

# Interactions des agents des agents économiques

# Supports du cours

Diapositives / Polycopié sur mon site personnel :

<https://sites.google.com/view/mydam/courses>

Manuel en ligne :

<https://www.core-econ.org/the-economy/book/fr/text/0-3-contents.html>

# Introduction

Chapitre 1 :

- Les agents économiques ne considèrent pas les choix des autres en faisant leurs choix visant à maximiser leur utilité
  - Une entreprise ne considère pas le niveau de production de leur concurrente quand elle cherche à maximiser son profit
  - Un individu ne considère pas l'utilité de l'autrui quand il maximise son utilité
- Les interactions entre agents économiques ne sont pas tenus en compte

Chapitre 2 : Les décisions individuelles affectent non seulement les décideurs eux-mêmes mais aussi les autres → interactions stratégiques entre agents →

**Théorie des jeux**

Références : Chapitre 4 (Manuel CORE) et Chapitre 2 du Polycopié de M. Jean Lacroix

# Qu'est-ce qu'un jeu ?

- Un jeu : un modèle des *interactions stratégiques* entre au moins deux agents économiques (entreprises / consommateurs / pays)
- Les jeux peuvent être :
  - À somme nulle : pour que quelqu'un gagne, quelqu'un d'autre doit perdre
  - À somme non-nulle :
    - À somme positive : tous les participants peuvent gagner (commerce international)
    - À somme négative : tous les participants perdent (la guerre)



# Modélisation d'un jeu

Pour comprendre les interactions stratégiques dans un jeu, considérons la situation suivante :

- Deux agriculteurs, Mme. X et M. Y considèrent deux récoltes à cultiver dans leurs terres : blé et maïs (ce qu'ils vont vendre au village voisin)
  - 2 joueurs : X et Y
  - 2 actions : blé et maïs
- La terre de Mme. X est propice à la culture de blé alors que la terre de M. Y est plus propice à la culture de maïs
- Ils ne peuvent pas se parler pour se coordonner et ils doivent choisir quoi planter
- Problème : si les deux choisissent la même récolte, ils inonderont le marché d'un même produit, le prix sera plus faible et le seront aussi leurs profits

# Représentation du jeu : la matrice des gains

Pour visualiser ce jeu, on utilise la *matrice des gains (ou de paiements)*

- Il y a 2 joueurs, chacun disposant de 2 actions (blé, maïs) → la matrice des gains est à dimension 2x2
- Dans chaque case le premier chiffre (en rouge) représente le gain de Mme X et le deuxième (en noir) représente le gain de Monsieur Y

**Mme X**

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

# Interprétation de la matrice des gains

- Si Mme X choisit à cultiver du blé et Monsieur Y le choisit aussi, leurs gains sont donnés dans la case (3 ; 1) (première ligne, première colonne)
- Quels sont leurs gains si
  - Mme X cultive du blé et M. Y du maïs ?
  - Les deux cultivent du maïs ?

**Mme X**

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

# Meilleure réponse

- La meilleure réponse d'un joueur dans un jeu est son action optimale (l'action qui maximise son gain) en fonction des actions des autres
- Dans ce jeu, la meilleure réponse de Mme X est son action optimale en fonction de l'action de Monsieur Y. On la trouve en raisonnant comme la suite :
  - Si M.Y choisit Blé, Mme X maximise son gain en choisissant Blé → sa meilleure réponse à Y est alors Blé
  - Si M. Y choisit Maïs, Mme X maximise son gain aussi en choisissant Blé → sa meilleure réponse à Y est aussi Blé

**Mme X**

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

# Equilibre de Nash

- L'équilibre d'un jeu indique une situation qui se perpétue puisqu'aucun des joueurs souhaite modifier leur stratégie
- **L'équilibre de Nash** est l'équilibre dans lequel chaque joueur joue sa meilleure réponse face aux stratégies des autres
  - D'après le mathématicien et prix Nobel John Nash dont l'histoire de la vie est racontée dans une biographie qui a donné lieu au film *A Beautiful Mind* ([\*Un Homme d'Exception\*](#))
- Dans ce jeu, l'équilibre de Nash est unique : X cultive du blé et Y du maïs (4 ; 4)
- Mais non-unicité de l'équilibre de Nash peut se produire

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

# Non-unicité de l'équilibre de Nash

- Supposons que la terre de chaque agriculteur est également propice à la cultivation de chaque récolte
- Le résultat des interactions stratégiques entre les deux se résumant dans la matrice de gains à droite
- Quels sont les équilibres de Nash de ce jeu ?
- Meilleures réponses de X (en rouge)
  - Si Y cultive du blé : maïs
  - Si Y cultive du maïs : blé
- Meilleures réponses de Y (en bleu)
  - Si X cultive du blé : maïs
  - Si X cultive du maïs : blé
- 2 équilibres de Nash : (5 ; 4) et (4 ; 5)

		Monsieur Y	
		blé	maïs
Madame X	blé	(2 ; 2)	(4 ; 5)
	maïs	(5 ; 4)	(3 ; 3)

# Stratégie dominante et l'unicité de l'équilibre de Nash

- Dans le premier exemple, quelque soit l'action de Monsieur Y, la meilleure réponse de Mme X est toujours de cultiver du blé. Nous disons que cultiver du blé est la *stratégie dominante* de Mme X
- Par le même raisonnement, la stratégie dominante de Y est de cultiver du maïs
- Autrement dit, si la meilleure réponse est unique (toujours la même), elle sera aussi la stratégie dominante
- Quand une stratégie dominante existe, l'équilibre de Nash sera unique et il s'appelle l'équilibre en stratégie dominante

