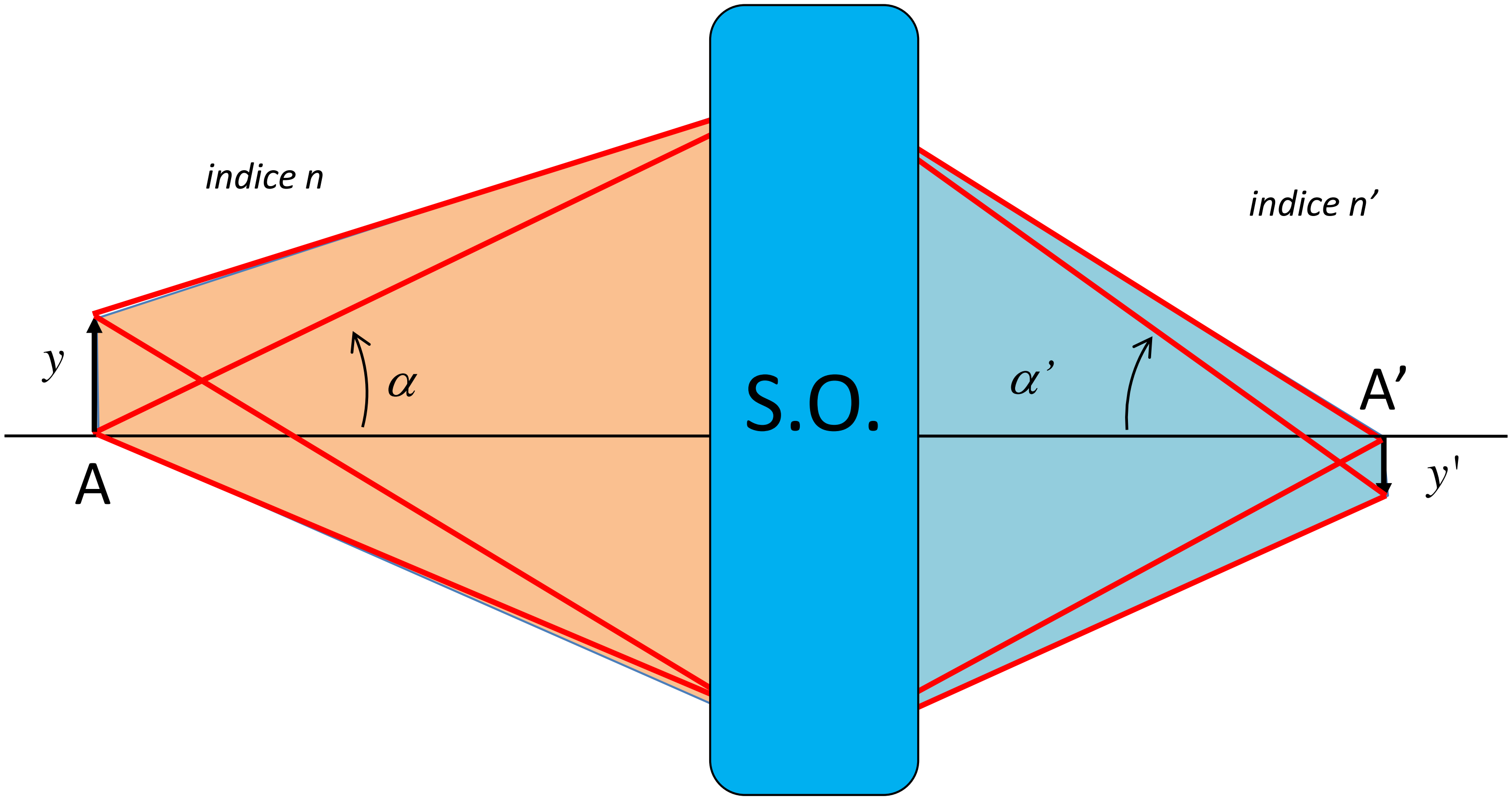
Invariant de Lagrange-Helmotz

(régime linéaire de la relation des sinus d'Abbe)

Conservation du produit indice-champ-ouverture

= étendue optique du faisceau utile dans le système

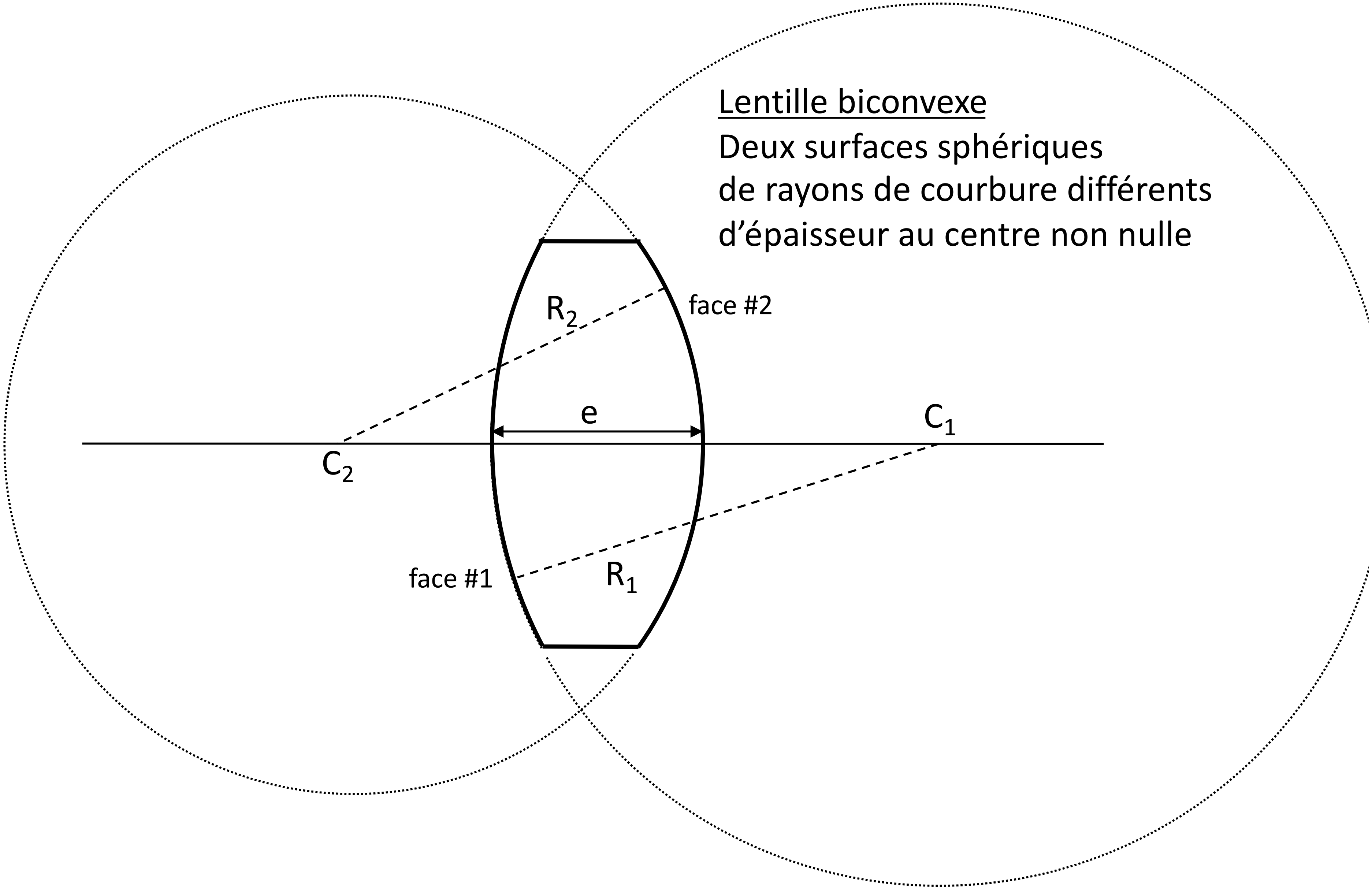
Le cas du dioptre sphérique



$$ny\alpha = n'y'\alpha'$$

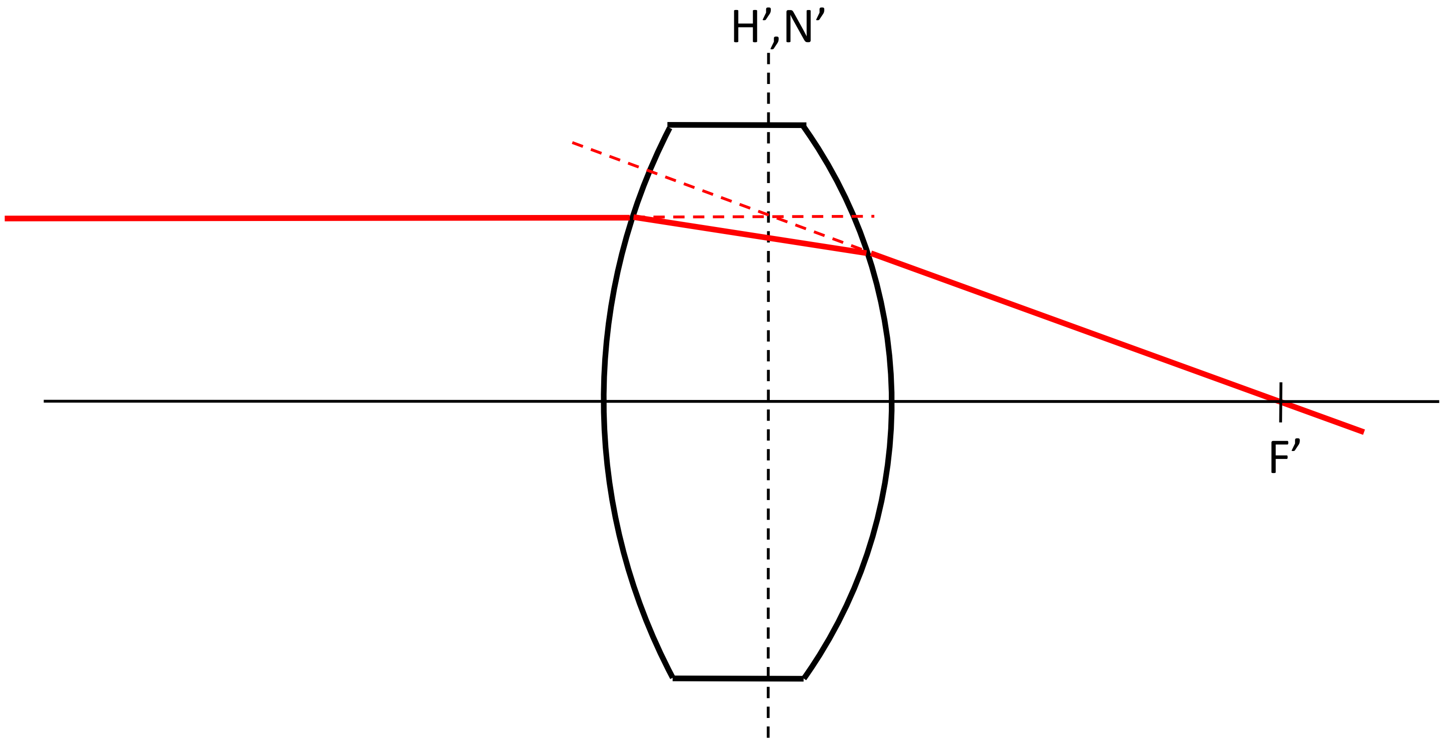
Cet invariant est également valable pour tout système optique composé de dioptres

