Méthodes expérimentales
Étude de la conduction via une sonde fil chaud

K. Abahri

L'objectif de ce TP est d'étudier une méthode de caractérisation de la conductivité thermique λ[W/(m^2.K)]. Pour cela, nous utiliserons ici un **Conductivimètre Fil Chaud** (NeoTIM), dispositif de caractérisation de la conductivité et de l'effusivité thermique des matériaux isolants (FP2C). La précision des mesures est de 5% pour la plage de conductivité de 0,02 à 5 W.m^{-1}.K^{-1}.

Description de l'appareillage

Une Sonde à fil chaud (fig.1) de résistance 13.2 Ω est placée entre les deux éprouvettes du matériau à caractériser (montage symétrique) (fig. 2). Cette sonde est reliée à un ordinateur où est installé un logiciel de type interface graphique dédié à la manipulation des essais via une unité d'acquisition FP2C.

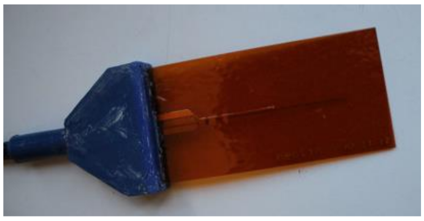


Fig. 1 : Sonde fil chaud

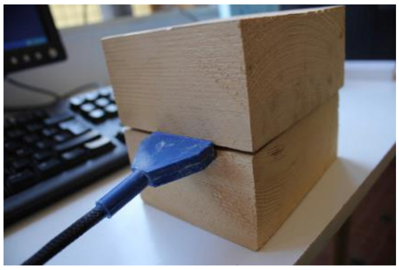


Fig.2 : Sonde entre deux éléments en bois

L'enregistrement continu de l'évolution de la température sous flux imposé et le traitement de l'échauffement permet l'identification de la conductivité thermique.

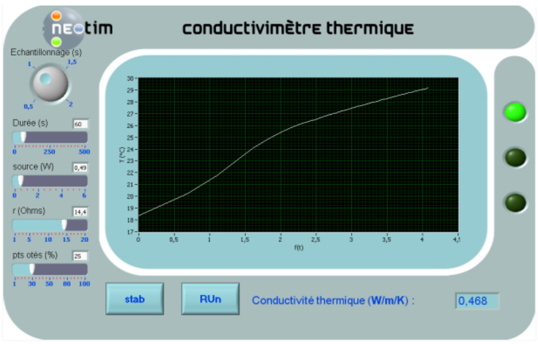


Fig. 3 : Exemple procédure de mesure de la conductivité thermique

Dénomination des éprouvettes

- [MP1]&[MP2] = 2 couples d'éprouvettes parallélépipédiques en mortier de dimension (7x7x14) cm^3

- [MP3] = 1 couple d'éprouvettes parallélépipédiques en mortier de dimension (1x7x14) cm^3
- [MC1]&[MC2] = 2 couples d'éprouvettes hémicylindriques en mortier de 14 cm de longueur et 7 cm de diamètre ;
- [BP] = 1 couple d'éprouvettes parallélépipédiques en bois de dimension (13,5x10,5x6) cm^3 (cf fig. 2)

Consignes

- ✓ Sauf consigne contraire dans une question, les réglages du logiciel devront être les suivants :
  - temps d'échantillonnage : 0,5 seconde ;
  - durée d'acquisition : 40 secondes ;
  - puissance de la source : 1 watt (incertitude absolue de 30 mW) ;
  - résistance de la sonde fil chaud : 13,2 ohms ;
  - pourcentage de points ôtés lors du dépouillement : 25 % ;
- ✓ Avant toute mesure appuyer sur le bouton « stab » et vérifier que la température est stable à plus ou moins 0,5 °C sur au minimum 5 secondes;
- ✓ Si la mesure n'est pas possible (signal rouge sur le logiciel), augmenter le pourcentage de points ôtés ;
- ✓ Si le logiciel arrête la mesure pour cause de surchauffe de la sonde, diminuer la puissance et recommencer la mesure ;
- ✓ Tous les résultats et commentaires écrits dans le compte rendu devront être justifiés. Toutes les formules utilisées devront être également justifiées et écrites de manière analytique avant toute application numérique.

Travail à effectuer

1. Déterminer analytiquement l'incertitude type composée sur l'estimation de la conductivité thermique à partir de la formule asymptotique présentée en annexe 1.
2. Étude de l'état de surface de l'éprouvette en contact avec la sonde (couple d'éprouvettes MP1).
   a) Mesurer la conductivité thermique en plaçant la sonde fil chaud entre les deux faces opposées aux faces rugueuses des éprouvettes parallélépipédiques en mortier.
   b) Mesurer la conductivité thermique en plaçant la sonde fil chaud entre les deux faces rugueuses des éprouvettes parallélépipédiques en mortier.
   c) Avez-vous remarqué des différences et le cas échéant quel résultat vous semble le plus pertinent ?
3. Étude sur la puissance fournie (couples d'éprouvettes MP1 et BP).
   Pour les couples d'éprouvettes MP1 et BP, mesurer la conductivité thermique en choisissant trois niveaux de puissance et analyser les résultats.
4. Étude sur la forme de l'éprouvette (couples d'éprouvettes MP1 et MC1).
   Mesurer la conductivité thermique pour les couples d'éprouvettes MP1 et MC1 pour des durées d'acquisitions de 10 s, 30 s et 60 s puis analyser les résultats.

