Programme

- **Energie**

APPRENDRE
À DEVENIR
INGÉNIEUR

Introduction

Qu’est-ce que l’énergie ?

Grandeur physique scalaire qui caractérise l’état d’un système et sa capacité à interagir avec d’autres systèmes : c’est la capacité à effectuer des transformations

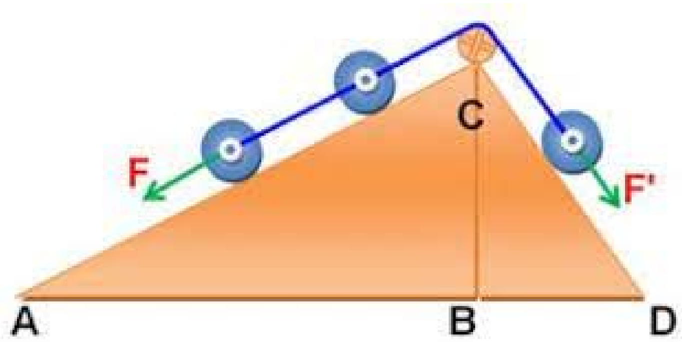
L’énergie existe sous différentes formes (thermique, chimique/nucléaire, mécanique, électrique, …)

L’énergie est partout et se conserve mais certaines formes sont plus exploitables que d’autres (pas de production, pas de perte mais de la transformation)

Dimension ML^2T^{-2}, unité Joule notée J

Introduction

Utiliser la notion d'énergie permet de simplifier la résolution de certains problèmes (ex. de la course de billes)



Energie cinétique = énergie du mouvement du système = ½ mv^2

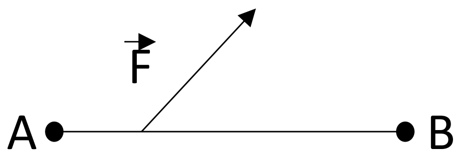
C'est une énergie ? = Grandeur physique scalaire qui caractérise l'état d'un système et sa capacité à interagir avec d'autres systèmes : c'est la capacité à effectuer des transformations

Oui !!

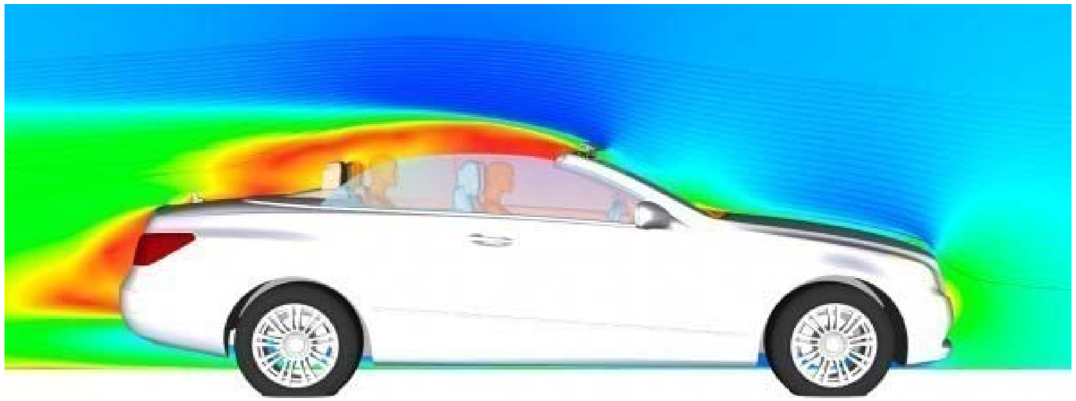
Travail d’une force

Travail des forces = énergie apportée ou retirée au système par les forces qui s’appliquent à lui

Par définition, le travail d’une force sur un parcours $\vec{AB}$ est le produit scalaire de cette force par le déplacement $\vec{AB}$ qu’elle a induit (travail moteur) ou dont elle a modifié la nature (travail résistant).