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

La **stratégie dominante** d'un joueur est l'action qui maximise son gain *quelque soit* l'action des autres

# Equilibre de Nash et la main invisible

- Observons que dans les exemples précédents, chaque individu ne cherche que maximiser son propre gain, sans coordination, mais les équilibres sont des **optimums sociaux** comme ils ont été guidés par une *main invisible*
  - **Un optimum social (optimum de Pareto)** : la situation dans laquelle il est impossible d'améliorer le gain d'une personne sans faire perdre à au moins une autre
  - Exemple : Dans le premier exemple, (3 ; 1) n'est pas un optimum social car le résultat (4 ; 4) est meilleur pour les deux
- Il existe des jeux dans lesquels la poursuite de l'intérêt personnel conduit à des résultats (équilibres) incohérents avec l'optimum social. Le *jeu du dilemme du prisonnier* est l'un d'entre eux

		Monsieur Y	
		Blé	Maïs
Mme X	Blé	(3 ; 1)	(4 ; 4)
	Maïs	(2 ; 2)	(1 ; 3)

		Monsieur Y	
		blé	maïs
Madame X	blé	(2 ; 2)	(4 ; 5)
	maïs	(5 ; 4)	(3 ; 3)

# Jeu de dilemme du prisonnier

- Le dilemme s'agit d'une histoire fictive à propos de deux complices d'un crime – A et B – qui ont été arrêtés par la police, qui a suffisamment de preuves pour les mettre derrière les barreaux pour 5 ans. La police suspecte que qu'ils ont commis un crime plus sérieux qui mérite une sentence de 20 ans, mais elle n'a pas suffisamment de preuves pour les condamner sur ce motif. Pour le faire, il faudrait que chacun des prisonniers accuse l'autre du second crime.
- La police les place dans deux chambres d'interrogation séparées et dit à chacun : « *Si aucune de vous n'avoue, nous vous enverrons tout deux en prison pour 5 ans. Si tu avoues et implique ton partenaire, et s'il ne fait pas de même, nous réduirons ta peine de 5 à 2 ans. Mais si ton partenaire avoue et tu ne le fais pas, tu aura le maximum de 20 ans. Et si tous les deux avouez, nous vous donnerons chacun de 15 ans* »
- Illustration : [Vidéo courte sur Arté](#)

# Dilemme du prisonnier

Le jeu :

- 2 joueurs : A et B
- 2 actions possibles : Avouer, Nier
- Les conséquences de leurs actions dont les deux sont parfaitement conscients :
  - S'ils nient tous les deux, chacun passera 5 ans en prison
  - Si l'un des prisonniers avoue alors que l'autre prisonnier nie, la personne qui avoue recevra une peine de 2 ans tandis que l'autre sera condamné à 20 ans en prison
  - S'ils avouent tout deux, chacun passera 15 ans en prison

# La matrice des gains

		B	
		Avouer	Nier
A	Avouer	(-15 ; -15)	(-2 ; -20)
	Nier	(-20 ; -2)	(-5 ; -5)

- Y a-t-il une stratégie dominante pour chaque prisonnier ?
  - Si l'un nie, quelle est la meilleure réponse de l'autre ?
  - Si l'un avoue, quelle est la meilleure réponse de l'autre ?
- Existe-t-il un équilibre de Nash pour ce jeu ?

# Equilibre de Nash

- La meilleure réponse de A :
  - Quand B joue Avouer : Avouer
  - Quand B joue Nier : Avouer
- A joue sa stratégie dominante : Avouer
- De même, B joue sa stratégie dominante d'Avouer
- La poursuite d'intérêt personnel ne pas forcément conduit à l'optimum social (le résultat qui donne le nombre total d'ans en prison le plus bas pour les deux)

Equilibre de Nash

		B	
		Avouer	Nier
A	Avouer	(-15 ; -15)	(-2 ; -20)
	Nier	(-20 ; -2)	(-5 ; -5)

Optimum social

# Exemples du dilemme du prisonnier

- Notation sur une courbe : votre note dépende de votre performance relative aux autres
- L'incitation à réduire l'émission de gaz à effet de serre pour chaque pays (Kyoto protocol)
- En oligopole, les entreprises se coordonnent sur le niveau de production (et en conséquent le prix) pour maximiser leurs profits joints : si le jeu est joué à un coup, il est toujours optimal de dévier de ce qui a été convenu (produire plus ou vendre un peu moins cher)

# Solution au dilemme du prisonnier

La solution la plus connue et efficace au dilemme du prisonnier est la répétition du jeu

