

TD1 : Modes de rupture

I. On souhaite relier les modes de rupture à la sollicitation mécanique. Pour cela nous envisageons deux cas :

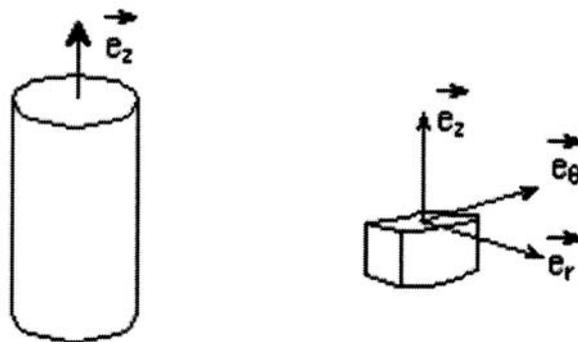
- le cas des matériaux ductiles dont les modes de rupture sont pilotés par le cisaillement et/ou le taux de triaxialité ;
- le cas des matériaux fragiles dont les modes de rupture sont pilotés par la plus grande contrainte principale.

I.1. On soumet des échantillons cylindriques à une sollicitation de traction-torsion combinée (traction suivant \vec{e}_z). Exprimer le tenseur des contraintes, $\underline{\underline{\sigma}}$, associé à cette sollicitation et en déduire une expression du taux de triaxialité, χ , en fonction de σ et τ . Faire le changement de variable $x = \frac{\sigma}{\tau}$ et représenter graphiquement $\chi = f(x)$. Pour quelle type de sollicitation obtient-on un taux de triaxialité limite dont on précisera la valeur ?

I.2. Dans le cas des matériaux ductiles, discuter des modes de rupture dans le cas d'une éprouvette cylindrique sollicitée en traction, en torsion puis en traction-torsion.

I.3. Dans le cas d'un matériau fragile déterminer l'orientation de la facette où aura lieu la rupture en fonction de $x = \sigma/\tau$.

N.B. : on se placera dans un repère cylindrique $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.



II.1. Soit un élément de volume sollicité en déformations planes, écrire la forme générale du tenseur des déformations, $\underline{\underline{\varepsilon}}_{DP}$, associé à cet état. En utilisant la loi de HOOKE généralisée, déterminer le tenseur des contraintes, $\underline{\underline{\sigma}}_{DP}$ associé à l'état de déformations planes.

II.2. Etablir une relation entre σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} et ν .

TD2 : Rupture en mode I et III

I- Critère de Griffith

Une plaque de verre est fissurée en son centre par un défaut de longueur $2a$ et sollicitée en mode ouverture.

En vous appuyant sur le critère de Griffith, pour les matériaux fragiles, en contrainte plane, calculez la ténacité KIC et la taille du défaut admissible sous contraintes usuelles (200 MPa).

Données du verre: $E = 70 \text{ GPa}$, $\gamma_s = 0.5 \text{ Jm}^{-2}$

II. Modes de rupture en mode I et en mode III

Les répartitions de contraintes en bout de fissure en mode I et III ont été calculées par IRWIN à l'aide de la théorie de l'élasticité. Elles sont exprimées par les relations ci-dessous, avec les notations de la figure 3 :

$$\begin{aligned} \text{Mode I :} \quad \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mode III :} \quad \tau_{xz} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

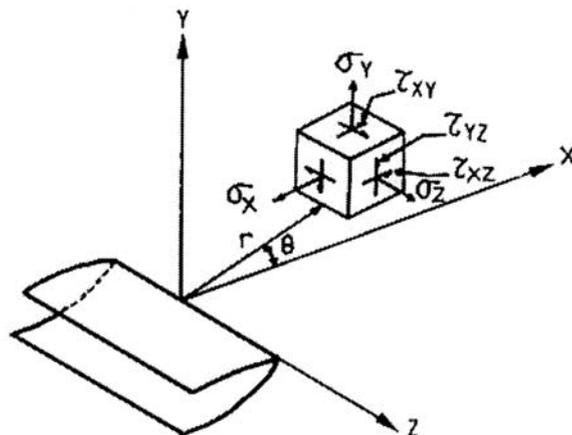


Fig. 3

II.1. MODE III

II.1.a. Montrer que la contrainte équivalente de VON MISES est indépendante de l'angle θ .