Le cas des lentilles : lentille épaisse biconvexe



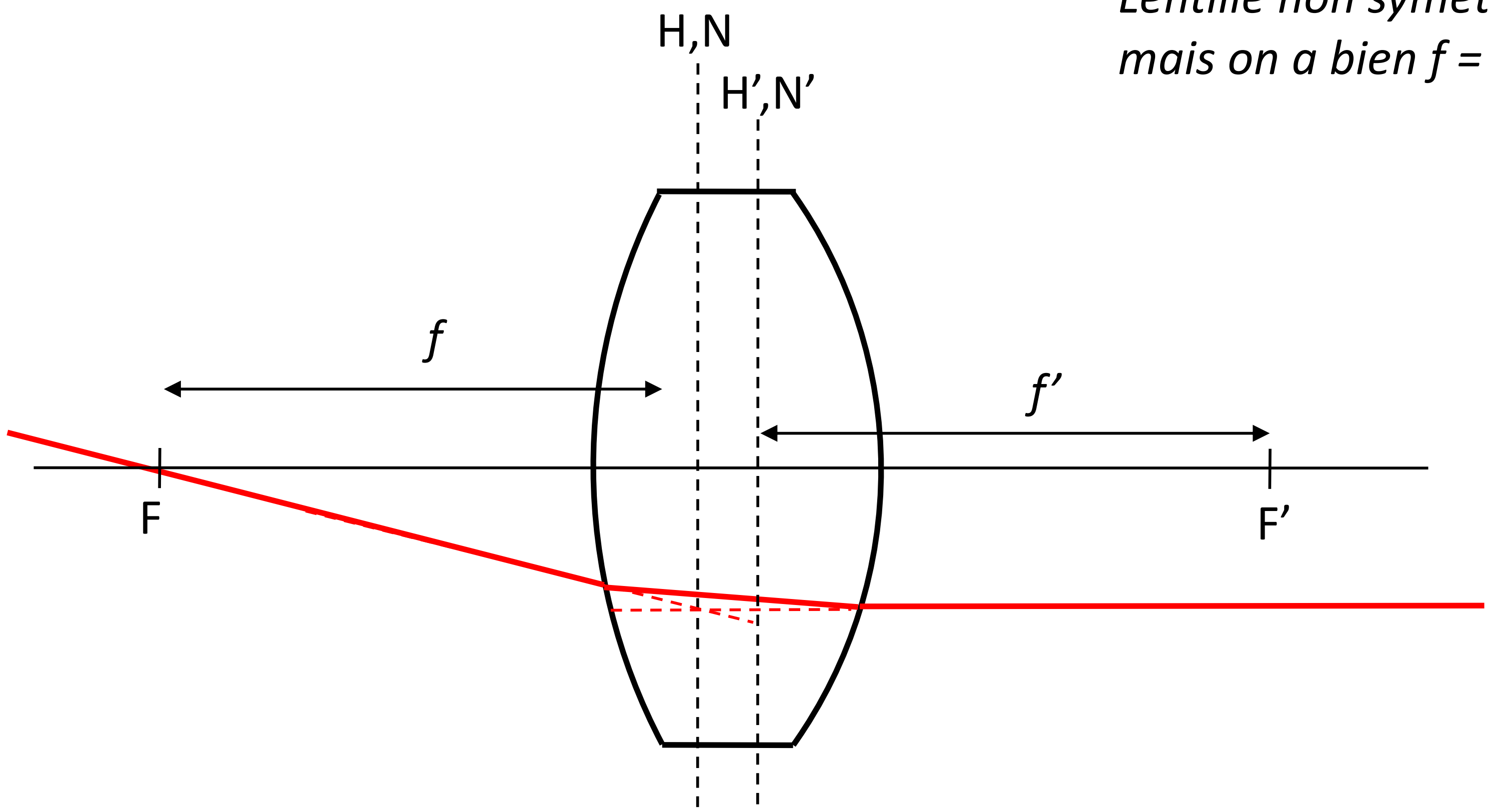
<u>Lentille biconvexe</u>
Deux surfaces sphériques
de rayons de courbure différents
d'épaisseur au centre non nulle

Le cas des lentilles : lentille épaisse biconvexe

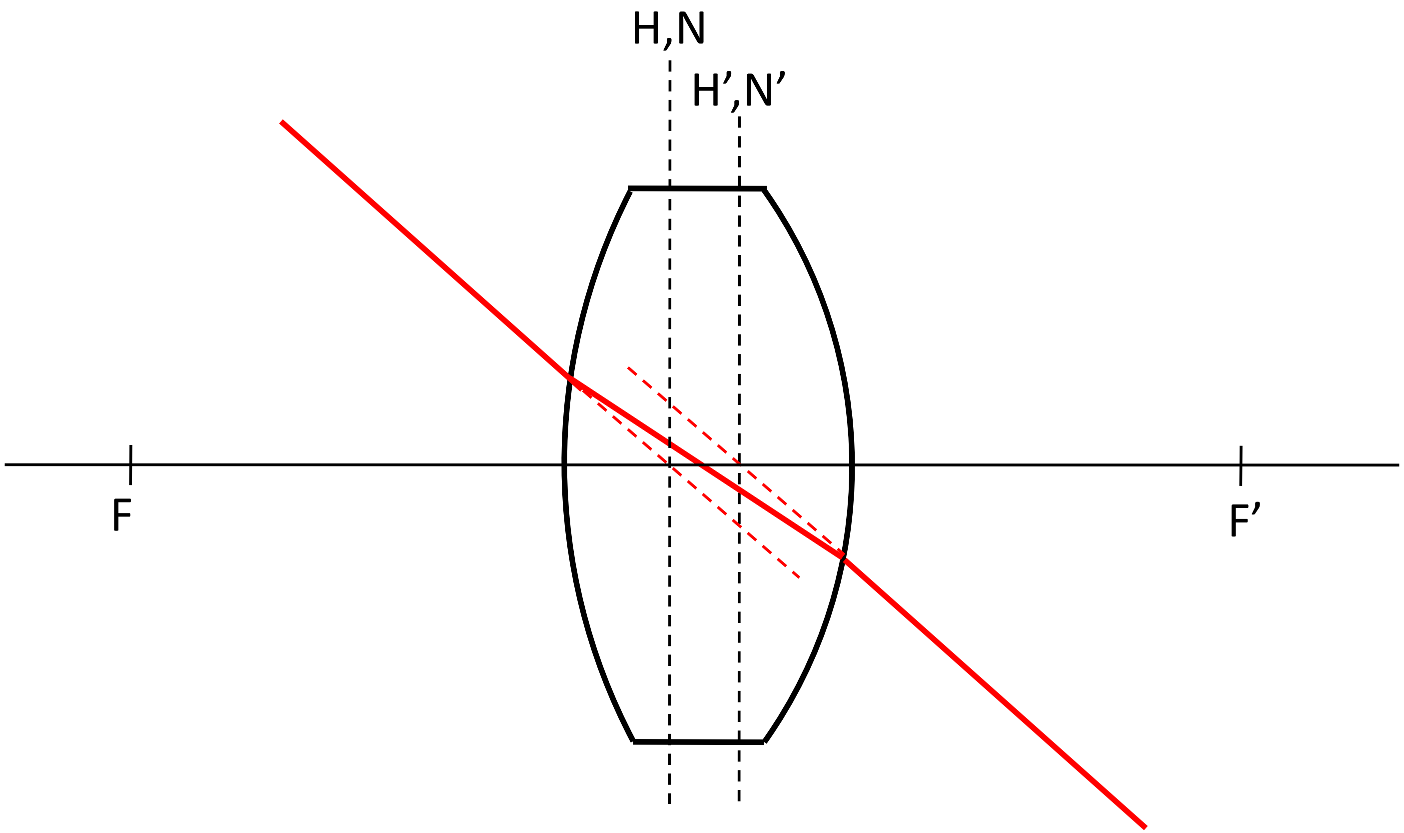


Le cas des lentilles : lentille épaisse biconvexe

Lentille non symétrique
mais on a bien f = - f'



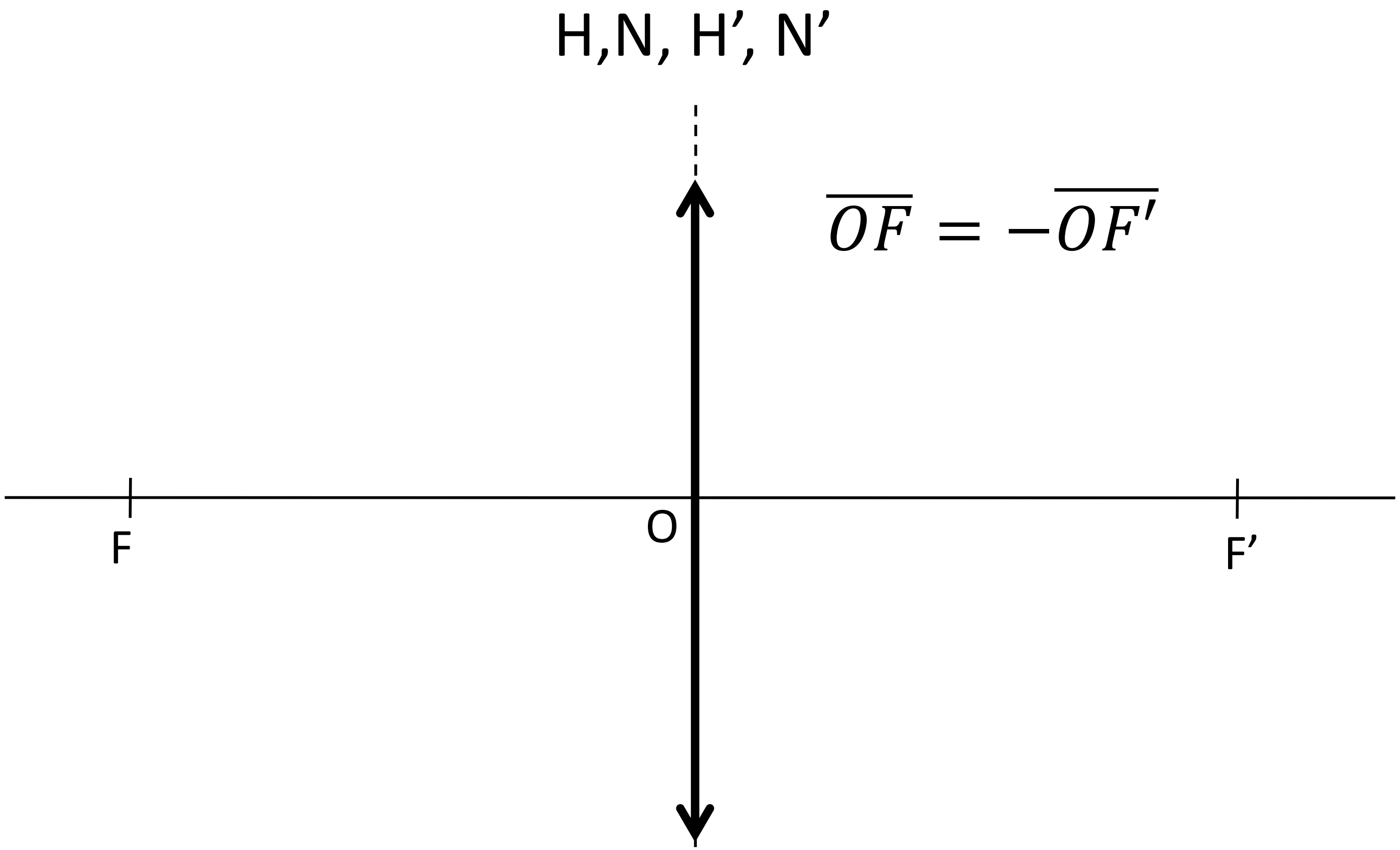
Le cas des lentilles : lentille épaisse biconvexe



$$\frac{1}{\overline{H'F'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{\overline{S_1S_2}}{\overline{S_1C_1}\times\overline{S_2C_2}}$$