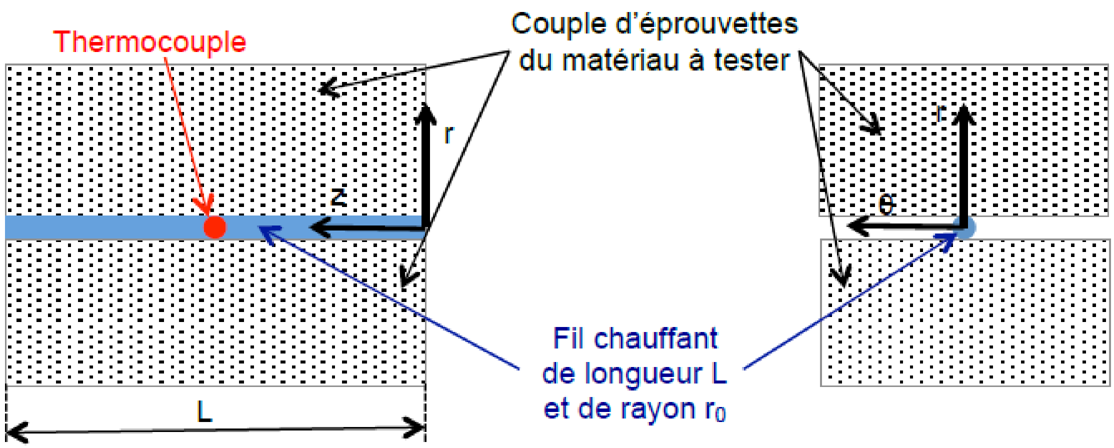
5. Étude sur les dimensions d'éprouvettes parallélépipédiques (couple d'éprouvettes MP1 et MP3).
   Effectuer une mesure sur chaque couple d'éprouvettes MP1 et MP3 puis analyser les résultats obtenus.
6. Étude sur la répétabilité des mesures.
   a) Effectuer 5 mesures successives avec les mêmes éprouvettes [MC1] sans sortir la sonde.
   b) Effectuer 5 mesures avec les mêmes éprouvettes [MC1] en enlevant puis remettant la sonde entre chaque mesure.
   c) Estimer l'incertitude de type A pour les deux séries de mesure précédentes puis analyser les résultats.
7. Étude sur la variabilité matériau.
   Effectuer une mesure sur chacun des 4 couples d'éprouvettes MP1, MP2, MC1 et MC2 et analyser les résultats.

Conclusion

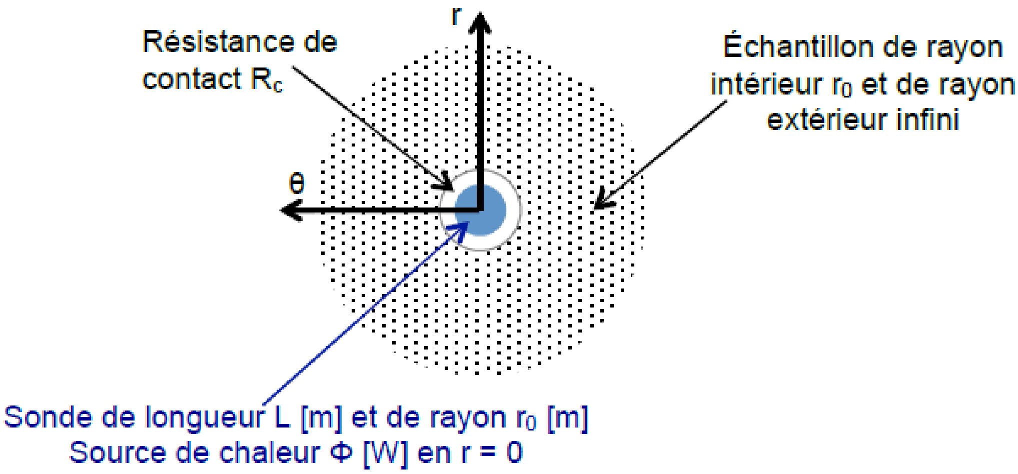
8. Résumer synthétiquement les hypothèses prises dans la démonstration de la formule permettant d'obtenir la conductivité thermique à partir du dispositif de mesure utilisé dans cette étude et discuter de leur validité ainsi que des limites du système de mesure à partir des résultats obtenus.
9. En vous mettant dans le rôle d'un fabriquant consciencieux d'un tel dispositif de mesure, préciser le plus succinctement possible les critères permettant d'avoir une estimation de la conduction thermique la plus juste possible.
10. Préciser les sources de variabilité ou d'incertitude autres que celles mesurées dans cette étude que vous jugeriez utiles de quantifier pour affiner votre réponse à la question précédente.