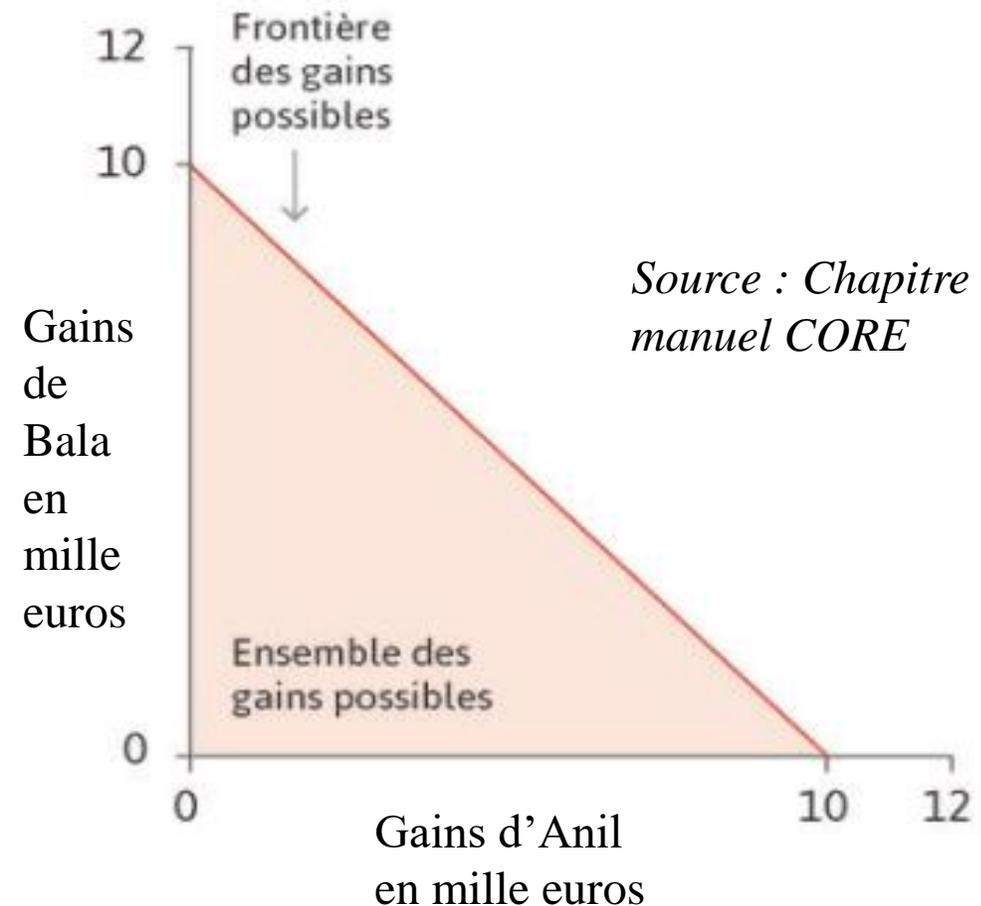
- Quand le jeu est joué infiniment (ou jusqu'à une date incertaine), la coopération peut être réalisée en adoptant des stratégies appropriées telles que la stratégie de représailles
- L'idée d'un jeu répété est de rendre le bénéfice actualisé de la coopération supérieur à celui de la défection
- En réalité, les joueurs coopèrent plus fréquemment que ce que prévoit le dilemme du prisonnier : il se peut qu'ils soient altruistes

# L'altruisme dans l'économie

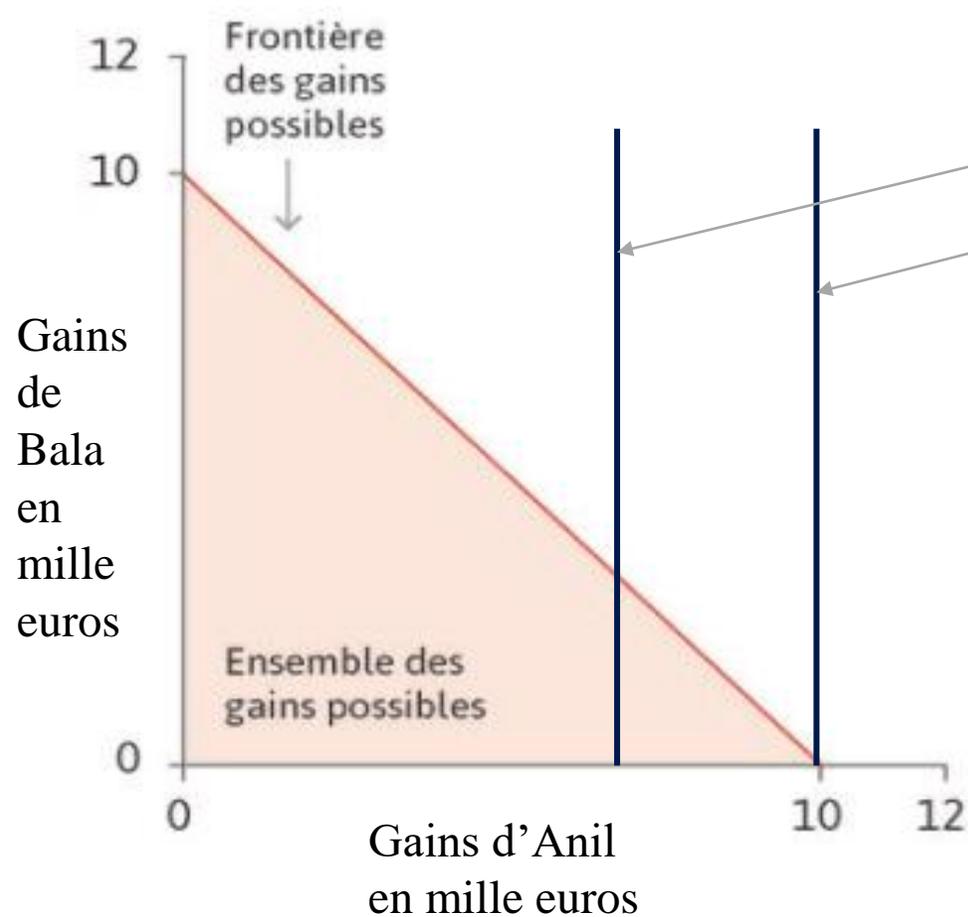
- Jusqu'à présent nous avons considéré que chaque agent maximise leur bien-être en ne tenant en compte que leurs gains. Mais il existe les individus qui sont prêts à renoncer à un gain afin de ne pas infliger une perte aux autres. Ces individus sont altruistes.
- Pour modéliser les préférences altruistes, on peut faire en sorte que la fonction d'utilité de l'agent altruiste soit une fonction de l'utilité des autres.
- En maximisant son utilité, l'individu altruiste prend en compte également les conséquences de ses actions sur les autres