Le cas des lentilles : lentille mince

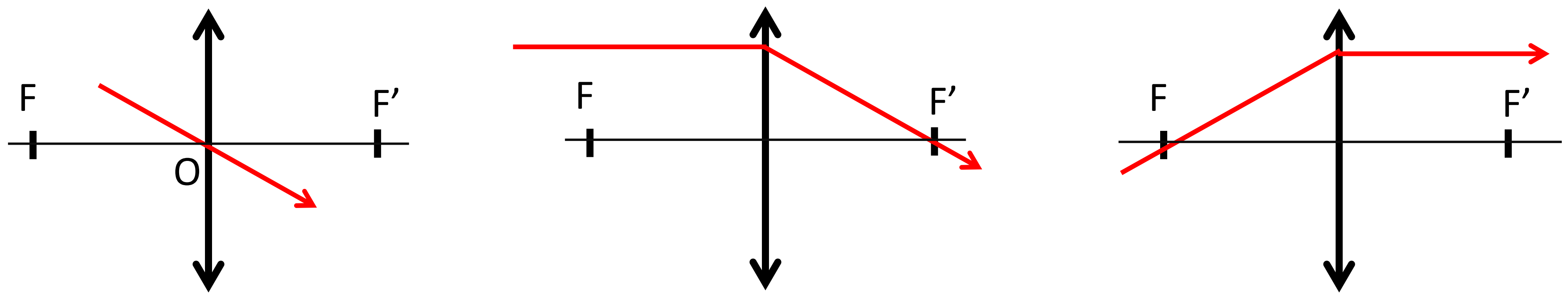
Rayon de courbure très grand devant l'épaisseur au centre



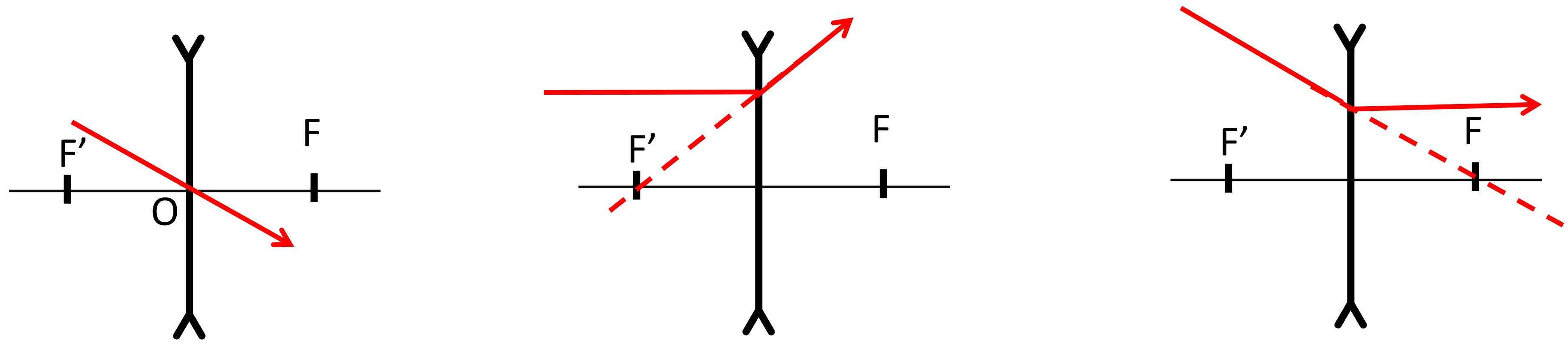
$$\overline{OF} = -\overline{OF'}$$

Le cas des lentilles : lentille mince

lentille mince convergente



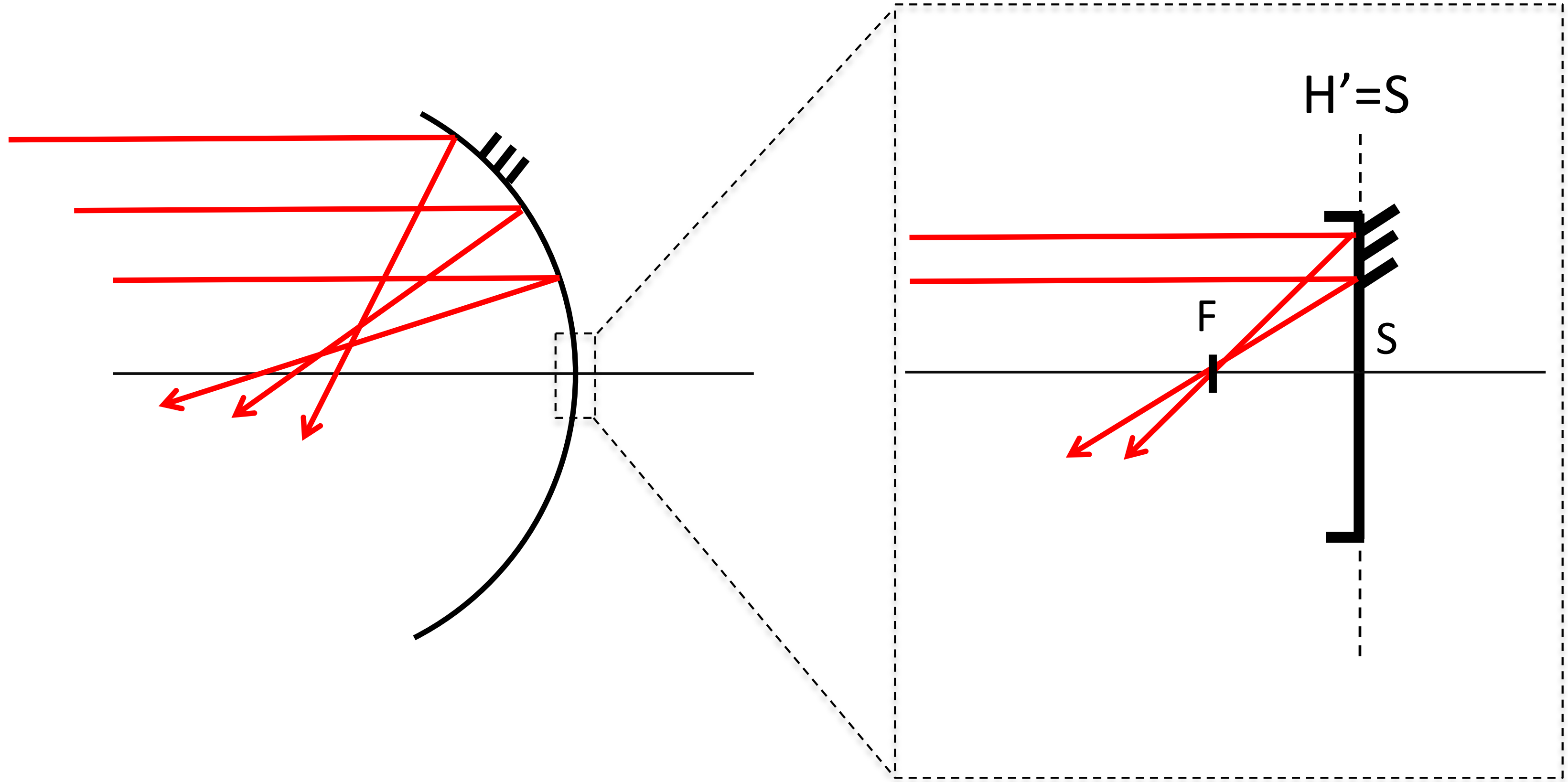
lentille mince divergente



Le cas des miroirs sphériques

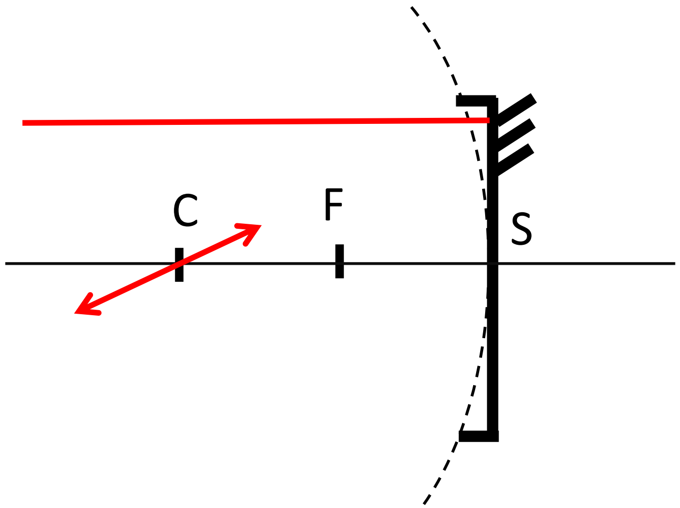
aberration sphérique
d'un miroir trop ouvert