II.1.b. Montrer que dans le cas d'un matériau ductile, la surface de rupture se situe dans le plan xOz et discuter des modes de ruptures selon l'épaisseur.

II.2. MODE I

II.2.a On effectue l'analyse pour un angle $\theta = 0$. Calculer la contrainte équivalente de VON MISES et montrer que l'état de déformation plane bloque l'écoulement plastique.

II.2.b On cherche à prévoir les modes de ruptures pour $\theta = 0$. Pour cela calculer les taux de triaxialité en contrainte et en déformation planes puis effectuer les représentations de MOHR. Prévoir la formation de cupules à cœur et de lèvres de cisaillement sur les bords pour une éprouvette CT.

II.2.c Sachant que la vitesse d'avancée de la fissure peut être considérée comme proportionnelle aux taux de croissance de cavité, donner l'allure générale du front de fissure.

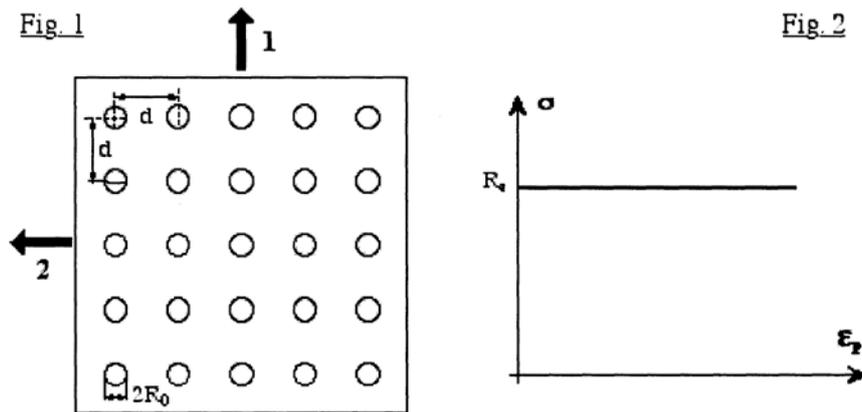
TD3 : Rice et Tracey

I. Influence de la triaxialité des contraintes sur la déformation à rupture

On désire effectuer une première approche de l'influence de la triaxialité des contraintes sur la déformation à rupture de matériaux très ductiles se rompant par croissance et coalescence de cavités. A cet effet, on envisage de réaliser des essais de simulation sur des plaques minces perforées (Fig. 1). Les perforations sont circulaires et forment un réseau carré de côté d . La taille initiale des cavités a un rayon R_0 . Le matériau est considéré comme rigide parfaitement plastique (Fig. 2), sa limite d'écoulement étant R_e , il suit le critère de plasticité de VON MISES. Des études théoriques ont montré que la croissance des cavités avec la déformation plastique s'effectue suivant la loi :

$$\frac{dR_i}{R_i} = 0,3 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2R_e}\right) d\varepsilon_{p(Eq.)}$$

i étant la direction de la plus grande contrainte principale et $\varepsilon_{p(Eq.)}$ la déformation plastique équivalente telle que : $\varepsilon_{p(Eq.)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})^2 + (\varepsilon_{2p} - \varepsilon_{3p})^2 + (\varepsilon_{3p} - \varepsilon_{1p})^2}$



I.1. On considère que la rupture se produira lorsque les cavités se rejoignent c'est-à-dire pour $R_i = d/2$. Calculer les déformations plastiques à rupture, ε_{1R} et $\varepsilon_{(Eq.)R}$ pour chacun des cas suivants :

1. traction simple : $\sigma_1 = \sigma$ et $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$;
2. traction équibiaxiale : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ et $\sigma_3 = 0$;
3. Traction simple + pression : $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0$ et $\sigma_3 = -\sigma$;
4. Traction équibiaxiale + pression : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ et $\sigma_3 = -\sigma$

Pour calculer les déformations plastiques principales, on utilisera le principe de SAINT VENANT qui exprime la proportionalité de ces déformations avec le déviateur des contraintes.