# Les préférences altruistes

Anil a gagné 1000 euros au loto. Il peut, bien évidemment, garder tout l'argent pour lui, mais il peut également en partager une partie avec son ami Bala.



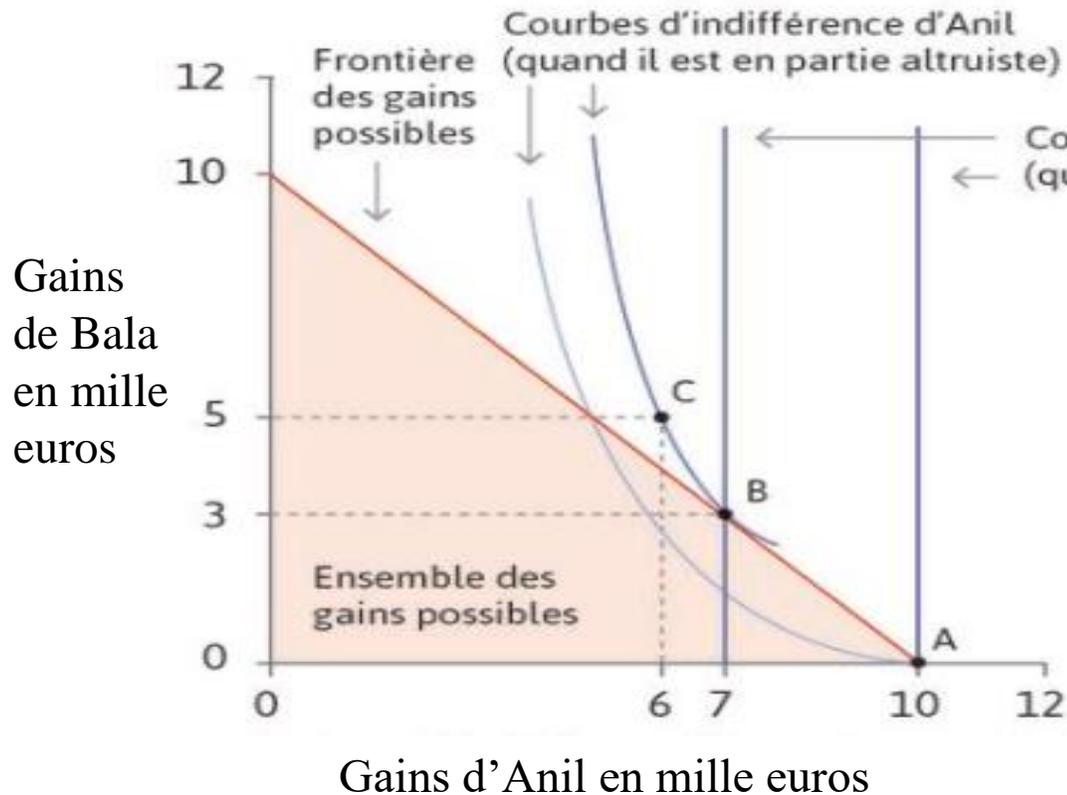
# Courbes d'indifférences des préférences égoïstes



Les ICs d'Anil quand il est complètement égoïste (son utilité ne dépend que de son propre gain)

*Source : Chapitre 4  
manuel CORE*

# Courbes d'indifférences des préférences altruistes



Quand Anil est altruiste, est-ce qu'il préfère A ou B ?

Réponse : A se trouve sur une IC plus basse que B → il préfère B, donner 3 mille à son amie, que A (garder tout pour lui-même)

# Exercice 1

Supposons que Mme X et Monsieur Y dans notre premier exemple font face à un autre problème : décider comment gérer la présence d'insectes parasites qui détruisent leurs cultures situées dans des champs adjacents. Chacun se dispose de 2 stratégies :

- Utiliser un produit chimique peu coûteux appelé Terminator (T) qui tue tous les insectes à des kilomètres à la ronde. Terminator risque de contaminer l'eau que les deux fermiers utilisent
- Utiliser le contrôle intégré des parasites (I). Le contrôle intégré introduit des insectes utiles qui mangent les insectes parasites

Si un seul fermier choisit T, les dommages restent limités. S'ils utilisent T tous les deux, ils devront acheter un système d'infiltration coûteux. En conséquence, ils savent que leur gain ne dépendra pas uniquement de leur choix, mais aussi du choix de leur voisin. Il s'agit donc d'une interaction stratégique.