conditions paraxiales



Le cas des miroirs sphériques

miroir concave

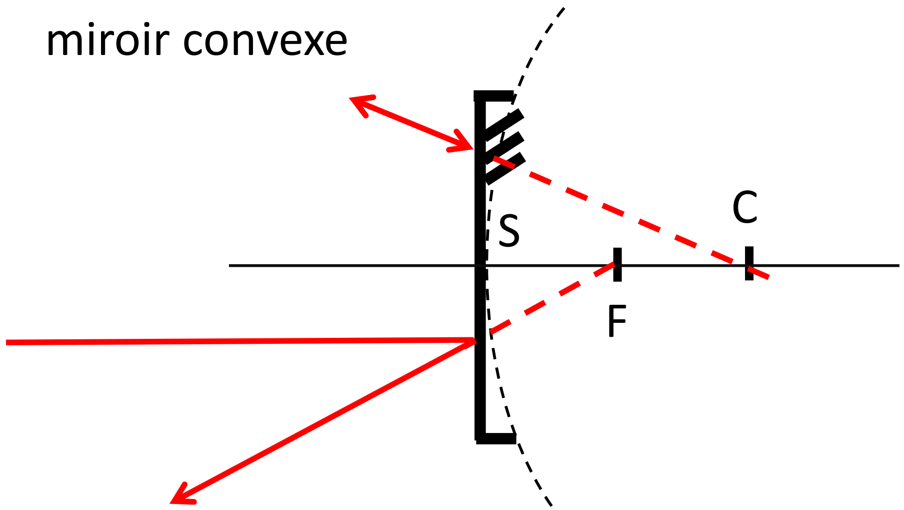


$$\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

H=H'=S

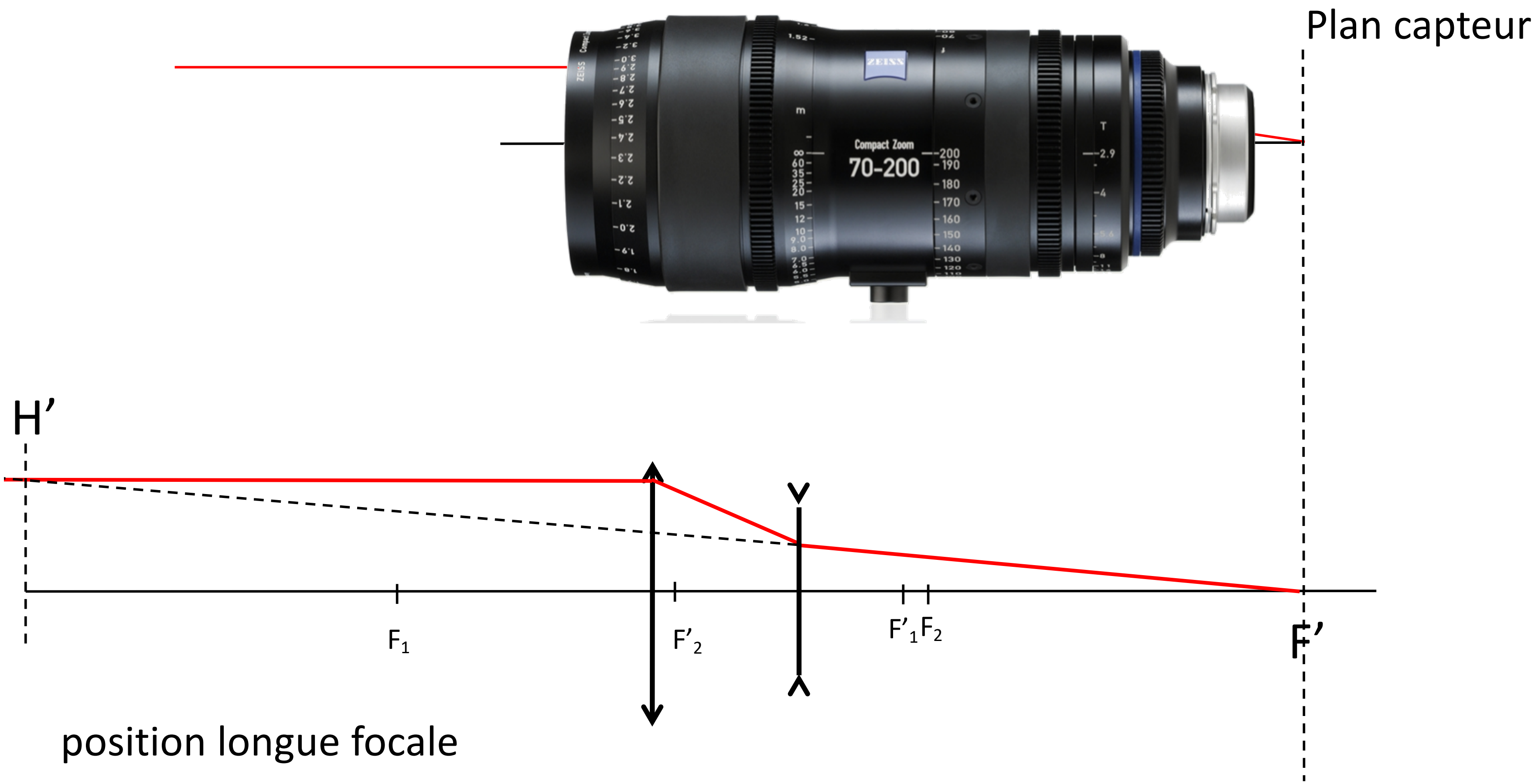
N=N'=C

miroir convexe



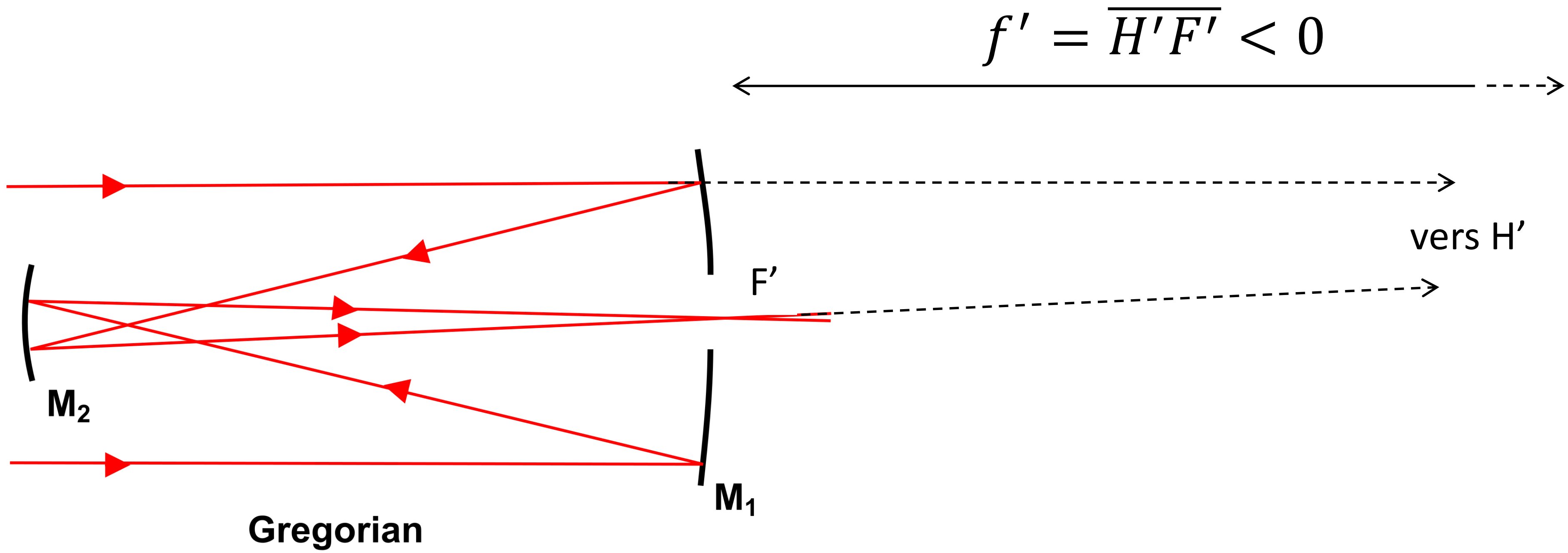
Application aux systèmes centrés : le zoom

Application aux systèmes centrés : le zoom



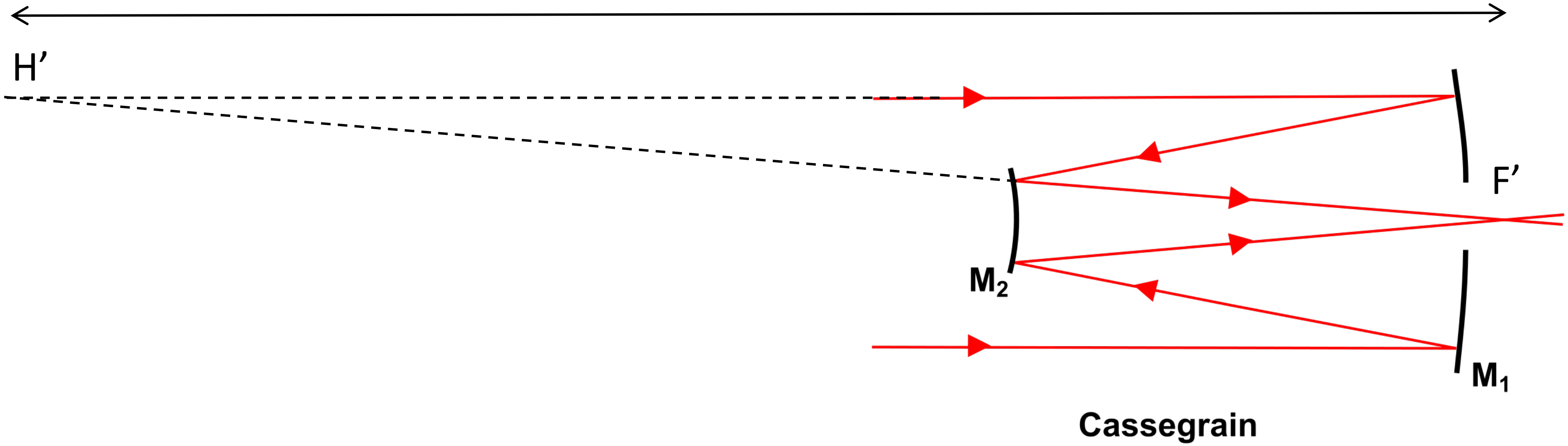
position longue focale

Application aux systèmes centrés : le télescope Grégory



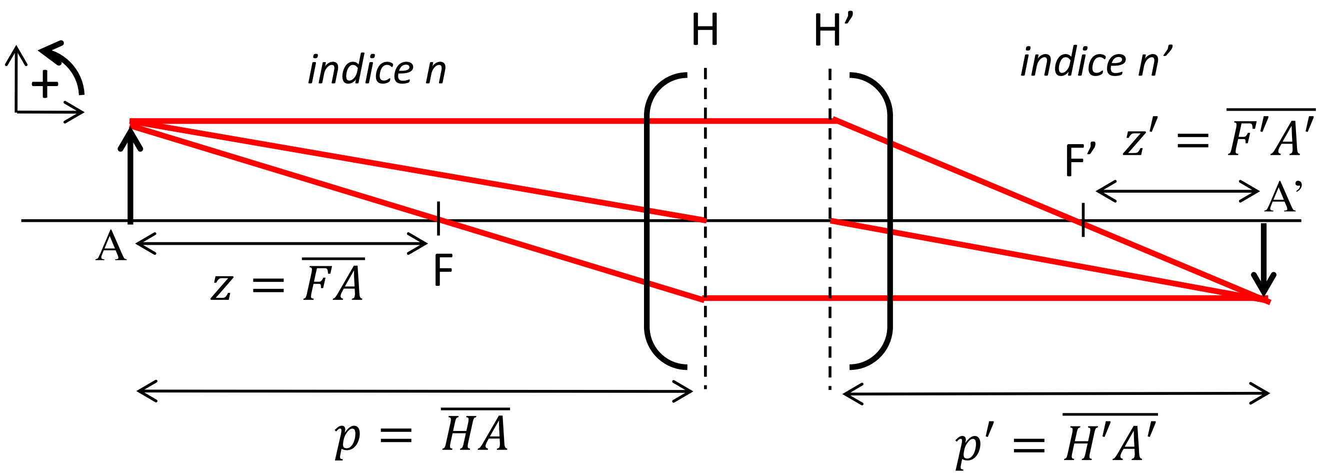
Application aux systèmes centrés : le télescope Cassegrain

$$f' = \overline{H'F'} > 0$$



Position et taille de l'image

La **formule de conjugaison** permet de connaître la position de l'image connaissant la position de l'objet par rapport au système optique, et inversement.



