

Il était une fois... les nombres complexes, première partie

Pierre Pansu, Université Paris-Saclay

14 septembre 2020

De nos jours, les nombres complexes sont omniprésents.

En physique :

- Expression des phénomènes ondulatoires au moyen d'amplitudes complexes.
- Décomposition des signaux périodiques en harmoniques.
- Description des écoulements incompressibles bi-dimensionnels.

De nos jours, les nombres complexes sont omniprésents.

En physique :

- Expression des phénomènes ondulatoires au moyen d'amplitudes complexes.
- Décomposition des signaux périodiques en harmoniques.
- Description des écoulements incompressibles bi-dimensionnels.

En informatique :

- Séries génératrices.
- Transformation de Fourier rapide (TFR).

De nos jours, les nombres complexes sont omniprésents.

En physique :

- Expression des phénomènes ondulatoires au moyen d'amplitudes complexes.
- Décomposition des signaux périodiques en harmoniques.
- Description des écoulements incompressibles bi-dimensionnels.

En informatique :

- Séries génératrices.
- Transformation de Fourier rapide (TFR).

et bien sûr **en mathématiques** :

- Vecteurs et valeurs propres.
- Calcul d'intégrales par la méthode des résidus.
- Topologie du plan.

De nos jours, les nombres complexes sont omniprésents.

En physique :

- Expression des phénomènes ondulatoires au moyen d'amplitudes complexes.
- Décomposition des signaux périodiques en harmoniques.
- Description des écoulements incompressibles bi-dimensionnels.

En informatique :

- Séries génératrices.
- Transformation de Fourier rapide (TFR).

et bien sûr **en mathématiques** :

- Vecteurs et valeurs propres.
- Calcul d'intégrales par la méthode des résidus.
- Topologie du plan.

Toutefois, ils ont été découverts dans un but bien précis : résoudre les équations du troisième degré, comme

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Tout se passe en Italie du Nord,
dans trois villes : Bologne, Milan
et Venise, au XVIème siècle.

Précisément, entre 1494 et
1572.



Tout se passe en Italie du Nord, dans trois villes : Bologne, Milan et Venise, au XVIème siècle.

Précisément, entre 1494 et 1572.



A l'époque, les mathématiques sont enseignées

- Dans les *classes d'abaques*, qui correspondent aux écoles primaires d'aujourd'hui.
- N'importe qui peut s'autodésigner prof de maths, sauf
- Dans les universités. Il y en a une à Bologne (c'est la plus ancienne du monde occidental) et une à Milan, mais pas encore à Venise.
- L'enseignement a une visée pratique : comptabilité, architecture, balistique...

La formule $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ pour une solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est connue depuis la civilisation babylonienne (-2000 environ).



La formule $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ pour une solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est connue depuis la civilisation babylonienne (-2000 environ).



C'est Diophante (Alexandrie, premiers siècles après J.C.) qui prend en compte les solutions négatives. Il sait raisonner avec les nombres négatifs (qu'il appelle *absurdes*), il énonce la règle des signes. Il introduit une notation symbolique.

La formule $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ pour une solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est connue depuis la civilisation babylonienne (-2000 environ).



C'est Diophante (Alexandrie, premiers siècles après J.C.) qui prend en compte les solutions négatives. Il sait raisonner avec les nombres négatifs (qu'il appelle *absurdes*), il énonce la règle des signes. Il introduit une notation symbolique.

L'étude systématique des équations apparaît dans un ouvrage d'Al-Khwārisimī (780-850) paru à Bagdad vers 820 et intitulé *Kitabu 'l-mukhtasar fi hisabi 'l-jabr wa'l-muqabalah* (Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison).

'l-jabr donnera naissance au mot *algèbre* et Al-Khwārisimī à *algorithme*.



Le problème. Exprimer les solutions d'une équation

$$x^3 + bx = c$$

par une formule analogue à

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Le problème. Exprimer les solutions d'une équation

$$x^3 + bx = c$$

par une formule analogue à

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Pacioli écrit le premier traité en langue italienne vulgaire (et non en latin), la *Summa*, qui paraît en 1494 à Venise. Cela lui donne une grande autorité.

Il écrit qu'il n'existe probablement pas de solution générale. Le défi est lancé.



Second acteur : Niccolò Tartaglia (1499-1557)

Tartaglia (bègue, en italien) est le nom que Niccolò s'est donné.

Orphelin (et défiguré) suite à l'invasion de l'Italie du Nord par les troupes françaises, il sort de la misère grâce à son talent pour les mathématiques. Il devient professeur de classe d'abaque à Vérone, puis à Venise.

On connaît beaucoup de détails de sa vie grâce à son ouvrage *Quesiti e inventioni diverse*, paru en 1546, où les développements mathématiques alternent avec des comptes-rendus détaillés de ses échanges avec d'autres savants.



À cette époque, les savants se lancent des défis intellectuels. Ils se posent mutuellement des problèmes scientifiques, et en débattent en public.

Pour les professeurs d'université, ces joutes sont même obligatoires.

Bien que les questions abordées soient difficiles, le public est nombreux et enthousiaste.



L'école d'Athènes, par Raphaël

En 1535, Antonio Maria Fior, un professeur de classe d'abaque vénitien, formé à Bologne, lance un défi à Tartaglia. Il lui soumet 30 résolutions d'équations de la forme $x^3 + bx = c$.

En 1535, Antonio Maria Fior, un professeur de classe d'abaque vénitien, formé à Bologne, lance un défi à Tartaglia. Il lui soumet 30 résolutions d'équations de la forme $x^3 + bx = c$. Fior en connaît les solutions, il dit les tenir d'un "grand mathématicien" qui les lui aurait transmises 30 ans auparavant, sous le sceau du secret.

En 1535, Antonio Maria Fior, un professeur de classe d'abaque vénitien, formé à Bologne, lance un défi à Tartaglia. Il lui soumet 30 résolutions d'équations de la forme $x^3 + bx = c$. Fior en connaît les solutions, il dit les tenir d'un "grand mathématicien" qui les lui aurait transmises 30 ans auparavant, sous le sceau du secret.

Coup de théâtre : Tartaglia les résout toutes en un temps record !

En 1535, Antonio Maria Fior, un professeur de classe d'abaque vénitien, formé à Bologne, lance un défi à Tartaglia. Il lui soumet 30 résolutions d'équations de la forme $x^3 + bx = c$. Fior en connaît les solutions, il dit les tenir d'un "grand mathématicien" qui les lui aurait transmises 30 ans auparavant, sous le sceau du secret.

Coup de théâtre : Tartaglia les résout toutes en un temps record !

La seule explication possible est que Tartaglia a trouvé une formule générale.

Toutefois, Tartaglia refuse de la divulguer immédiatement, arguant qu'il souhaite la publier dans un livre.



L'église Santi Giovanni e Paolo (Venise), où Tartaglia enseignait en 1536