# Exercice 1 (suite)

Représentons les données de ce jeu dans la matrice des gains suivante :

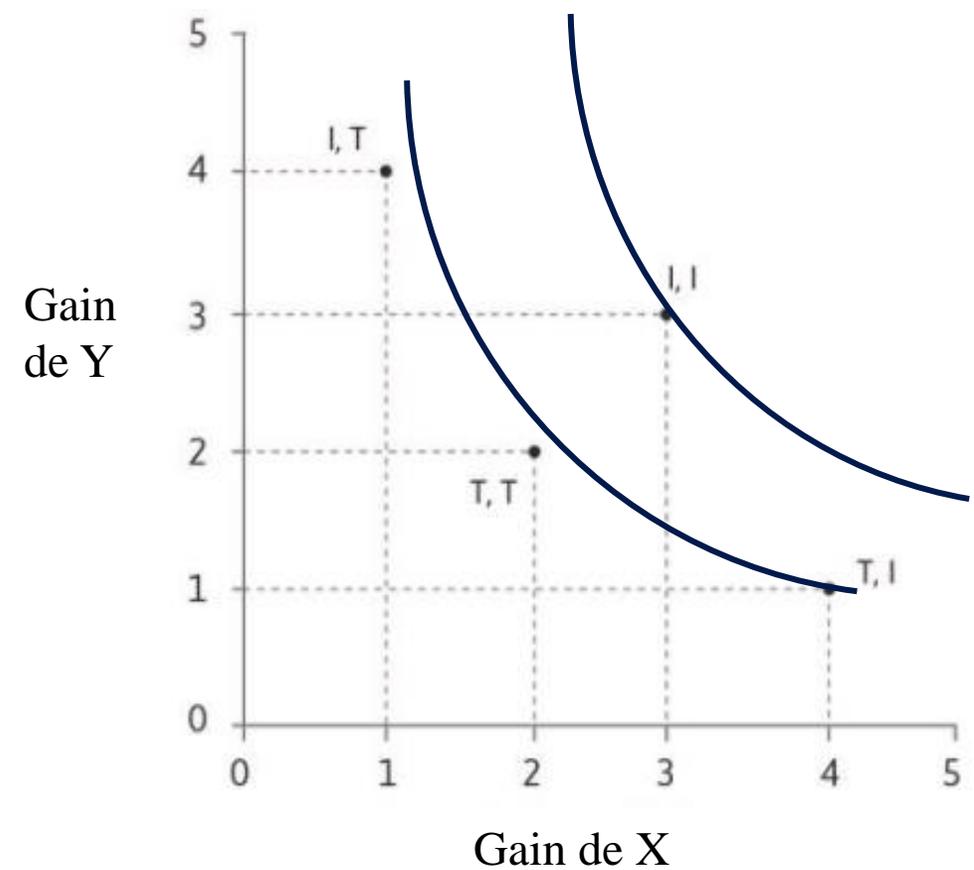
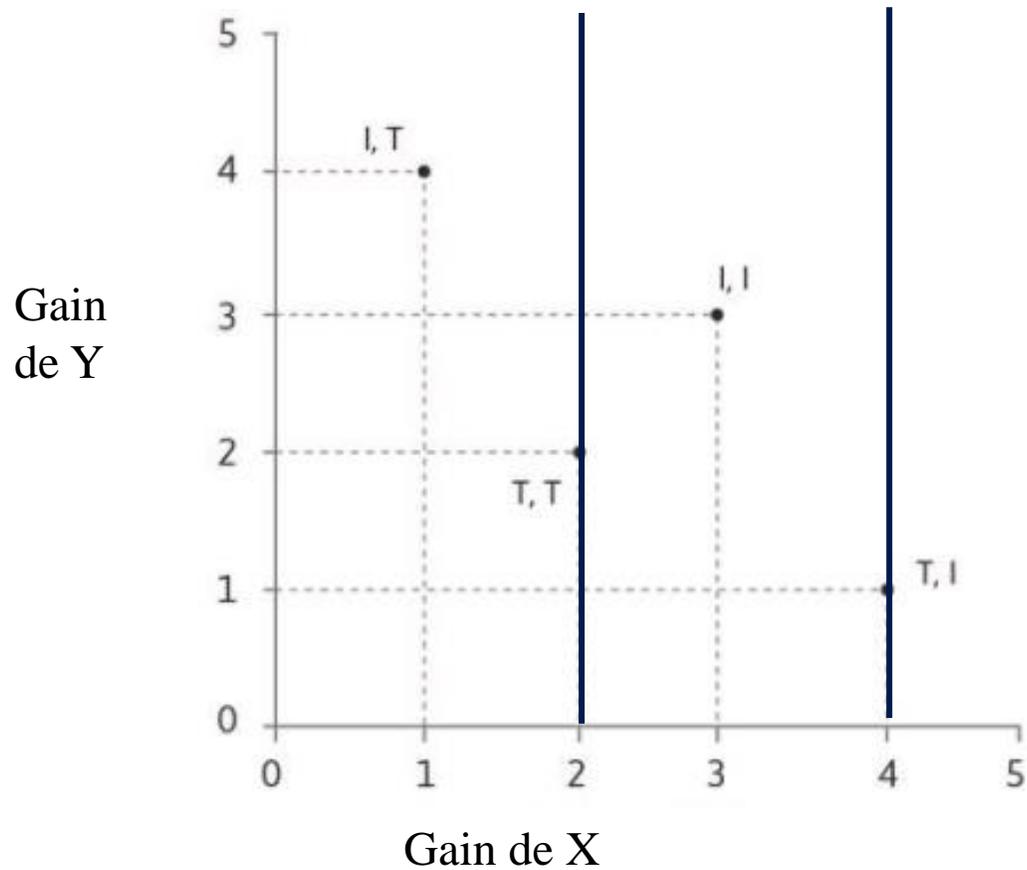
		Monsieur Y	
		I	T
Mme X	I	(3 ; 3)	(1 ; 4)
	T	(4 ; 1)	(2 ; 2)

Questions :

1. Quelles sont les meilleures réponses de chaque fermier ?
2. Existe-t-il une stratégie dominante pour chacun ?
3. Quel est l'équilibre de Nash de ce jeu ? Est-il un optimum social ?