$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

relation de Descartes

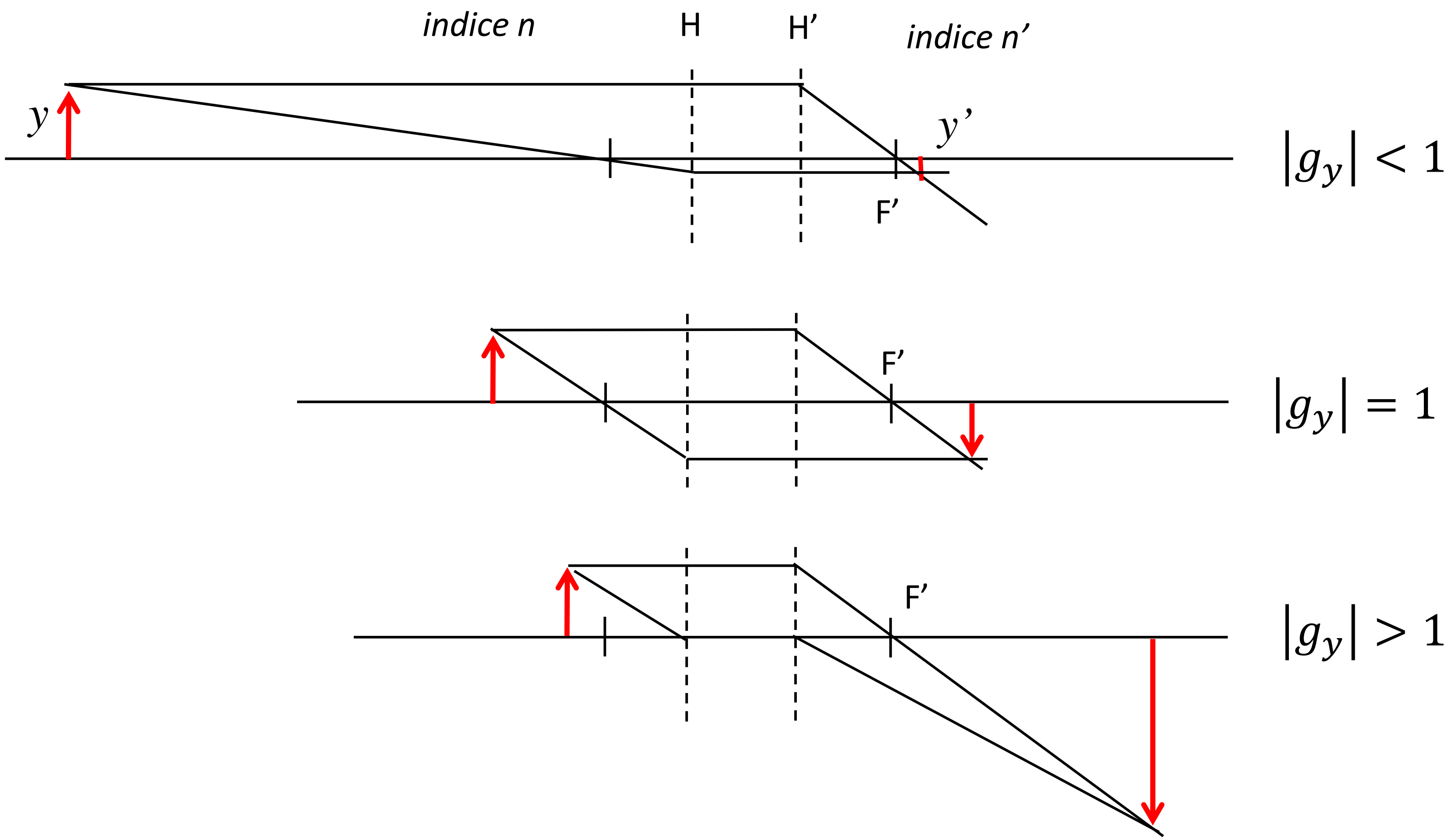
attention : grandeurs algébriques

$$z \times z' = f \times f'$$

relation de Newton

Position et taille de l'image

Dans un **système focal** (à l'opposé d'un système afocal) lorsque l'objet est à distance finie l'image l'est aussi. La taille de l'image est alors définie par le **grandissement g_y** et dépend de la conjugaison.



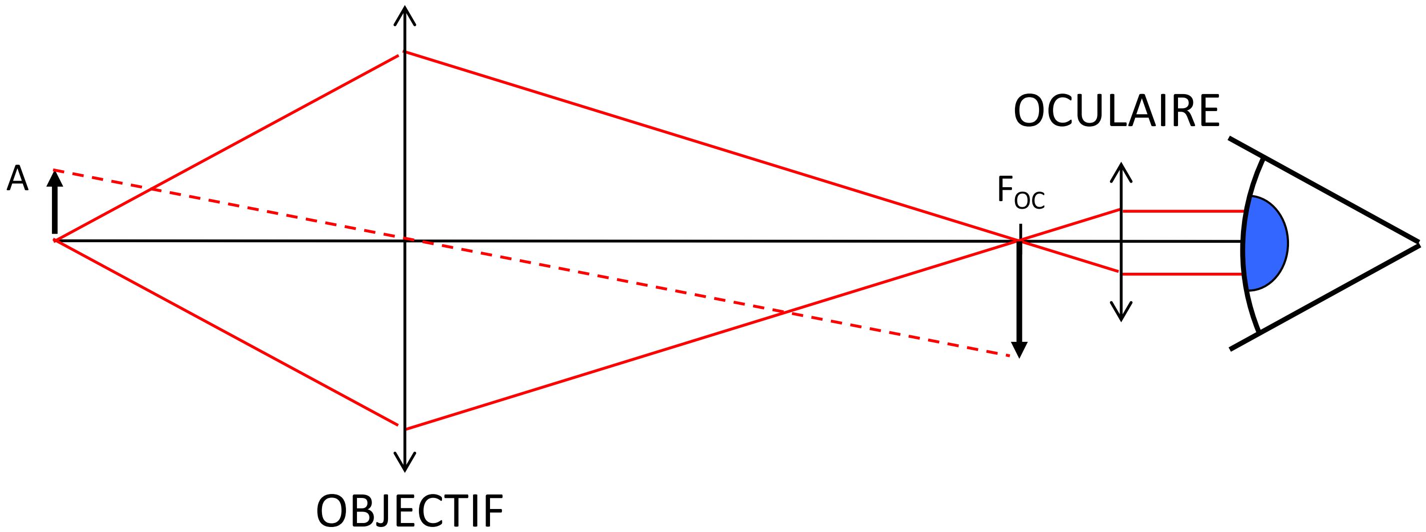
Position et taille de l'image

objectif de grandissement 60

Exemple du microscope

Un microscope fournit une image agrandie d'un petit objet, éventuellement reprise par un oculaire pour la renvoyer à l'infini.

$$A \xrightarrow{\text{objectif}} F_{oculaire} \xrightarrow{\text{oculaire}} \infty$$

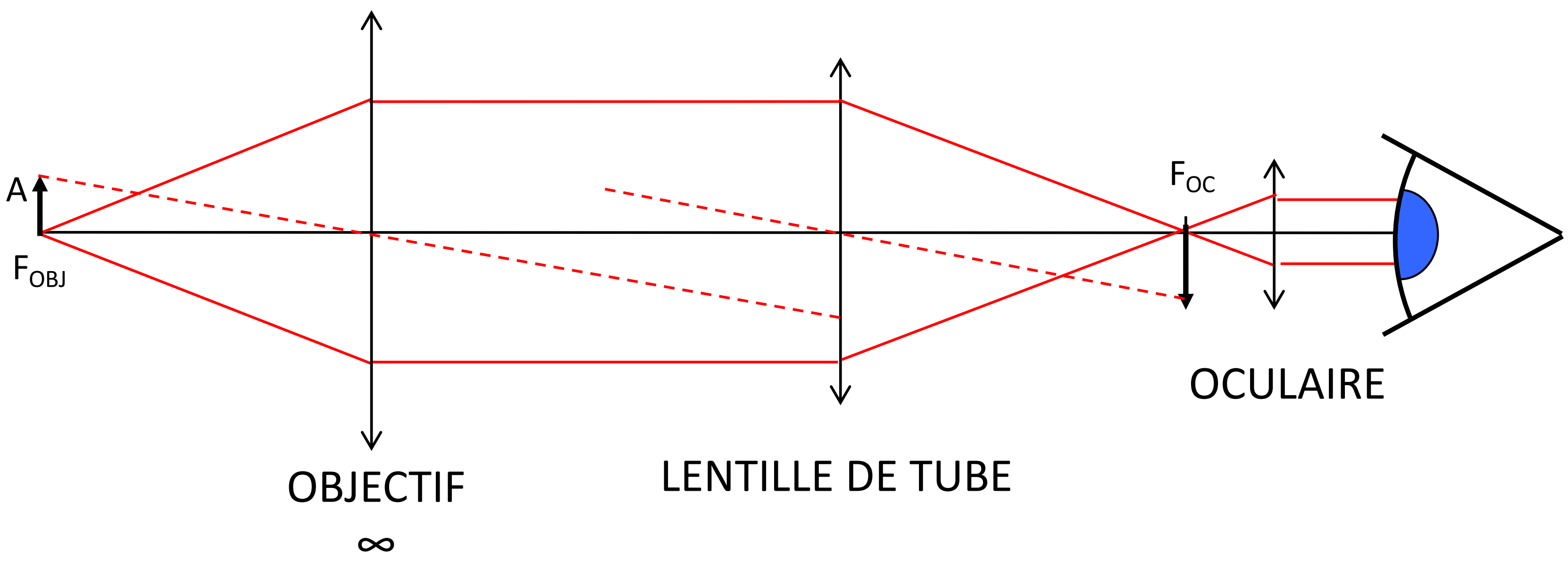


Position et taille de l'image

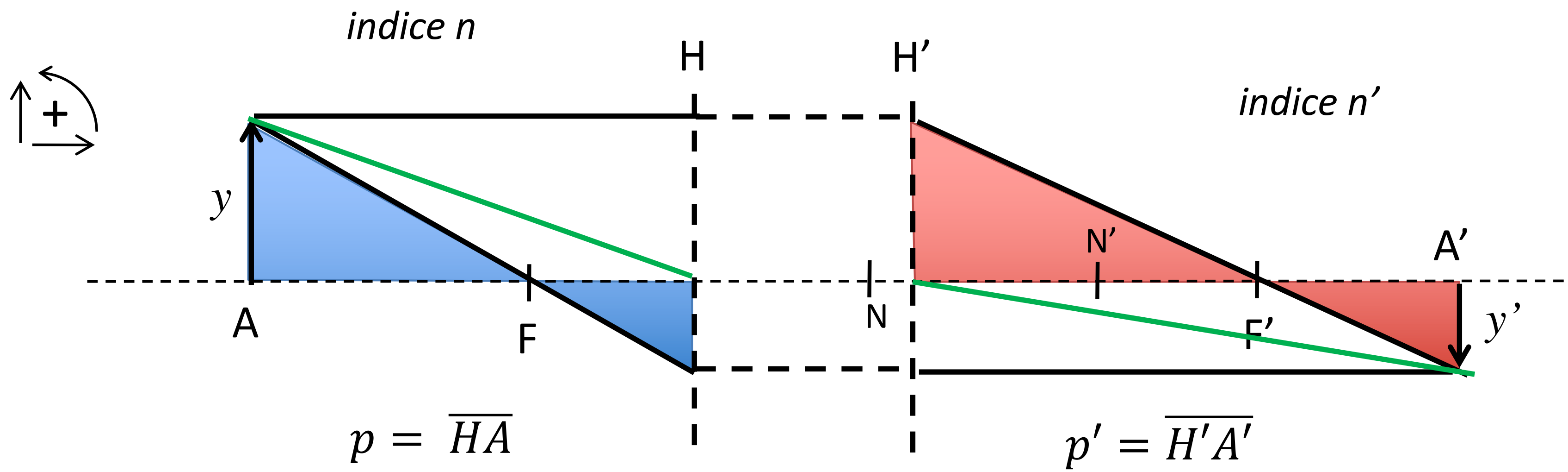
Exemple du microscope

Certains objectifs fournissent directement une image à l'infini (le petit objet étant placé à son foyer). Il faut donc une lentille (de tube) pour reformer l'image au foyer de l'oculaire ou dans le plan d'une caméra.

$$A = F_{objectif} \xrightarrow{\text{objectif}} \infty \xrightarrow{\text{lentille}} F_{oculaire} \xrightarrow{\text{oculaire}} \infty$$