$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}.}$$

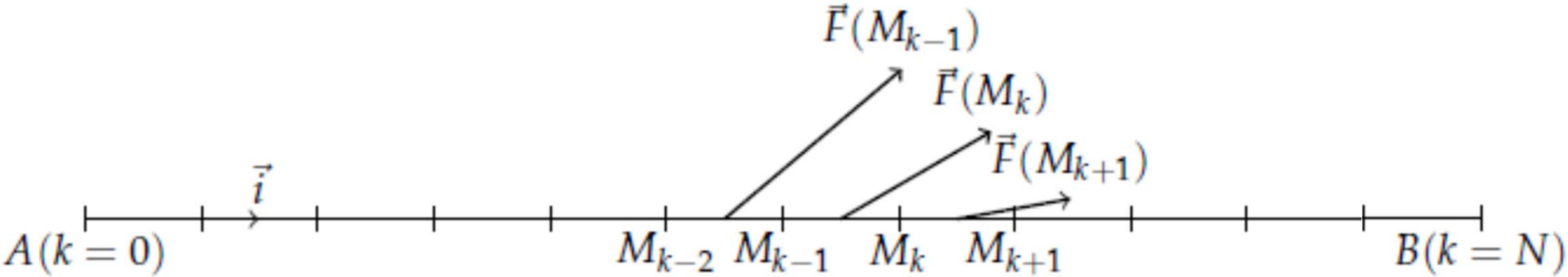


Pourquoi c’est plus difficile monter une pente en vélo que de rouler à l’horizontale?

Travail d'une force

Par définition, le travail d'une force sur un parcours $\vec{AB}$ est le produit scalaire de cette force par le déplacement $\vec{AB}$.

La force n'est pas forcément constante (en norme et en orientation) par rapport à $\vec{AB}$. On applique donc cette définition sur des intervalles AB les plus petits possibles et on somme.



$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \lim_{\Delta x\to 0}\sum_{k=0}^{N} \vec{F}(M_k)\cdot\vec{i}\Delta x.$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \int_{A\to B} \vec{F}(x)\cdot\vec{i}\mathrm{d}x.}$$

Travail élémentaire $\partial W = \vec{F}\overrightarrow{dl}$

Travail d'une force

$$\left[W_{A\to B}(\vec{F})\right] = \left[\vec{F}\right] L = ML^2T^{-2}.$$

Homogène à une énergie, unité = Joule

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}.$$

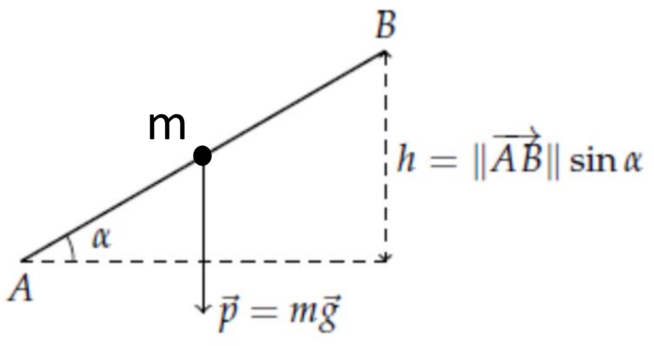
Orthogonalité implique un travail nul

Linéarité

$$W_{A\to B}(\vec{F}_1+\vec{F}_2) = W_{A\to B}(\vec{F}_1) + W_{A\to B}(\vec{F}_2)$$

Travail d'une force : exemple 1

Travail du poids à la surface de la terre



Le poids est constant

De A vers B, ça monte ....

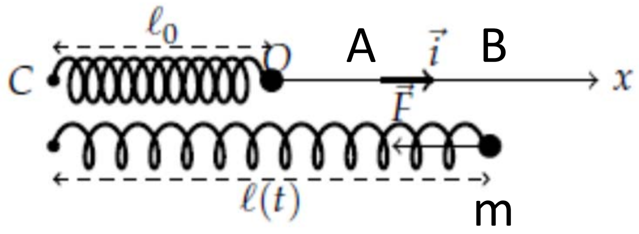
$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\vec{AB} = mg\|\overrightarrow{AB}\|\cos\left(\widehat{\vec{P},\overrightarrow{AB}}\right) = -mg\|\overrightarrow{AB}\|\sin\alpha.$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_a)}$$

Le travail du poids ne dépend que des positions initiales et finales

Travail d'une force : exemple 2

Travail de la force de rappel d'un ressort



La force de rappel vaut $\vec{F} = -kx\vec{i}$.

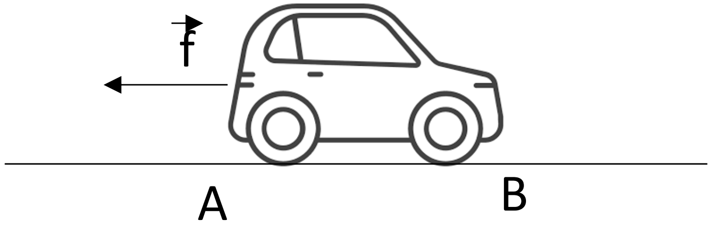
De A vers B, on étire le ressort et la force n'est pas constante ….