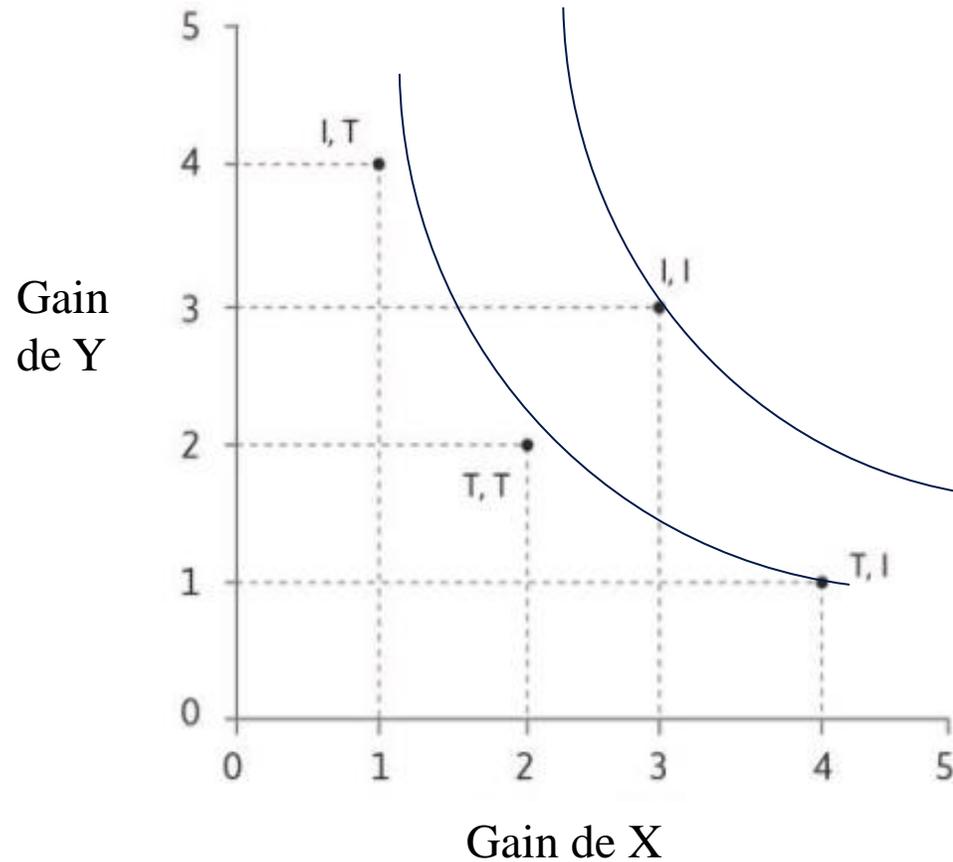
# Exercice 2

X se soucie-t-elle du bien-être de Y ?



# Les préférences altruistes et le choix

Qu'est-ce que Mme X choisira si Monsieur Y décide d'utiliser I (le CIP) ?