I.2. Application numérique : on prendra $d = 4R_0$. Tracer les variations de ε_{1R} et $\varepsilon_{(Eq.)R}$ en fonction du taux de triaxialité χ . Que peut-on conclure sur l'influence de la triaxialité des contraintes sur la ductilité du matériau ?

TD4 : le Titanic

2 Le naufrage du Titanic (10 points)

Récemment, des prélèvements sous-marins ont permis d'obtenir des échantillons du métal constituant le Titanic. L'étude de ce matériau a permis de mieux comprendre les causes de la catastrophe et de reconstituer le processus de rupture du navire.

2.1 Comparaison des aciers ancien et moderne

2.1.1 Déterminez les températures de transition ductile-fragile de l'acier moderne A36 et de la tôle prélevée sur le Titanic dans les deux directions (longitudinale et transverse) en précisant la méthode employée (FIG. 2).

2.1.2 Commentez l'allure des faciès de rupture à 0 ° C. Conclusions (FIG. 3).

2.1.3 Il existe une corrélation entre l'énergie de rupture par choc Charpy et la ténacité de l'acier à 0 ° C (FIG. 4). Que pouvez-vous en déduire ?

2.2 Effet du procédé d'assemblage et tenue en fatigue

2.2.1 Assemblage par rivetage à chaud

Les tôles qui constituaient le Titanic étaient épaisses ($e = 30$ mm) et assemblées par rivetage à chaud. Les trous étaient cependant percés à froid au moyen d'un bélier à vapeur. Cette méthode, assez brutale, a conduit à l'apparition de fissures radiales autour des trous de rivetage. Afin de modéliser le comportement de la tôle assemblée, on considère un fragment de cette tôle, comportant un seul trou de rivetage et soumise à une contrainte de traction uniaxiale σ . Les trous de rivetage ont un diamètre de 50 mm et les fissures initiales, radiales, une longueur de $a_0 = 1$ mm.

2.2.1.a Sur la figure 5, quelles seront les fissures les plus sensibles à la rupture brutale ? Justifiez le raisonnement.

2.2.1.b Déterminez la contrainte maximale admissible par la tôle pour les trois aciers considérés à 0 ° C (on pourra considérer que la longueur de la fissure est faible par rapport au diamètre du trou de rivetage, et que le facteur de concentration de contrainte au bord du trou est égal à 3).

2.2.2 Assemblage par soudage

Sur les navires modernes, les tôles sont soudées. Il arrive néanmoins que des navires se rompent sous l'effet de la fatigue. Au cours de l'utilisation normale du navire, on considère que la sollicitation peut être représentée par un chargement sinusoïdal caractérisé par un rapport $R = -1$. La contrainte maximale exercée est $\sigma_{\max.} = 20$ MPa. En mode de propagation stable des fissures, la vitesse da/dN est donnée en fonction de la variation ΔK du facteur d'intensité de contraintes par une loi de Paris de coefficients $C = 3.10^{-12} \text{m}^{-1} \cdot \text{MPa}^{-4}$ et $n = 4$.

2.2.2.a En considérant un facteur d'intensité de contrainte de la forme $K = 1,1 \cdot \sigma \sqrt{\pi a}$, déterminez la longueur critique de la fissure correspondant à une rupture brutale au cours du chargement de fatigue (AN : pour le A36 à 0 ° C).

2.2.2.b En déduire le nombre de cycles à rupture si la longueur initiale des fissures est de $a_0 = 1$ mm.

2.2.2.c Quelle devrait être la longueur des fissures initiales si on souhaite multiplier la durée de vie par 2 ?

