

III) Effet Kerr optique & automodulation de phase

I) Equation de propagation

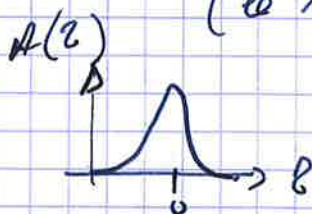
$$\frac{\partial A}{\partial z} + \underbrace{i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}}_{\text{Dispersion d'ordre 2}} - \underbrace{i \gamma |A|^2 A}_{\text{Nonlinearité d'ordre 3}} = 0 \quad (1)$$

1)

Dispersion
d'ordre 2

Nonlinearité d'ordre 3.
→ effet Kerr optique

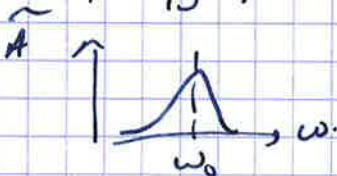
z : représente ici le temps lié à l'impulsion
(le référentiel spatio-temporel est relié à l'impulsion).



$z=0$

TF

$$\tilde{A}(\omega, z=0) = \tilde{A}(\omega - \omega_0)$$



DISPERSION

$$\propto e^{i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z}$$

Etalement Temporel



$$\tilde{A}(\omega, z) = \tilde{A}(\omega, 0) e^{i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z}$$

En regime de Dispersion (1):

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \tilde{A}$$

$$A(t) = \int \tilde{A}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\Rightarrow \frac{\partial A}{\partial t} = \int -i\omega \tilde{A} e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \int -\omega^2 \tilde{A} e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\tilde{A}(z, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) e^{i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z}$$

2) Changements de variable.

$$T = \frac{z}{v_0}$$

$$A = \sqrt{\frac{I_0}{2\epsilon c \epsilon_0}} u(\tau, z)$$

τ et u sont des variables sans dimensions.

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2 v_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - i \gamma \frac{I_0}{2\epsilon c \epsilon_0} |u|^2 u = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mu}{\partial \beta} + i \frac{\operatorname{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \tau^2} - i \frac{|\mu|^2 \mu}{L_{NL}} = 0$$

$$\text{avec } \boxed{L_D = \frac{\beta_0^2}{|\beta_2|}}$$

longueur de dispersion

$$[L_D] = \frac{[\tau^2]}{L^{-1} \tau^{-2}} = L$$

Homogène à une longueur.

$$(\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \omega + \beta_2 \frac{\omega^2}{2} \dots)$$

$$\boxed{L_{NL} = \frac{2\pi c \epsilon_0}{I_0 \gamma}} = \left(\frac{1}{k_0 n_2 I_0} \right)$$

$$\textcircled{B} \quad \gamma = \frac{\omega_0}{2\pi c} \chi_{eff}^{(3)}$$

(avec n_2 = indice de réfraction non linéaire.)

- 3) Disque la longueur d'interaction est telle que :
- $L \ll L_D$: la dispersion est négligeable
 - $L \ll L_{NL}$: l'effet Kerr

- 4) Pour la longueur $L_D \gg L_{NL}$ l'effet sans perte $|\mu|^2 \approx \epsilon^{NL}$.

$$(2) \rightarrow \mu(\tau, z) = \mu(\tau, 0) e^{i \frac{\gamma}{L_{NL}} |\mu|^2 z}$$

$$= \mu(\tau, 0) e^{i \phi(z)}$$

$$\text{avec } \phi(z) = \frac{|\mu|^2(\tau)}{L_{NL}} z.$$

$$\text{le déphasage NL vaut } \phi_{NL} = \phi(\tau=0) = \frac{\gamma}{L_{NL}} = \frac{\gamma I_0}{2\pi c \epsilon_0} z = k_0 n_2 I_0 z$$

$$\Rightarrow k_0 n_2 = \frac{\gamma}{2\pi c \epsilon_0} = \frac{\omega_0 \chi_{eff}^{(3)}}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_2 = \frac{\chi_{eff}^{(3)}}{4\pi^2 c \epsilon_0}} \quad [m^2/W].$$

2) Effet Kerr dans un guide en ALGaAs

1- $\beta_0 = 1.6 \text{ ps}$ $\beta_2 = 6.4 \text{ ps}^2/\mu\text{m}$

$$L_D = \frac{\beta_0^2}{|\beta_2|} = \frac{(1.6)^2}{6.4} = 4 \text{ mm} \approx 4 \times L$$

→ Effet dispersif négligeable (dans une première approche).

2- $\phi_{NL} = k_0 n_2 I L = k_0 n_2 \frac{P_0}{A_{eff}} L \Rightarrow P_0 = \frac{\phi_{NL} A_{eff}}{k_0 n_2 L}$

$\phi_{NL} = \pi \Rightarrow \boxed{P_0 = 2.04 \text{ W}}$

↳ $P_0 = \frac{1 A_{eff}}{2 n_2 L} \quad \uparrow \quad \frac{1.55 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 3.8 \cdot 10^{-13} \cdot 10^3} \text{ [W]}$

3- $L_{NL} = \frac{1}{k_0 n_2 I_0} = \frac{A_{eff}}{k_0 n_2 P_0} \quad L_{NL} = 0.3 \text{ mm}$

$L_{NL} \ll L \ll L_D$

Effet Kerr prédominant

4- Spectre (2) $P_0 = 0.13 \text{ W} \Rightarrow L_{NL} = 5 \text{ mm}$

Pas d'effet Kerr. On doit retrouver la relation de Fourier entre $\Delta\omega$ et Δz

⇒ on trouve $\Delta z = 4.5 \text{ mm}$ en accord avec $\Delta\omega\Delta z = 0.986 \quad \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta z}{L}\right)$.

petite (c):

~~methode~~ $\phi_m(t) = k_0 n_2 \frac{P_0(t)}{A_{eff}} L$

→ freq. instantie $\Delta\omega = -\frac{d\phi_m}{dt} = \frac{k_0 n_2 L}{A_{eff}} \frac{dP_0}{dt}$

hyp: forme triangulaire

$\hookrightarrow \frac{dP_0}{dt} = \text{cte} = \frac{P_0}{\tau_0/2} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{k_0 n_2 L}{A_{eff}} \frac{P_0}{\tau_0/2}$



decalage spectral $\leftarrow$

$\Delta\omega$ (front descendant)

(A.N) $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{L^2}{2\pi c} \frac{k_0 n_2 L}{A_{eff}} \frac{P_0}{\tau_0/2}$

$\Delta L = 4,9 \text{ nm}$

en accord avec spectre(t)