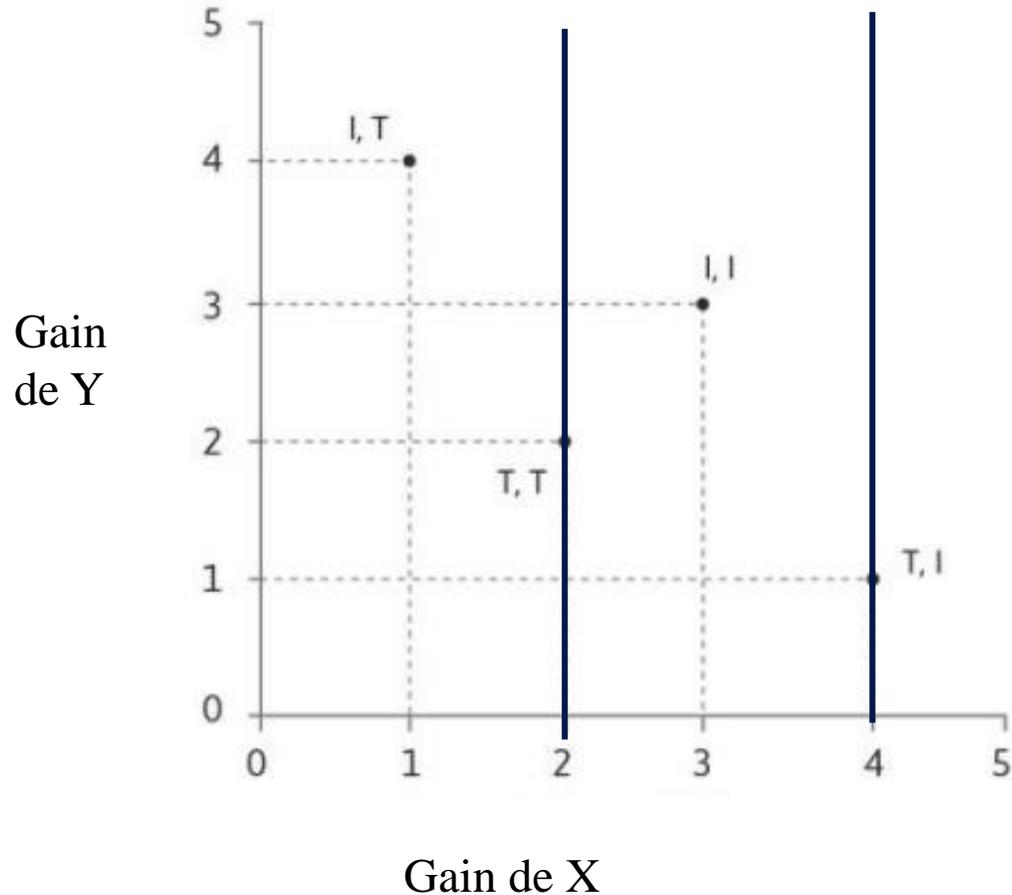
# Réponses

		Monsieur Y	
		I	T
Mme X	I	(3 ; 3)	(1 ; 4)
	T	(4 ; 1)	(2 ; 2)

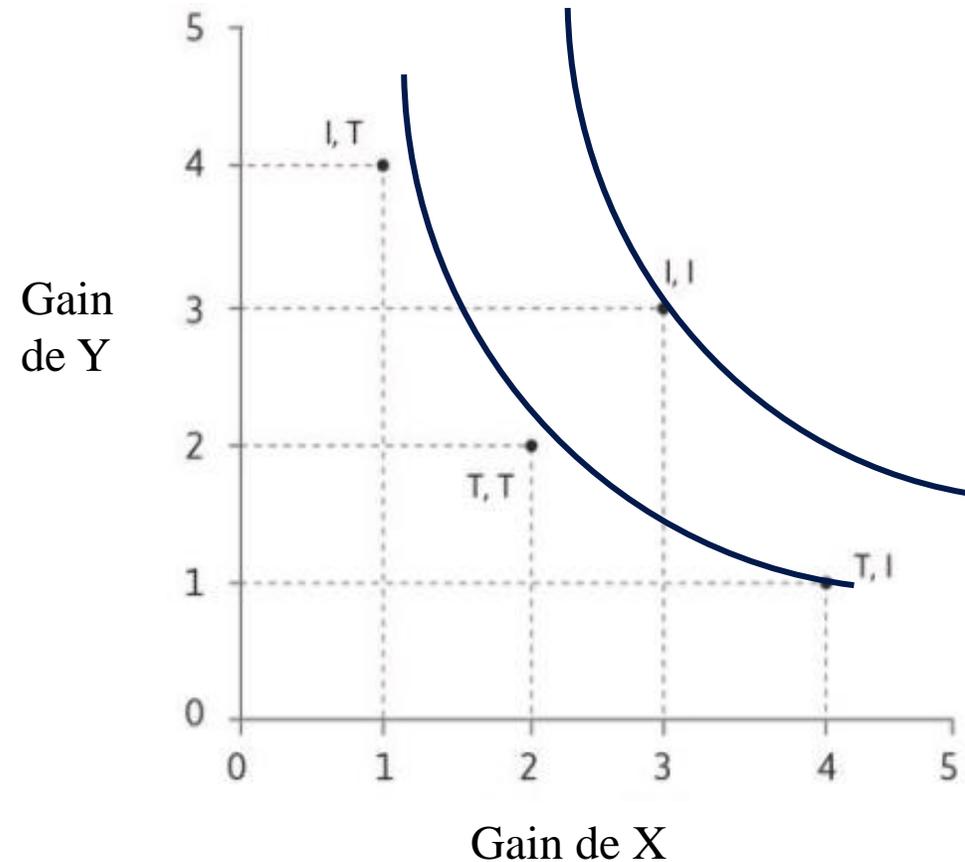
1. Meilleures réponses :
  - Pour X :
    - Si Y utilise I : Utilise T
    - Si Y utilise T : Utilise T
  - Pour Y :
    - Si X utilise I : Utilise T
    - Si X utilise T : Utilise T
2. Stratégie dominante : Utiliser T
3. Equilibre de Nash est (2 ; 2), qui n'est pas un optimum social car (3 ; 3) est meilleur pour tous les deux