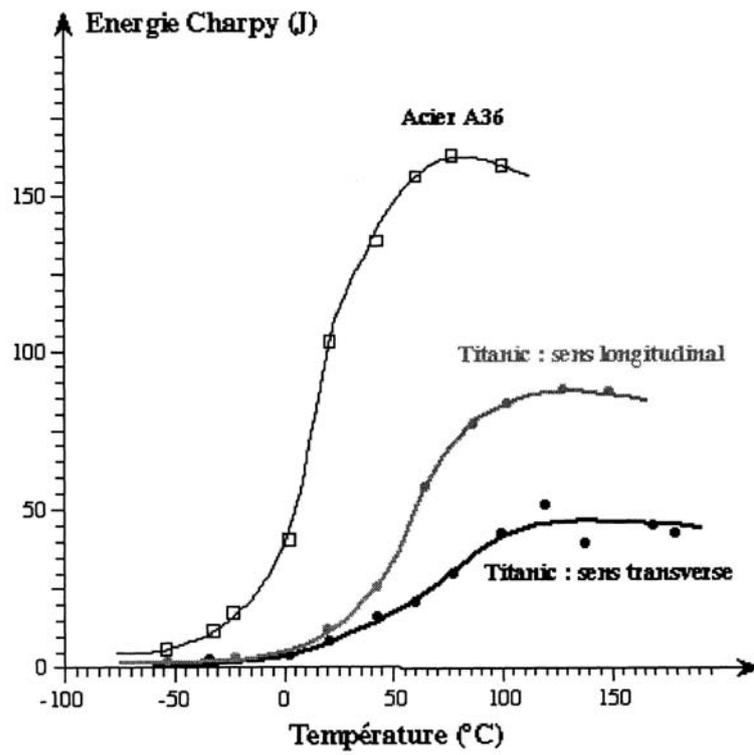


FIG. 2 - Courbes de résilience des deux aciers.

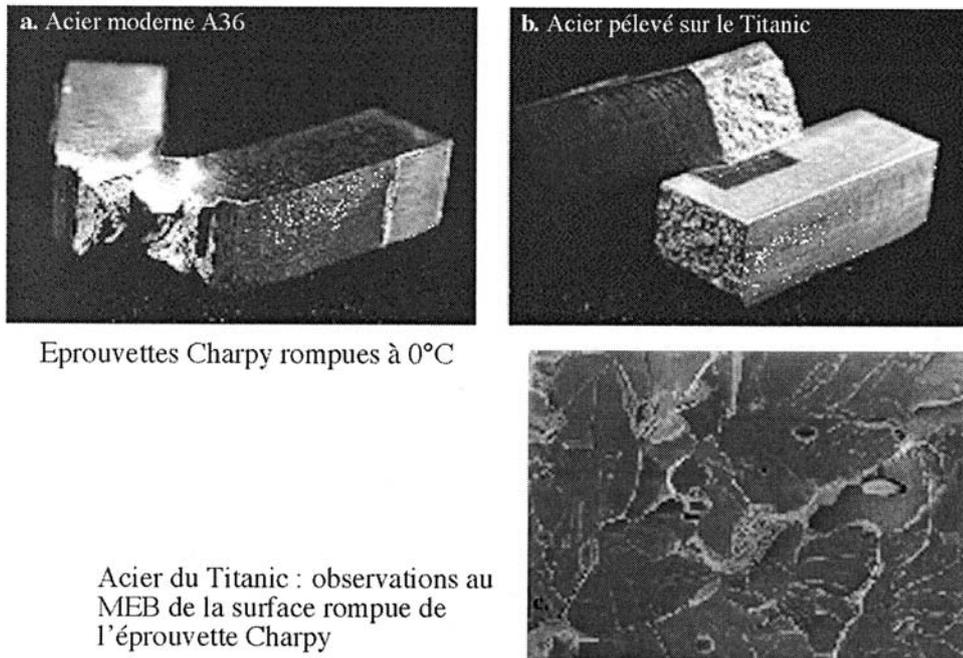


FIG. 3 - Faciès de rupture à 0°C.