Position et taille de l'image



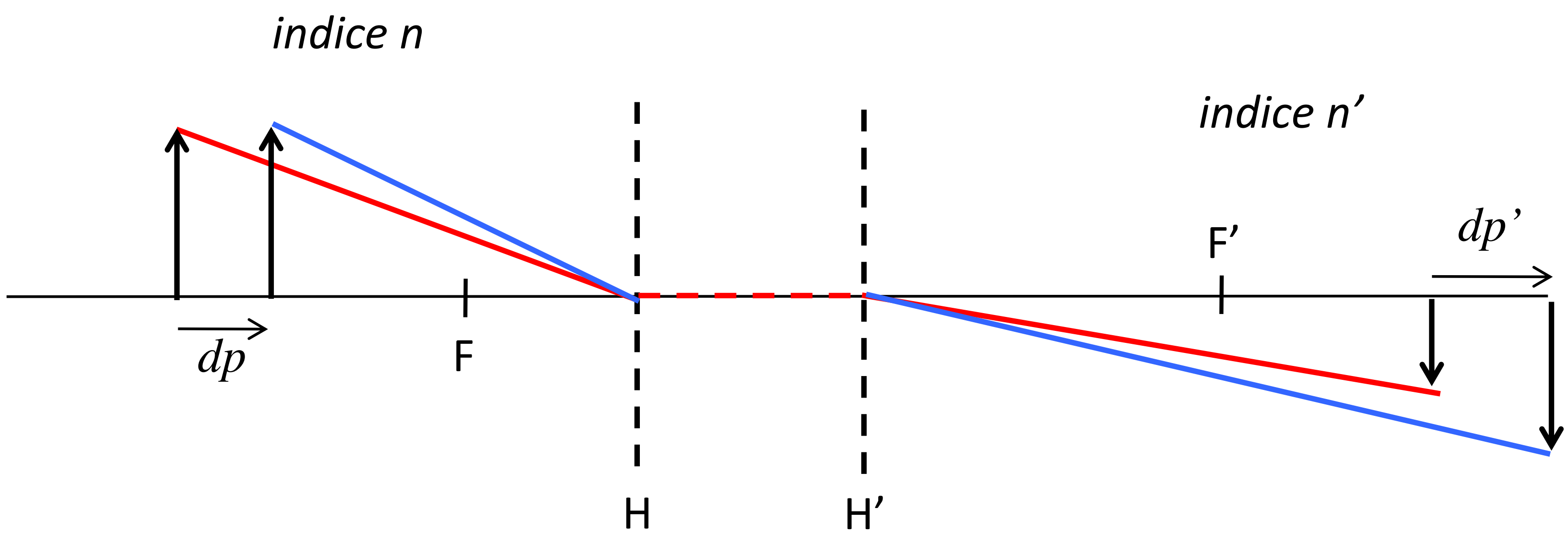
via les triangles semblables

$$g_y = \frac{y'}{y} = \boxed{-\frac{f}{\overline{FA}}} = \boxed{-\frac{\overline{F'A'}}{f'}}$$

via l'invariant de Lagrange

$$g_y = \frac{n}{n'} \times \frac{p'}{p}$$

Position et taille de l'image



Le grandissement axial (le long de l'axe) est proportionnel au carré du grandissement transversal. On le détermine en différenciant la formule de conjugaison.

$$g_z = \frac{dp'}{dp} = \frac{n'}{n}\left(g_y\right)^2$$

Position et taille de l'image

Dans un **système focal** lorsque l'objet est à l'infini l'image est située dans le plan focal et sa taille est uniquement définie par la focale (ou par sa puissance) et la taille angulaire de l'objet.

On appelle **puissance intrinsèque** (vergence, convergence)

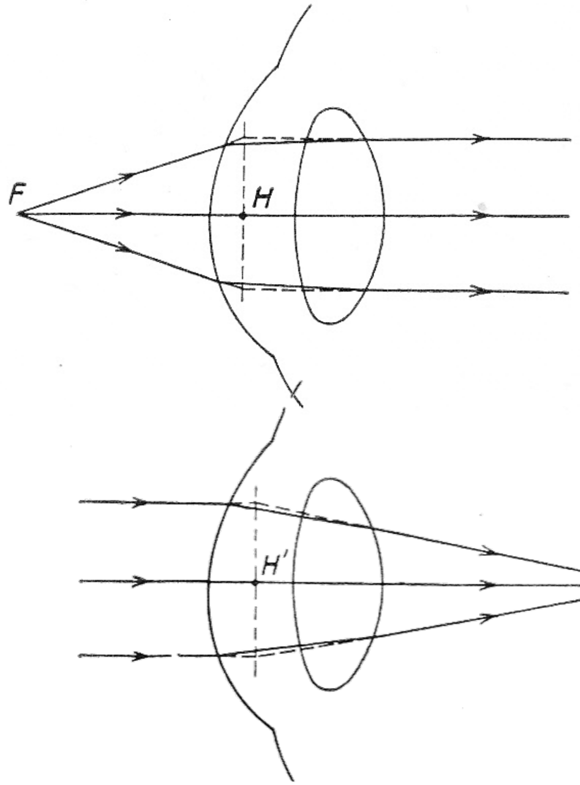
$$P = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

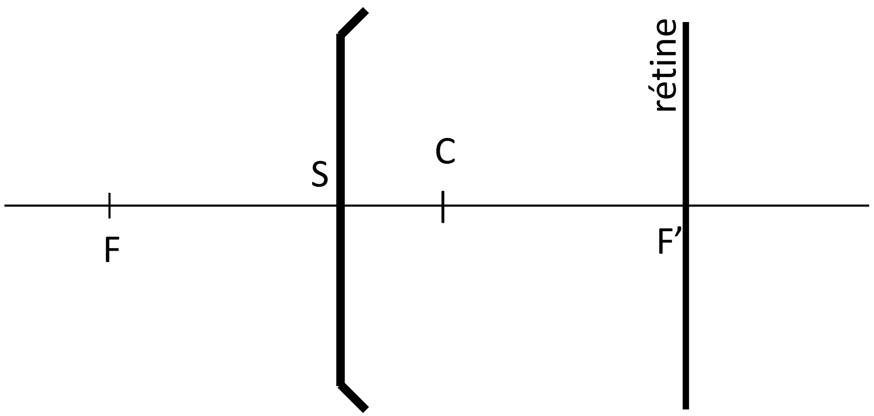
s'exprime en m^{-1} ou dioptrie

Position et taille de l'image

Exemple : l'œil

H et H' très proche de la cornée. Si on néglige la distance HH' (donc aussi NN'), l'œil est modélisé par un dioptre air/eau convergent de rayon de courbure : 5,6 mm.





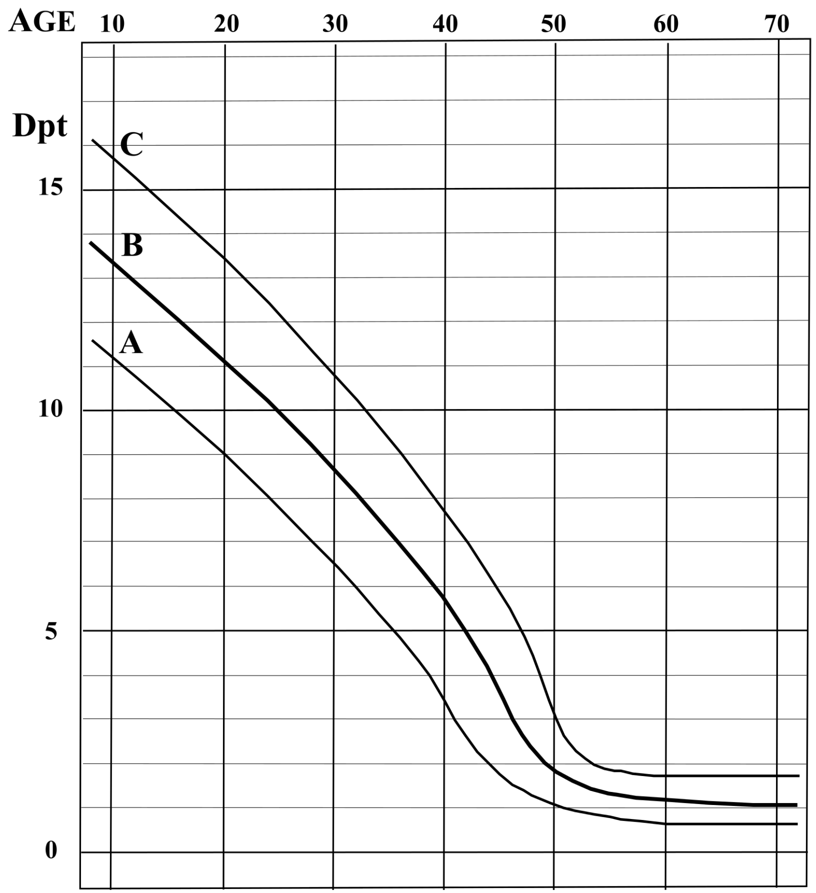
$$\begin{cases} f' = \dfrac{1{,}33}{1{,}33-1} \times 5{,}6mm = 22{,}3mm \\ f = -\dfrac{1}{1{,}33-1} \times 5{,}6mm = 16{,}7mm \end{cases} \Longrightarrow P_{oeil} = \frac{1{,}33}{0{,}0223} = 60\ m^{-1}(\delta)$$

$$P_{oeil} = \underset{44\delta}{P_{cornée}} + \underset{16\delta}{P_{cristallin}} + \underset{\sim 4\delta}{dP_{cristallin}}$$

Position et taille de l'image

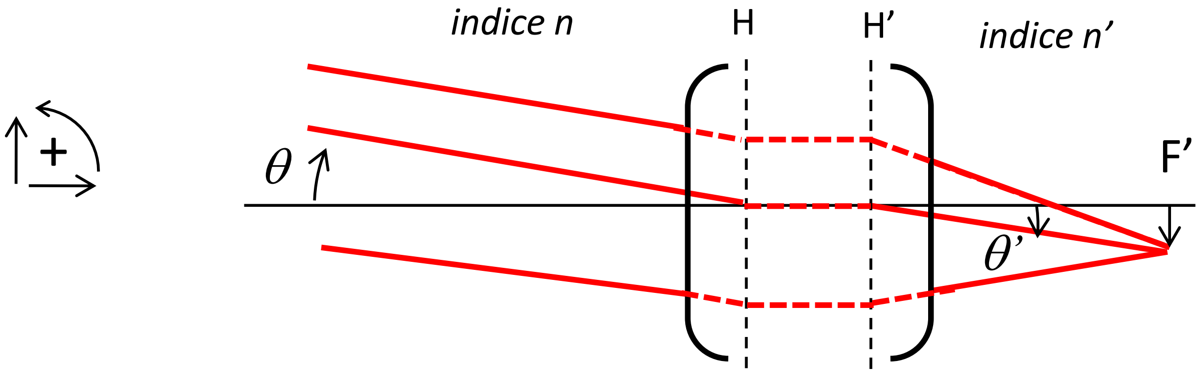
Exemple : l'œil

Amplitude d'accommodation du cristallin en fonction de l'âge

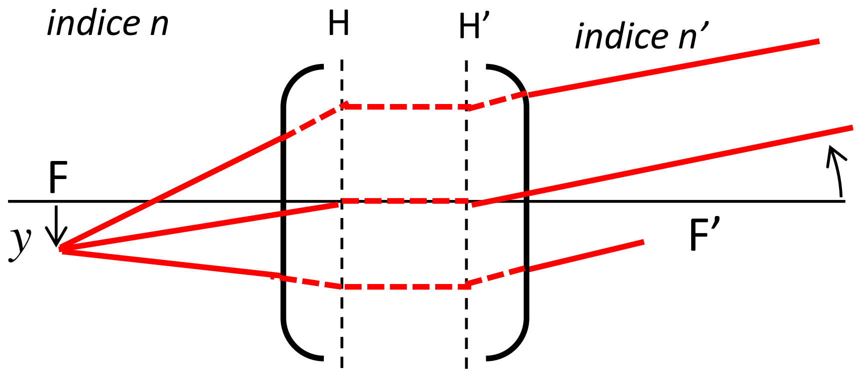


Position et taille de l’image

Dans un **système focal** lorsque l’objet est à l’infini l’image est située dans le plan focal et sa taille est uniquement définie par la focale et la taille angulaire de l’objet.