# X se soucie-t-elle du bien-être de Y ?

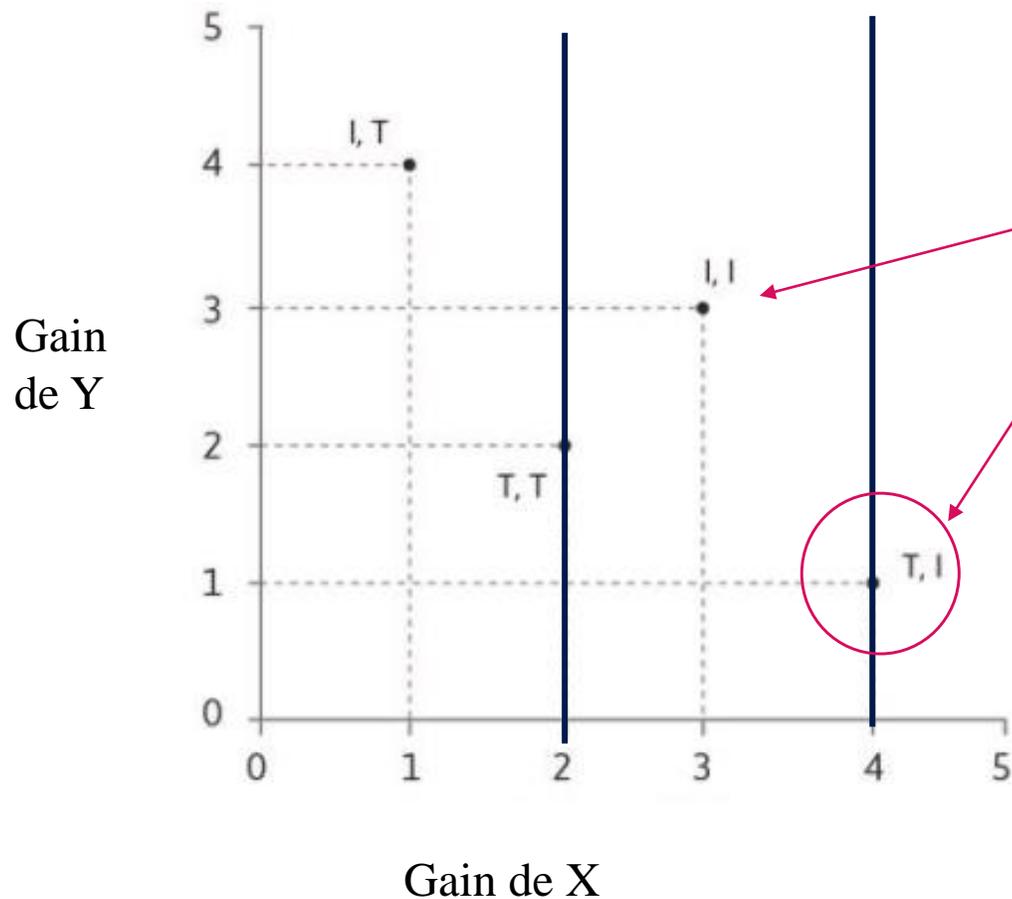
Non, seul son propre gain lui apporte l'utilité (ses CIs sont verticales)



Oui, le gain de Y représente un bien pour X (CIs sont convexes)

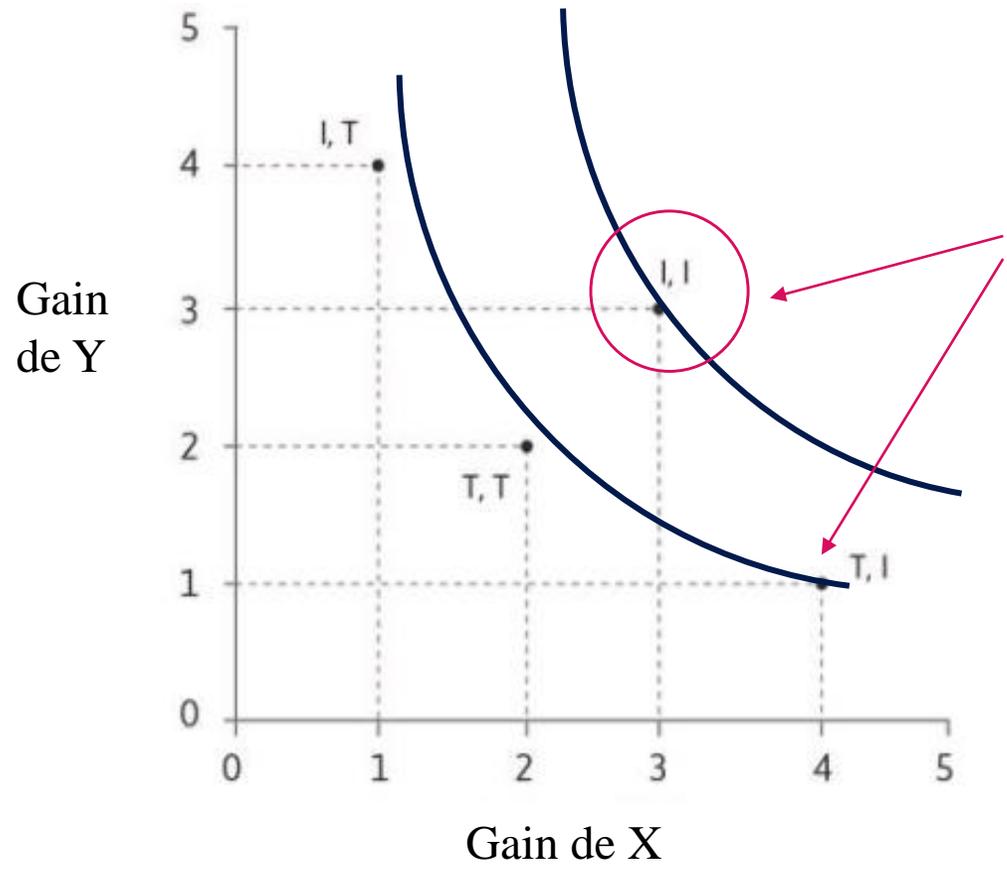


# Les préférences égoïstes et le choix



Si Y décide d'utiliser I (le CIP), la meilleure réponse de X serait d'utiliser le Terminator

# Les préférences altruistes et le choix



Si Y décide d'utiliser I (le CIP), la meilleure réponse de X serait d'utiliser le CIP aussi. Le choix d'utiliser le Terminator dans ce cas n'est plus optimal