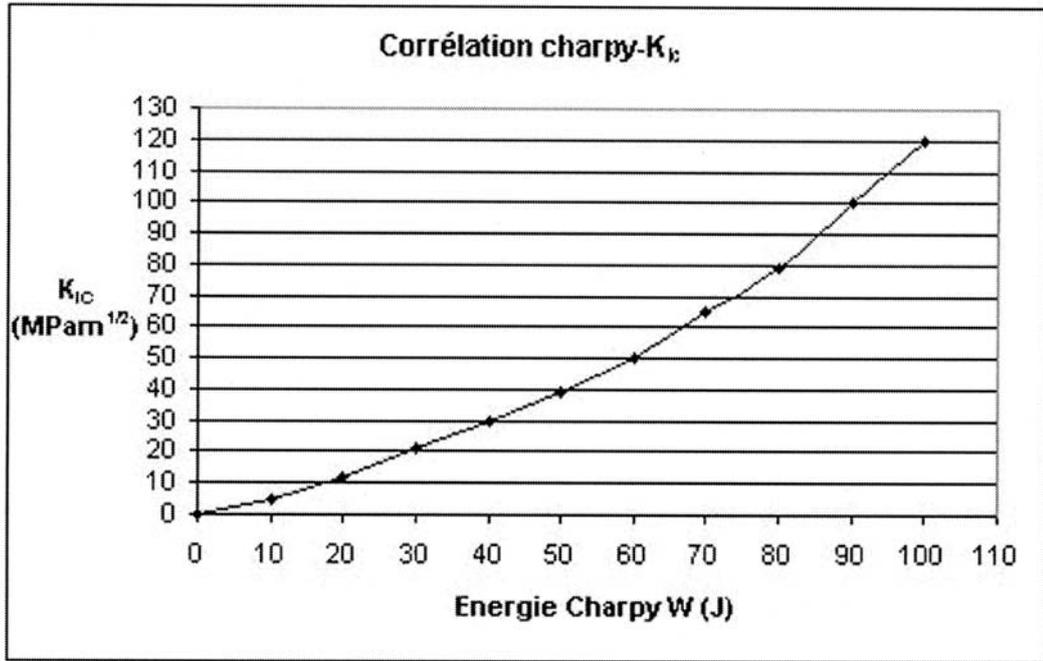


FIG. 4 - Corrélation énergie de rupture par choc Charpy et ténacité de l'acier à 0 ° C.

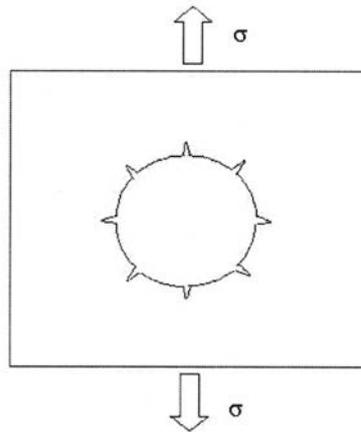


FIG. 5 - Trou de rivetage en présence de fissures.

TD5 : Dimensionnement d'un réservoir sous pression Concept de fuite avant rupture

L'installation d'une soufflerie supersonique comporte une vingtaine de cylindres soumis à des cycles de pression interne. La pression maximum en service P_{\max} est de 50 bars.

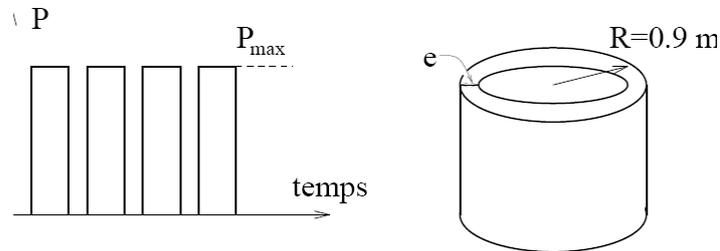


Figure 1 : Schématisation du cycle de chargement et de la géométrie

On cherche à dimensionner les cylindres, c'est-à-dire à déterminer l'épaisseur optimale du tube qui n'entraîne aucun risque de rupture possible pour une pression test de deux fois la pression de service. Pour cela on analysera les différents risques de rupture suivants :

1. rupture par charge limite
2. rupture par fissuration critique
3. propagation de fissure par fatigue.