$$y' = -f \times \theta = f' \times \theta'$$



$$\theta' = -\frac{y}{f'}$$

Position et taille de l'image

Exemple : focalisation par une lentille

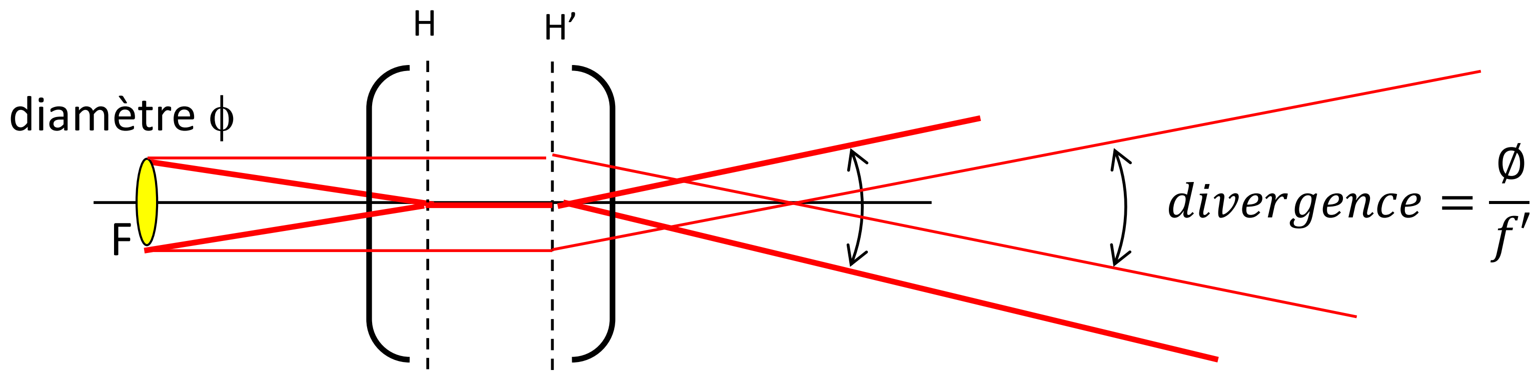
$$\Phi_{\substack{image \\ soleil}} = f \times 0{,}5° \times \frac{\pi}{180}$$

avec. $f' = 100\ mm$ & $\Phi_{lentille} = 50\ mm$

$$\Phi_{\substack{image \\ soleil}} \sim 1\ mm$$

Position et taille de l'image

Exemple : divergence d'une source étendue

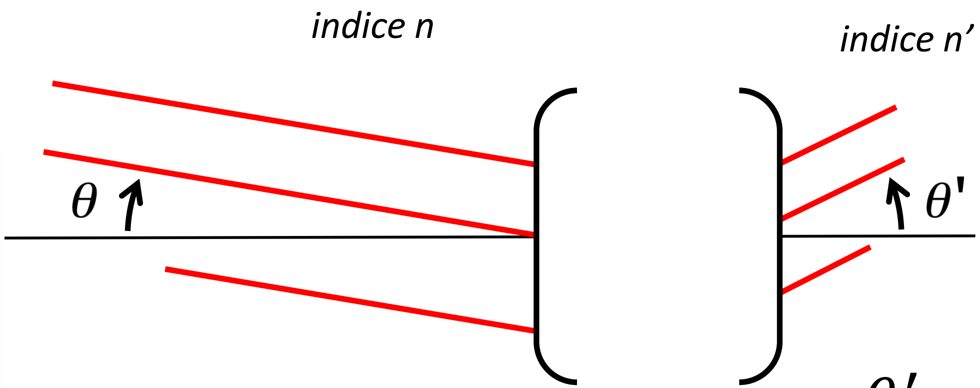


Une source <u>non</u> ponctuelle ne peut pas être parfaitement collimatée (faisceaux parallèles)

Une source ponctuelle peut être parfaitement collimatée d'un point de vue géométrique mais la diffraction engendrera une divergence physique du faisceau liée à l'ouverture du système optique.

Position et taille de l’image

Dans un **système afocal**, si l’objet est à l’infini alors l’image l’est aussi. La grandeur associée n’est pas le grandissement mais le **grossissement G**.



$$\theta' = G\times\theta$$

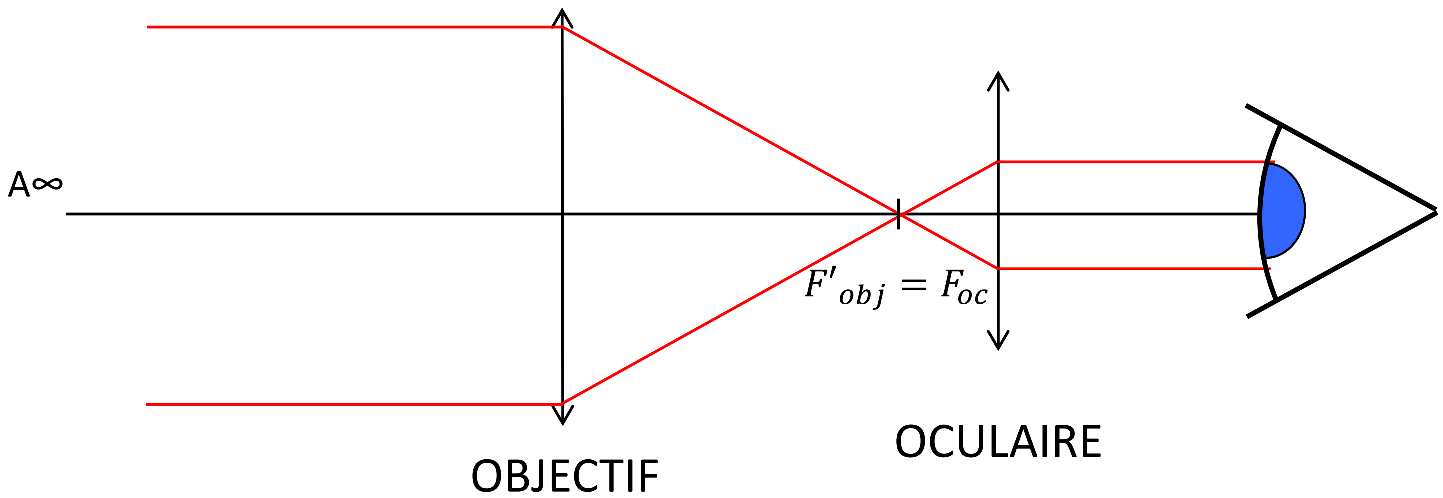
jumelle de grossissement $\times 10$

lunette d’observation astronomique

Position et taille de l'image

Exemple de la lunette astronomique

$$\infty \longrightarrow F'_{OBJ} = F_{OC} \longrightarrow \infty$$

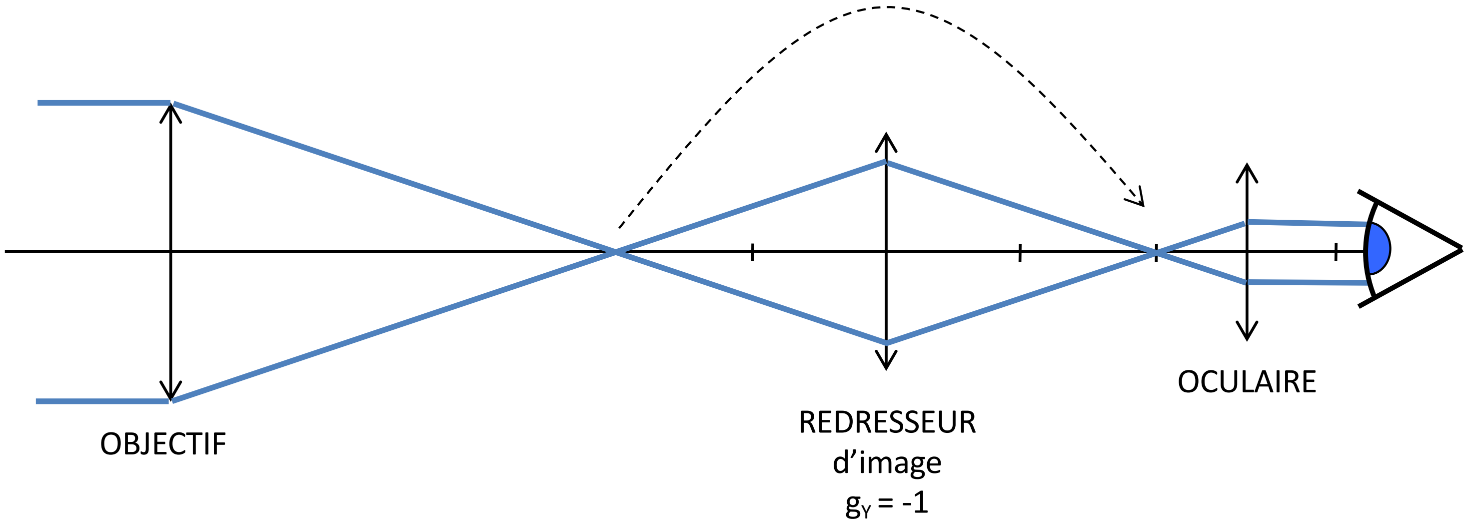


Grossissement (angulaire) $G = -\dfrac{f'_{objectif}}{f'_{oculaire}}$

Position et taille de l'image

Exemple de la lunette terrestre

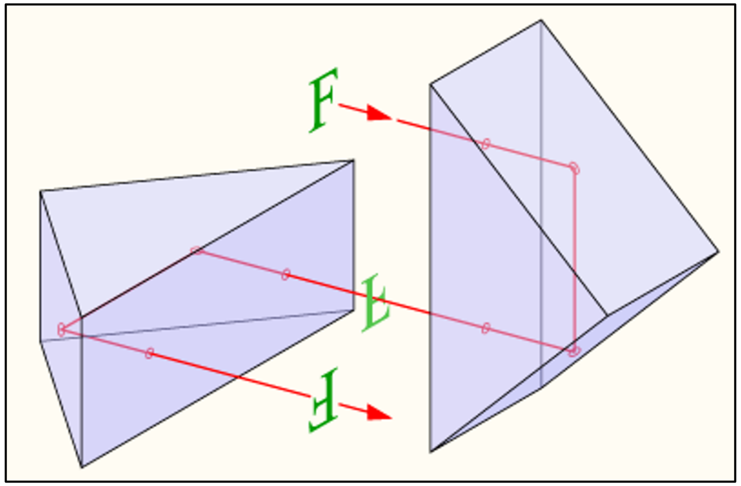
redressement de l'image par une conjugaison d'image de grandissement -1



Position et taille de l'image

Exemple des jumelles

redressement de l'image par réflexion totale dans des prismes



jeux de prismes pour redresser l'image
(g_y=-1)

Position et taille de l'image

Le **grossissement commercial** est utilisé pour les systèmes qui fournissent une image à l'infini d'un objet proche tels les oculaires ou les loupes. Il est défini comme le rapport de l'angle sous lequel l'utilisateur voit l'image à l'infini à travers l'instrument et l'angle (fictif) de l'objet ramené à 250 mm de l'œil.

$$G_c = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\theta'}{\dfrac{y}{0{,}25m}} = \frac{1}{4f'} = \frac{P}{4}$$

si l'objet est en F
ou si l'œil est en F'