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \int_{A\to B} \vec{F}(x)\cdot\vec{i}\mathrm{d}x = \int_{x_A}^{x_B} -kx\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_A}^{x_B}$$
$$= \frac{1}{2}k\left(x_A^2 - x_B^2\right)$$

Le travail de la force de rappel ne dépend que des positions initiales et finales
(on peut refaire le calcul en passant par un point C, cette contribution s'annule)

Travail d’une force : exemple 3

Travail d’une force de frottement



La force de frottement vaut $\vec{f} = -\lambda \dot{x} \vec{i}.$

De A vers B, on s’oppose aux frottements ….

$$W_{A\to B}(\vec{f}) = \int_{x_A}^{x_B} \vec{f} \cdot \vec{i} \mathrm{d}x = -\lambda \int_{x_A}^{x_B} \dot{x} \mathrm{d}x.$$

en effectuant le changement de variable x vers t

$$W_{A\to B}(\vec{f}) = -\lambda \int_{t_A}^{t_B} \dot{x}^2 \mathrm{d}t$$

Le travail de la force de frottement **ne dépend pas** que des positions initiales et finales mais aussi de la manière d’aller de l’une à l’autre (temps de trajet, vitesses pendant le trajet)

Théorème de l'énergie cinétique

Traduit la relation entre l'énergie cinétique et le travail des forces

La **variation de l'énergie cinétique** entre deux points de la trajectoire d'un mobile est égale à la **somme des travaux des forces** qui s'appliquent sur le mobile, calculés sur la trajectoire du mobile entre ces deux mêmes points.

$$E_c(t_B) - E_c(t_A) = \sum_{\vec{F}} W_{A \to B}(\vec{F})$$

Théorème de l'énergie cinétique

<u>Démonstration</u> (dans le cas particulier où la trajectoire est rectiligne)

La masse m se déplace en ligne droite de A vers B

$$m\vec{a} = \sum_{\vec{F}} \vec{F} \quad \xrightarrow{\text{Suivant Ox}} \quad m\ddot{x}\vec{i} = \sum_{\vec{F}} \vec{F} \quad \xrightarrow{\text{Produit scalaire avec la vitesse}} \quad m\ddot{x}\dot{x} = \sum_{\vec{F}} \vec{F}\cdot\vec{i}\dot{x}.$$

Remarquons que $\ddot{x}\dot{x} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dot{x}^2\right)$

En intégrant par rapport au temps à gauche, on obtient

$$\begin{aligned}\int_{t_A}^{t_B} m\ddot{x}\dot{x}\mathrm{d}t = \int_{t_A}^{t_B} \frac{1}{2}m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dot{x}^2\right)\mathrm{d}t = \left[\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right]_{t_A}^{t_B} &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t_B) - \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t_A)\\ &= \frac{1}{2}m\|\overrightarrow{v_B}\|^2 - \frac{1}{2}m\|\overrightarrow{v_A}\|^2\\ &= E_c(t_B) - E_c(t_A).\end{aligned}$$

En intégrant par rapport au temps à droite, on obtient

$$\int_{t_A}^{t_B} \sum_{\vec{F}} \vec{F}\cdot\vec{i}\dot{x}\mathrm{d}t = \sum_{\vec{F}} \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}\cdot\vec{i}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \sum_{\vec{F}} \int_{x_A}^{x_B} \vec{F}\cdot\vec{i}\mathrm{d}x = \sum_{\vec{F}} W_{A\to B}(\vec{F})$$

CQFD

Théorème de l'énergie cinétique

Version locale

La dérivée de l'énergie cinétique par rapport au temps est égale à la somme des puissances développées par les forces qui s'appliquent au système.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \sum_{\vec{F}} \vec{F} \cdot \vec{v}.}$$

La puissance développée par une force est le produit scalaire de celle-ci avec la vitesse de l'objet sur lequel elle agit $\mathscr{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

C'est le travail par unité de temps

$$[\mathscr{P}] = [E]T^{-1} = ML^2T^{-3}.$$

Son unité est le Watt noté W

Illustrer avec élévation d'une masse en 1 fois ou en plusieurs

Energie Potentielle

<u>Définition forces conservatives (ou pas) :</u>

On dira qu'une <u>force est conservative</u> si elle ne dépend que de la position et si son travail d'un point A au point B ne dépend pas du chemin suivi, ceci quels que soient les points A et B. Dans ce cas, le travail de la force du point A au point B ne dépend que des positions des points A et B.

Le chemin suivi pour aller de A à B peut passer par C :

On a vu avec le calcul des travaux que la force de rappel élastique et celle de gravité sont conservatives (idem pour la force de coulomb).
Les forces de frottement ne le sont pas !!

Ex: Frottement solide : $\|\vec{f}\| = k_c\|\vec{R}\| = k_c mg$

$$W_{O\to A}(\vec{f}) = \vec{f}\cdot\overrightarrow{OA} = -k_c mg\|\overrightarrow{OA}\|$$

et si on fait un détour? (cf poids, élastique en opposition)