1. Donner les différentes composantes du tenseur des contraintes en supposant que le tube est mince.

2. Rupture par charge limite :

Soit σ_y la limite d'élasticité du matériau, supposée égale à la contrainte ultime à rupture (matériau élastique-parfaitement plastique). Etablir le critère en P et e afin que le réservoir reste toujours en deçà de la charge limite.

3. Rupture par fissuration critique :

Dans l'épaisseur du cylindre, les défauts sont modélisés par des disques de diamètre $2a$. Les défauts qui débouchent en surface ont en général une section elliptique, le petit axe étant situé en direction radiale. On effectue donc une évaluation conservatrice en les assimilant à des demi-disques de diamètre $2a$. Dans les deux configurations de défaut (Fig.2) le facteur d'intensité de contrainte K sera approché par la relation :

$$K = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}$$

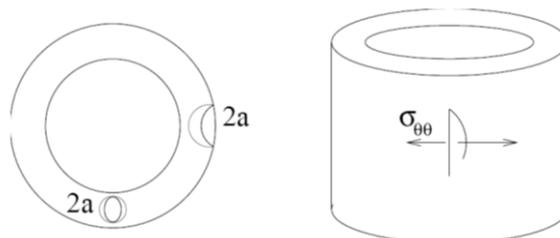


Figure 2 : Schématisation des défauts dans le réservoir

Tracer dans le diagramme (σ, a) les domaines de fissuration/non fissuration pour les deux modes de ruine possible charge limite– fissuration critique. Soit a'_c la taille de défaut critique correspondant à l'intersection des deux courbes. Décrire qualitativement ce qui se passe quand on augmente la pression dans un réservoir présentant un défaut initial de taille a_0 tel que :

- (1) $a_0 < a'_c$
- (2) $a_0 > a'_c$

4. Concept de fuite avant rupture :

Pour $e < 2a_c$ on est sûr que le réservoir ne périra pas par fissuration rapide puisqu'un défaut quelconque deviendra traversant (donc produira une fuite détectable) avant de devenir critique. Les normes de sécurité imposent $e < a_c$ (facteur de sécurité de 2).

Sachant que l'on souhaite rester en deçà de la charge limite, dimensionner le réservoir ($R = 0.9$ m, $P = 100$ bars) pour les deux matériaux suivants :

<i>acier chrome-molybdène</i>	$\sigma_y = 1000$ MPa	$K_c = 170$ MPa \sqrt{m}
<i>alliage d'aluminium</i>	$\sigma_y = 400$ MPa	$K_c = 25$ MPa \sqrt{m}

Pour chaque matériau on déterminera d'abord la taille de défaut critique.

5. Fissuration en fatigue :

On considère maintenant le réservoir en acier dimensionné dans la question 4. Les techniques usuelles de contrôle non destructif permettent de détecter des défauts de taille supérieure à 0.5–1 mm.

On suppose que le réservoir contient un défaut initial de taille $a_0 = 0.5$ mm. Calculer le nombre de cycles nécessaire pour que le défaut devienne traversant. Que se passe-t-il alors ?

On prendra $P_{\max} = 50$ bars. La propagation sera modélisée par une loi de Paris :

$$da/dN = A(\Delta K)^m \quad \text{avec } A = 2.610^{-13} \text{ m(MPa}\sqrt{\text{m}})^{-4}; m = 4.$$

Calculer l'ordre de grandeur de l'avancée de fissure par cycle pour un défaut de 5 mm.