Annexes 1 : Géométrie du problème simplifié et formulaire

– **Schéma de principe de l'expérience**



– **Schéma de la modélisation associée**



Equation de la chaleur en géométrie cylindrique $(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{z})$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{P}{\rho C_p}$$

Avec ;

- T est la température en [K] ;
- $a = (\lambda/\rho C_p)$ est la diffusivité thermique du matériau testée [$m^2.s^{-1}$] ;
- P est la puissance volumique [$W.m^{-3}$] ;
- ρ est masse volumique [$kg.m^{-3}$] ;
- C_p est la capacité thermique massique du matériau [$J.kg^{-1}.K^{-1}$] et
- λ est la conductivité thermique du matériau [$W.m^{-1}.K^{-1}$].

Equation de la chaleur en géométrie cylindrique infinie

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}$$

Hypothèses simplifiées du problème

- échantillon initial isotherme ;
- puissance injectée connue ;
- milieu semi-infini.

Méthode de l'asymptote linéaire aux temps longs

La conductivité thermique du matériau est estimée à partir du coefficient directeur de la régression linéaire de la courbe représentant la variation de $[T_s(t) - T_s(t=0)]$en fonction de $\ln(t)$:

$$T_s(t) - T_s(t=0) \approx \frac{Q}{4\pi L}\ln(t) + Q\left(R_c - \frac{ln\left(\frac{r_0}{\sqrt{a}}\right)}{2\pi\lambda L} + \frac{\gamma}{4\pi\lambda L}\right)$$

Avec ;

- Q est la puissance dissipée par le fil chaud [W] ;
- R_c est la résistance de contact à l'interface fil chauffant/échantillon [Ω] ;
- r_0 est le rayon de la sonde [m] ;
- L est la longueur de la sonde [m] ;
- $\gamma = 0.577$ est la constante d'Euler.

Annexe 2 : Résolution de l'équation de la chaleur en géométrie cylindrique infinie

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}$$

Conditions aux limites du problème

- échantillon initial isotherme : $\forall r, t \leq 0, \Delta T(r,T) = T(r,T) - T_0 = 0$
- puissance injectée connue : $\forall t \geq 0, r = 0, \lim_{r\to 0}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -\frac{Q}{2\pi\lambda}$
- milieu semi-infini : $r \to \infty, \forall t \geq 0, \lim_{r\to\infty}(\Delta T(r,T)) = 0$

$$\Delta T(r,t) = \frac{Q}{4\pi\lambda}Ei\left(\frac{r^2}{4at}\right)$$

Avec, $Ei(\xi)$ est une fonction exponentielle intégrale

$Ei(\xi) = \int_\xi^\infty \left(\frac{e^{-x}}{x}\right)dx = -\gamma - \ln(\xi) + \xi + \circ(\xi^2)$; où $\xi = \frac{r^2}{4at}$

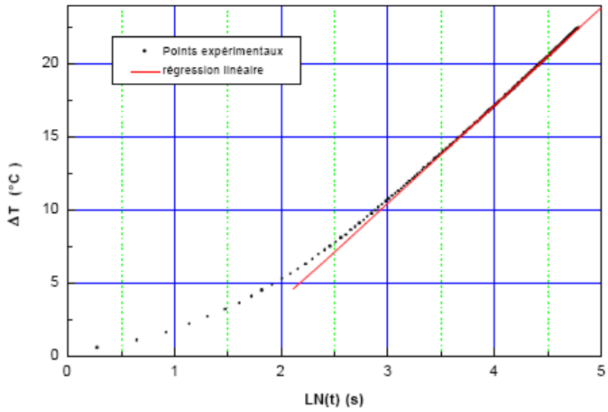
- **A l'interface échantillon / sonde (de rayon r_0)**

$$\Delta T(r_0,t) = \frac{Q}{4\pi\lambda}\left[\ln\left(\frac{4at}{r_0^2 e^\gamma}\right) + \left(\frac{r_0^2}{4at}\right) + \circ\left(\frac{r^2}{4at}\right)\right]$$

- **Asymptote linéaire aux temps « longs »**

$$\Delta T(r_0,t) = \frac{Q}{4\pi\lambda}\ln(t) + \frac{Q}{4\pi\lambda}\ln\left(\frac{4a}{r_0^2 e^\lambda}\right)$$

$$\Delta T(t) = \alpha \ln(t) + \beta \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{Q}{4\pi\alpha}$$



λ est déduit de l'identification de la pente du thermogramme aux temps longs