th : ~~des nomb~~ il y a une infinité de nombres premiers.

<u>preuve</u>: Supposons que l'ensemble des nombres premiers est fini ; il possède donc un plus grand élément, on l'appelle N.

On pose : $n = N! + 1$

on va montrer que n est premier et comme il est ~~$\geq$~~ strictement plus grand que n ; on aboutit à une contradiction.

$n = N! + 1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \cdots \times N + 1$

Soit p un nombre premier ; $p \leq N$;

~~si p~~, $p \in \{1, 2, 3, \ldots, N\}$.

$p \mid N!$, il ne peut diviser n car sinon il diviserait 1 ce qui Absurde.

Soit d un diviseur de n ; si $d \geq 2$;

$d = \prod_{i=1}^{k} p_i^{r_i}$; $r_i \geq 1$;

On a par exemple $p_1 \mid d$ et $d \mid n \Rightarrow p_1 \mid n$.

on vient de montrer que ce n'est pas le cas ; donc $d = 1$ et n est premier ce qui achève la preuve.