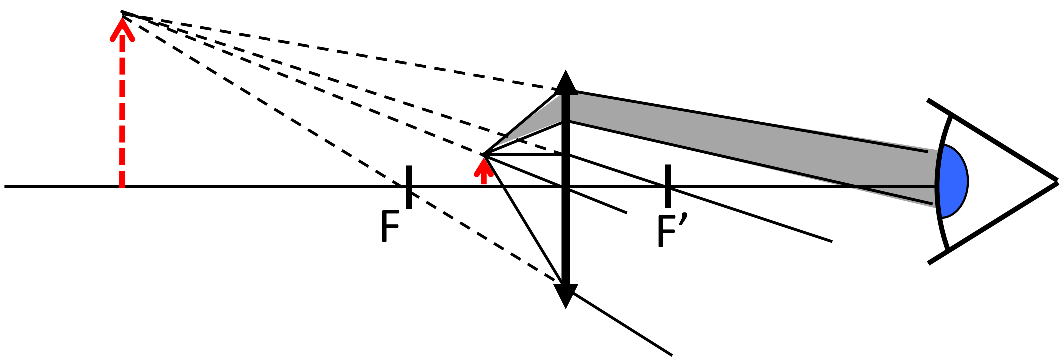
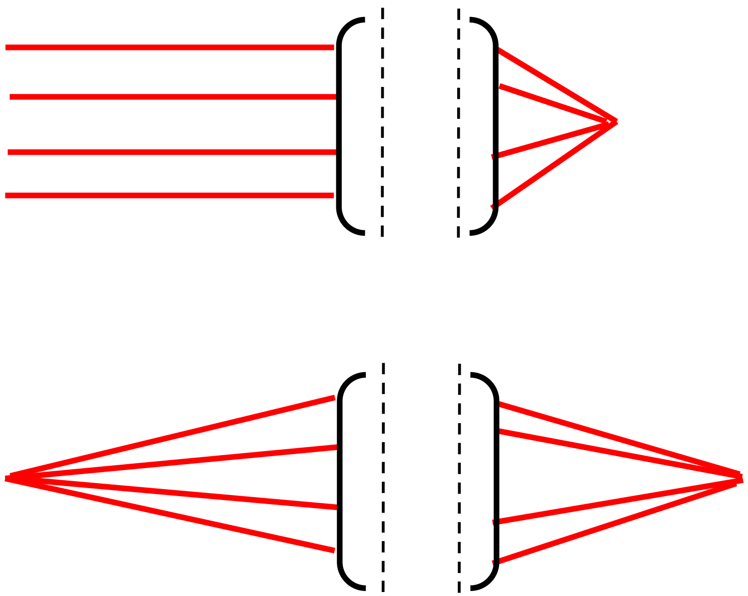
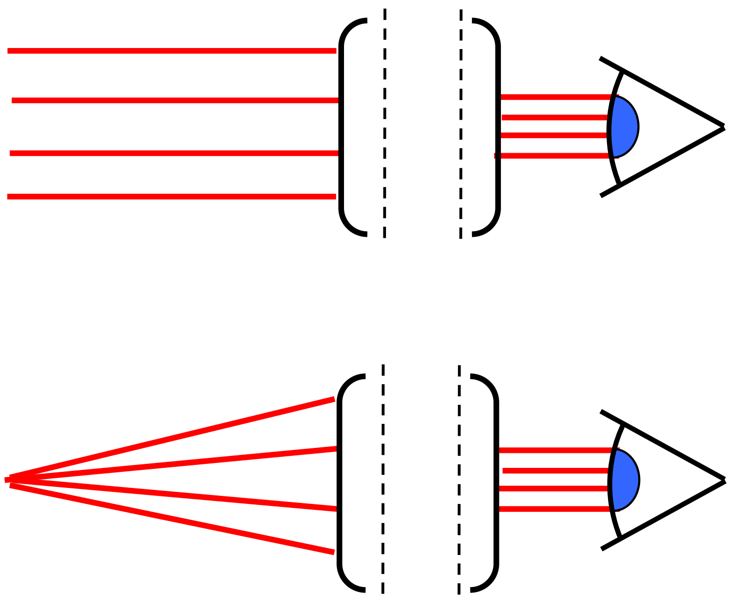


	Image à distance finie	Image à l'infini
Objet à distance finie	*grandissement*	*focale, puissance*
Objet à l'infini	*focale, puissance*	*grossissement*

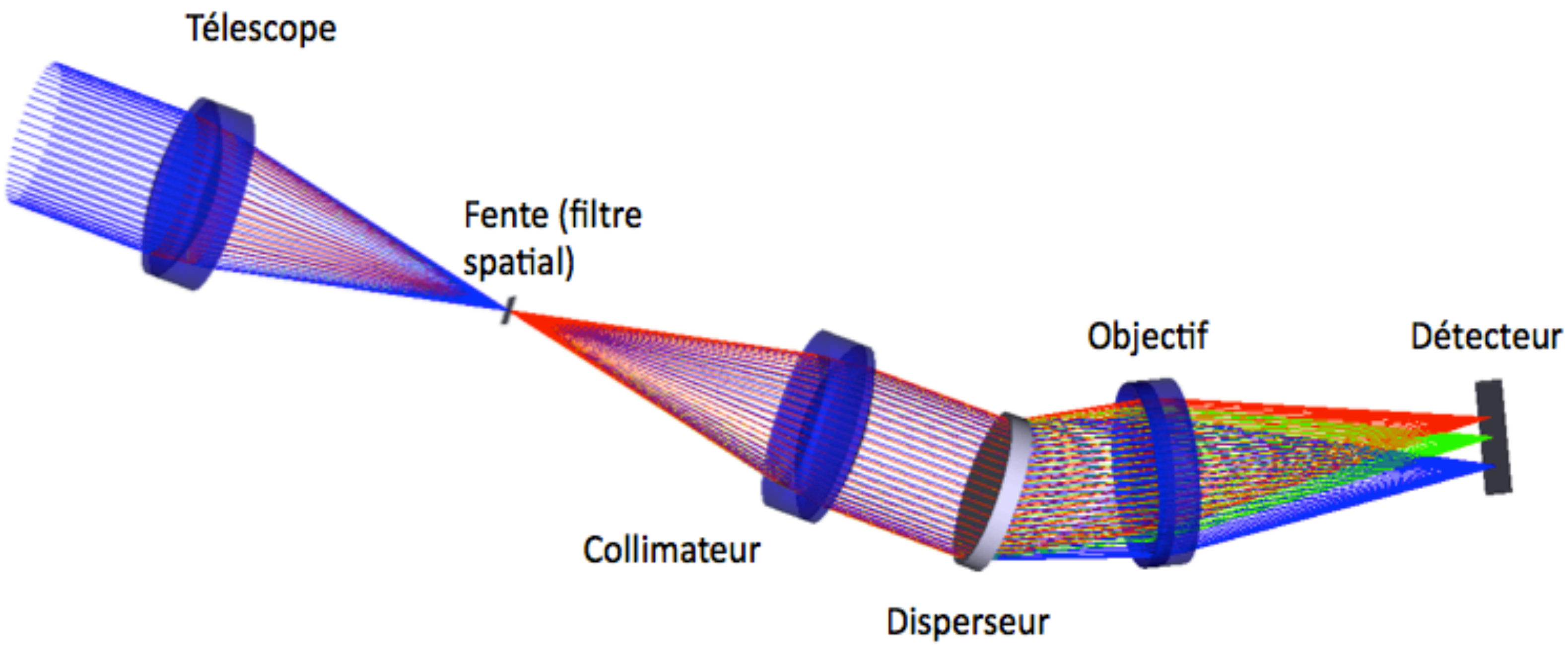
instruments projectifs

instruments visuels



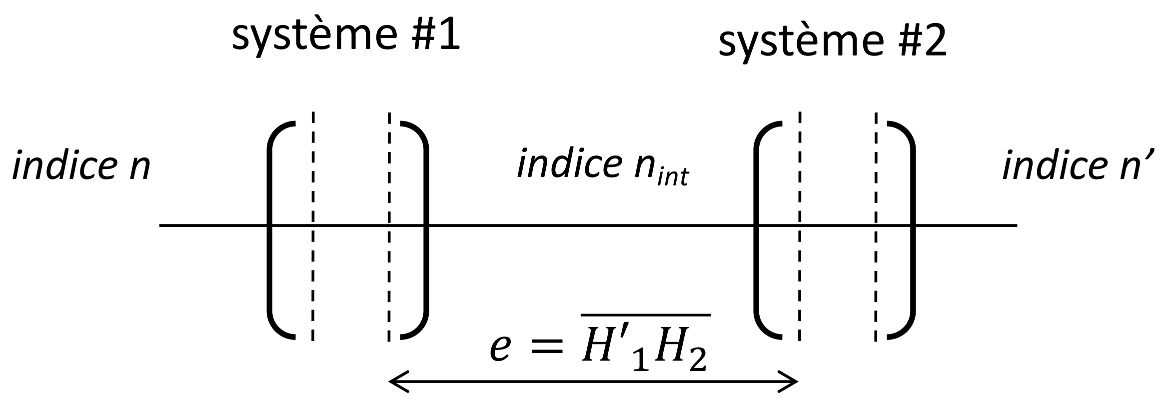


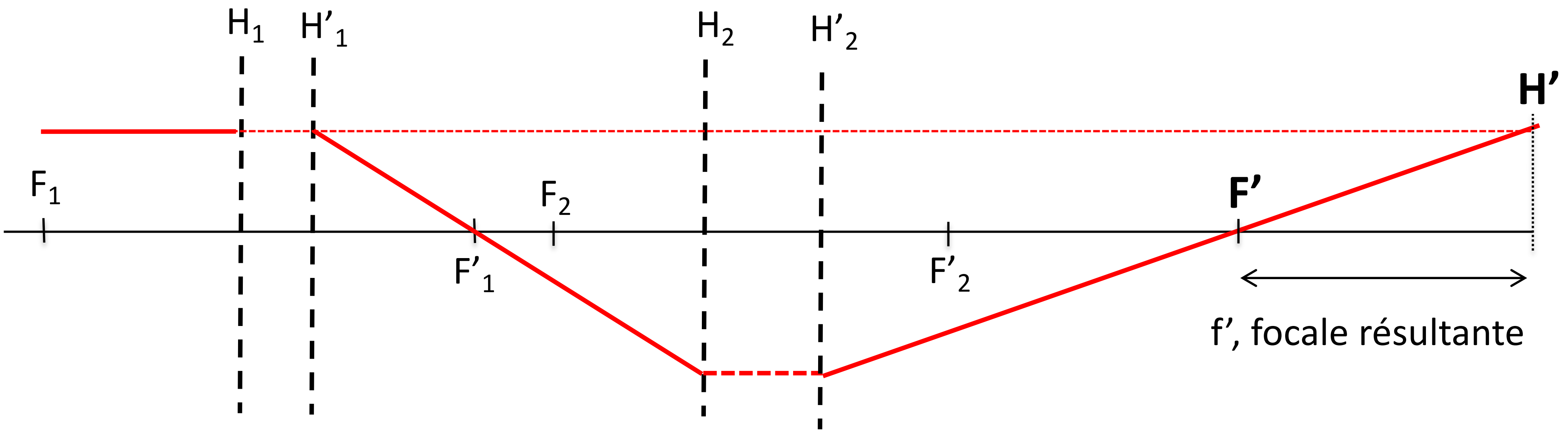
Exemple d’un spectromètre couplé à un télescope



$$\infty \xrightarrow{télescope} foyer = fente \xrightarrow{collimateur} \infty \xrightarrow{réseau} \infty(\lambda) \xrightarrow{objectif} foyer(\lambda)$$

Association de deux systèmes centrés





Association de deux systèmes centrés

Formule de Gullstrand,

$$P = \frac{n'}{f'} = P_1 + P_2 - \frac{e}{n_{int}} \times P_1 \times P_2$$

Si les deux systèmes sont dans le même milieu

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 \times f'_2}$$